



**APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE COMBINATORIA EN ESTUDIANTES DEL GRADO  
SEXTO Y SEPTIMO DEL PROGRAMA ONDAS**

**INFORME FINAL DE INVESTIGACIÓN**

**MARTHA LUCIA ALBARRACIN ARANGO**



**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO**  
**UNIVERSIDAD DE MANIZALES**  
**CINDE**  
**2017**

**APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE COMBINATORIA EN ESTUDIANTES DEL GRADO  
SEXTO Y SEPTIMO DEL PROGRAMA ONDAS**

**MARTHA LUCIA ALBARRACIN ARANGO**

Asesora  
Mgr. Ligia Inés García Castro

**Trabajo de Tesis para optar el título de  
Magíster en Educación y desarrollo humano**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO**  
**UNIVERSIDAD DE MANIZALES**  
**CINDE**  
**2017**



Dedico esta tesis a DIOS por darme la fortaleza necesaria en el momento de tomar decisiones.

A mis dos hijas Sarita y Sofía por su paciencia a la hora de no poderlas atender.

A mi esposo Daniel por su apoyo constante y amor incondicional.

A mi madre Mariela por sus grandes consejos.



Agradezco a ONDAS por darme la oportunidad de avanzar en mis conocimientos y poder brindar a mis estudiantes herramientas que les permitan crecer como personas en valores y en el desarrollo de las competencias necesarias para enfrentarse a este mundo cambiante.

A mi asesora LIGIA INES por sus grandes contribuciones y paciencia a la hora de corregir mis equivocaciones.

A los estudiantes de los grados sexto y séptimo de la institución SAN LUIS por su honestidad a la hora de resolver los talleres propuestos; al igual que a su director de grupo por permitirme estar más tiempo con los estudiantes.



## Tabla de contenido

1. Planteamiento del problema .....	10
2. Justificación .....	15
3. Objetivos.....	16
3.1 Objetivo general .....	16
3.2 Objetivos específicos.....	16
4. Antecedentes .....	17
4.1 Con relación a la resolución de problemas.....	17
4.2 Con relación a la Combinatoria.....	34
5. Referente Teóricos .....	46
5.1 Combinatoria.....	46
5.2 Resolución de problemas .....	49
6. METODOLOGÍA PROPUESTA .....	54
6.1 Tipo de estudio:.....	54
6.2 Diseño de la investigación: .....	55
6.3 Procedimiento: .....	55
6.4 Técnica e instrumento de recolección de información:.....	56
6.5 Unidad de análisis: .....	57
6.6 Unidad de trabajo: .....	57
Tabla 1. Caracterización de la unidad de trabajo .....	58
7. ANÁLISIS .....	59
Momento 1: Exploración de ideas previas .....	59
Momento 2: Intervención didáctica.....	61
Momento 3: Aprendizaje del concepto de combinatoria .....	64
8. DISCUSIÓN .....	66
9. CONCLUSIONES .....	69
10. RECOMENDACIONES.....	72
11. BIBLIOGRAFIA .....	73
<b>12. ANEXOS</b>	



## APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE COMBINATORIA EN ESTUDIANTES DEL GRADO SEXTO Y SEPTIMO DEL PROGRAMA ONDAS

### **Resumen**

Este trabajo de investigación pretendió hallar la forma en que aprenden combinatoria los niños de sexto y séptimo de una institución pública por medio de la resolución de problemas.

Dicha investigación fue cualitativo- interpretativo; donde el tipo de estudio fue micro-etnográfico. Se tuvieron tres momentos a la hora de desarrollar el trabajo de campo: un primer momento fue de exploración de ideas sobre el concepto de combinatoria, donde se aplicó a los estudiantes un pre-test con una serie de ejercicios relacionados con el tema de combinación para poder saber los conceptos previos del tema luego fue el momento de la intervención, donde se aplicaron 3 talleres que incluyeron las 3 subcategorías de la combinatoria como son selección, de partición y de colocación; teniendo en cuenta los pasos para la resolución de problemas que fueron deducidos después de analizar la contribuciones de Polya, Schoenfeld y Guzmán. Finalmente se aplicó de nuevo el pre-test para identificar los conceptos que tenían antes y después de la intervención.

Entre los resultados obtenidos tenemos:

A continuación, se presentará una síntesis de lo hallado en dicha investigación. Los resultados aportan conocimiento para otras investigaciones permitiendo una mejor apropiación y aplicación de la combinatoria.

El primer objetivo que fue el de identificar los conocimientos previos de los estudiantes sobre combinatoria; se puede concluir que para los estudiantes de sexto y séptimo; es una operación matemática fundamental en el aprendizaje de esta área que se emplea para solucionar situaciones donde hay diversas formas de escoger subconjuntos de un conjunto dado.

El segundo objetivo que fue el de reconocer las estrategias utilizadas por los estudiantes de los grados sextos y séptimo para resolver problemas sobre combinatoria; se pudo establecer que los



estudiantes resuelven las situaciones problémicas dadas en forma real (dramatizando), siempre buscaban que estos fueran contextualizados; también representaron sus soluciones con dibujos.

El objetivo número tres que fue el de reconocer cómo aprenden combinatoria los estudiantes de grado sexto y séptimo a partir de la resolución de problemas, se pudo notar que los estudiantes pertenecientes a esta investigación aprendieron de una manera práctica, buscando siempre su aplicación en sus contextos.

### **Summary**

This research work sought to find the way in which the sixth and seventh children of a public institution through combinatorial learning are solved by solving problems.

This research was qualitative- interpretive; Where the type of study was micro-ethnographic. There were three moments in the development of the fieldwork: an initial moment was the exploration of ideas about the combinatorial concept, where a pre-test was applied to the students with a series of exercises related to the theme of combination To be able to know the previous concepts of the subject then it was the moment of the intervention, where 3 workshops were applied that included the 3 subcategories of the combinatorial as they are selection, of partition and of placement; Taking into account the steps to solve problems that were deduced after analyzing the contributions of Polya, Schoenfeld and Guzman. Finally, the pre-test was applied again to identify the concepts they had before and after the intervention.

Among the results obtained we have:

A synthesis of what is found in this investigation will be presented below. The results contribute knowledge for other investigations allowing a better appropriation and application of the combinatorial.

The first objective was to identify the students' prior knowledge about combinatorics; We can conclude that for the sixth and seventh students; Is a fundamental mathematical operation in the learning of this area that is used to solve situations where there are different ways to choose subsets of a given set.

The second objective was to recognize the strategies used by students in grades sixth and seventh to solve problems over combinatorial; It was possible to establish that the students solve



the problematic situations given in real form (dramatizing), always looked for that they were contextualized; Also represented their solutions with drawings.

The objective number three that was to recognize how combinatory learn the sixth and seventh grade students from the problem solving, it was noticed that the students belonging to this research learned in a practical way, always looking for its application in their contexts.





## Descripción

El presente documento da cuenta del proceso investigativo llevado a cabo en la Institución Educativa “San Luis”, del municipio de Neira con el fin de hallar el concepto que tienen los estudiantes de combinatoria.

En la primera parte da cuenta del planteamiento del problema en torno a la pregunta de investigación: “¿Cómo aprenden combinatoria los estudiantes de los grados sexto y séptimo a partir de la resolución de problemas?”; con fin de determinar los elementos que necesitan los estudiantes para el aprendizaje del tema abordado y como con el desarrollo de la investigación han cambiado su visión y la importancia del tema para el desarrollo de las situaciones problémicas contextualizadas.

En la revisión de antecedentes se abordó el concepto de resolución de problemas y los métodos para el desarrollo de los matemáticos Polya, Schoenfeld y Guzmán; esta amplia información permitió realizar una buena intervención en el aula de clase.

Con respecto a la combinatoria se tomaron los estudios de Carmen Batanero y de Rafael Roa quiénes con sus grandes desarrollos de sus doctorados aportaron grandes contribuciones al tema, sirviendo como base para el desarrollo de esta y otras investigaciones.



## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las pruebas PISA que se vienen aplicando hace algunos años en Colombia, estas se centran en identificar cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana y no sólo, ni principalmente, en conocer cuáles contenidos del currículo han aprendido; una de las disciplinas evaluadas es la matemática; para estas la competencia matemática es definida como:

*la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.*

para ellos “Usar e implicarse con las matemáticas” significa no sólo utilizar las matemáticas y resolver problemas matemáticos sino también comunicar, relacionarse con, valorar e incluso, apreciar y disfrutar con las matemáticas.

Debido al desempeño que se ha tenido con estas pruebas el gobierno colombiano ha implementado diferentes estrategias para el mejoramiento de las competencias evaluadas por este tipo de pruebas en especial en las competencias matemáticas como es el caso del PTA (programa todos aprender); que viene implementando una serie de recomendaciones e investigaciones en las aulas de clase para que los estudiantes aprendan a llevar lo aprendido a diferentes contextos de sus vidas y puedan tener un mejor desempeño en el momento de enfrentarse a este tipo de evaluaciones.

En matemáticas se presenta una gran apatía por parte de los estudiantes en el momento de resolver problemas; Vera (2016, p 10.) plantea lo siguiente:



*Sólo en la medida en que el estudiante asuma tal rol, la actividad matemática dejará de valerse de algoritmos meramente mecánicos y memorísticos para llegar a ser un aprendizaje profundo y, mejor aún, una herramienta indispensable para la vida misma. En tal sentido, el estudiante requiere pasar de la repetición de modelos de resolución de problemas dados por el maestro, a la búsqueda de caminos que lo lleven por sí mismo –de la mano del maestro– a la construcción de nuevos conocimientos.*

Esto es lo que pretenden los grandes matemáticos que a través de la historia han propuesto diferentes métodos para que los estudiantes se puedan enfrentar de una manera adecuada a la resolución de situaciones matemáticas; dentro de estos estudios destacamos los siguientes:

Según Stanic y Kilpatrick citado por Vilanova (2001),

*Los problemas han ocupado un lugar central en el curriculum matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo recientemente los que enseñan matemáticos han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Junto con este énfasis en la resolución de problemas, sobrevino la confusión (p. 2).*

Para Vilanova (2001), el término “resolución de problemas”; se ha convertido en un slogan que acompañó diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular.”

Para el autor citado a través de la historia se han tenido varios significados para la utilización de los términos “problema” y “resolución de problemas, dentro de estos significados están:

- Resolver problemas como contexto: Los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros, como una justificación para enseñar matemática, para motivar a los estudiantes, como juego dentro el aula de clase, como medio para desarrollar habilidades, como práctica.



- Resolver problemas como habilidad: Resolver un problema rutinario es una habilidad superior.

- Resolver un problema es hacer matemática: Consiste en creer que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática es realmente consiste problemas y soluciones.

Para Polya (1983, cap. 2 p.16) la matemática como una actividad se evidencia en la siguiente cita:

*Para un matemático, que es activo en la investigación, la matemática puede aparecer algunas veces como un juego de imaginación: hay que imaginar un teorema matemático antes de probarlo; hay que imaginar la idea de la prueba antes de ponerla en práctica. Los aspectos matemáticos son primero imaginados y luego probados, y casi todos los pasajes de este libro están destinados a mostrar que éste es el procedimiento normal. Si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el descubrimiento en matemática, a los estudiantes se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel.*

Estas palabras hacen pensar en la labor como docentes que en muchas ocasiones nos convertimos en transmisores de contenidos y no vamos más allá de lo que el estudiante puede hacer con ese conocimiento convirtiéndolo en algo práctico y útil para su vida.

Otro gran matemático que ha hecho muy buenos aportes en la matemática es Schoenfeld (1992) quien da una serie de opiniones sobre el término “resolución de problemas”:

a. Se necesita mucha más claridad sobre el significado del término *resolución de problemas*, que ha funcionado como un paraguas bajo el cual tipos radicalmente distintos de investigación han sido conducidos.

b. Con relación a los *recursos*, resta elaborar una interacción dinámica entre los recursos y otros aspectos del comportamiento al resolver problemas, es decir, analizar cómo interactúan los recursos con las estrategias, las creencias y las prácticas.



c. Con relación a las *heurísticas o estrategias*, mucho del trabajo teórico ya ha sido hecho, pero los temas que quedan pendientes tienen más que ver con la práctica y la implementación.

d. Con respecto a las *concepciones y creencias*, este campo ha re-emergido como foco de

Investigación y necesita una concentración de la atención. Está poco conceptualizado y necesita simultáneamente nuevas metodologías y nuevos marcos explicativos.

f. Con respecto a las *prácticas* y a los significados a través de los cuales son aprendidas, su

Importancia parece haber sido reconocida, pero lo único que se ofrece para explicarla es un pequeño número de bien descritos estudios de casos.

Desde la resolución de problemas entra en juego el pensamiento matemático y entre ellos el aleatorio. A partir de los estudios de Piaget e Inhelder (1951) citado por Roa, la adquisición de las ideas de aleatoriedad y probabilidad, del razonamiento combinatorio de la intuición de la frecuencia relativa, distribución y convergencia, así como de la capacidad de cuantificación de probabilidades ha sido analizada en los niños desde sus primeros años a la adolescencia, determinándose, en consecuencia, diferentes etapas en el desarrollo del razonamiento probabilístico. Otros autores han estudiado también la influencia de creencias previas y concepciones animistas de los niños sobre su capacidad de percepción de lo aleatorio. La importancia que estos trabajos tienen para los profesores es que permiten seleccionar de una forma racional el tipo de tareas probabilísticas que podemos proponer a nuestros alumnos en función de su edad. Los instrumentos de evaluación construidos en estas investigaciones son también útiles para valorar los conocimientos y modos de razonamientos de nuestros alumnos.

Para el MEN (2008) la solución de problemas es entendida es entendida como

*la capacidad de aplicar estrategias de solución de problemas de manera intencional, tanto en situaciones donde el problema y la solución deseada son claramente evidentes o en situaciones donde el problema y la solución deseada son menos evidentes, como en situaciones donde se requiere de pensamiento crítico y acercamiento creativo para lograr una salida.*



El gobierno ha implementado diversas estrategias que permitan el desarrollo de las competencias matemáticas como el programa de todos aprender, se han logrado algunos resultados, sin embargo, no han sido los mejores. En Latinoamérica también se han hecho varios estudios relacionados con el tema; pero seguimos siendo de los países con peores competencias matemáticas en el momento de presentar las pruebas conocimiento.

Con este trabajo de investigación se pretende que los estudiantes de los grados sexto y séptimo cuenten con las herramientas necesarias para la resolución de problemas en el tema de combinatoria y que tengan un concepto claro de la aplicación del tema en sus contextos.

La pregunta de investigación es:

**¿Cómo aprenden combinatoria los estudiantes de los grados sexto y séptimo a partir de la resolución de problemas?**



## 2. JUSTIFICACIÓN

La principal razón del estudio de la estadística es que los fenómenos aleatorios tienen una fuerte presencia en nuestro entorno. Tradicionalmente, la mayoría de las aplicaciones mostradas en el estudio de la probabilidad se refieren al campo de los juegos de azar, porque éste es familiar e interesante para los alumnos y porque los espacios muestrales en estas aplicaciones son finitos. Sin embargo, si queremos que el alumno valore el papel de la probabilidad y estadística, es importante que los ejemplos que mostramos en la clase hagan ver de la forma más amplia posible esta fenomenología, e incluyan aplicaciones de su mundo biológico, físico, social y político, como las descritas en Tanur (1989) citado por Roa. Sin renunciar a los juegos de azar, aplicaciones como las características genéticas, la previsión atmosférica, el resultado de las elecciones, el crecimiento de la población, la extinción de las especies, el efecto del tabaco o drogas sobre la salud, la extensión de epidemias, los resultados deportivos, el índice de precios o el censo de la población son cercanas a los intereses de los alumnos.

El pensamiento aleatorio, corresponde a la representación, lectura e interpretación de datos en contexto; el análisis de diversas formas de representación de información numérica, el análisis cualitativo de regularidades, de tendencias, y la formulación de inferencias y argumentos usando medidas de tendencia central y de dispersión; y por el reconocimiento, descripción y análisis de eventos aleatorios.

Para el MEN (2013) el pensamiento aleatorio según los estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, también llamado probabilístico o estocástico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a suceder.

Este trabajo toma importancia si se aplican las estrategias adecuadas y se buscan situaciones problemas donde se puedan aplicar los pasos dados por los matemáticos; Polya (1983), Schoenfeld (1992) y Guzmán (1991), para que los estudiantes desarrollen las habilidades apropiadas al enfrentarse a este tipo de problemas y los puedan aplicar a sus contextos.



### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 Objetivo general**

Reconocer el aprendizaje de combinatoria que logran los estudiantes de grado sexto y séptimo a partir de la implementación de la resolución de problemas.

#### **3.2 Objetivos específicos**

- Identificar los conocimientos previos de los estudiantes sobre combinatoria.
- Analizar las estrategias utilizadas por los estudiantes de los grados sexto y séptimo, para resolver problemas sobre combinatoria.
- Identificar el aporte de la resolución de problemas en el aprendizaje de combinatoria en estudiantes de grado sexto y séptimo





## 4. ANTECEDENTES

Son muchos, los estudios realizados en matemáticas que buscan mejorar las estrategias para la resolución de problemas

de resolución de problemas; entre estas investigaciones podemos mencionar algunas:

### 4.1 Con relación a la resolución de problemas

#### 1. La resolución de problemas. Una revisión teórica, Blanco (1996)

Desde la antigüedad los matemáticos se han preocupado por la naturaleza de los métodos empleados en la resolución de problemas. Para el presente artículo la definición del problema según Bransford y Stein “es un obstáculo que separa la situación actual de una meta deseada; resolver un problema consiste en pasar de una situación a otra”.

Las operaciones útiles para la solución de problemas se llaman estrategias heurísticas y aquellas preguntas, pautas o indicaciones dirigidas a centrar la atención del resolutor sobre ciertos aspectos del problema, suelen denominarse sugerencias heurísticas.

Se acostumbra llamar modelo de resolución de problemas a una doctrina que clasifica y analiza las fases del proceso de resolución de problemas, las sugerencias, estrategias heurísticas y los distintos aspectos de orden cognoscitivo, emocional, cultural, científico, etc.; que intervienen en el proceso.

No es hasta finales del siglo xix cuando la psicología inicia el estudio sistemático de los procesos de invención. Dewey formula en 1888 un modelo de resolución de problemas que se mantuvo vigente durante mucho tiempo, según él las fases del proceso serían:

1. Identificación de la situación problemática.
2. Definición precisa del problema.
3. Análisis medios- fines- plan de solución.
4. Ejecución del plan.



5. Asunción de las consecuencias.

6. Evaluación de la solución. Supervisión. Generalización.

Este artículo permite tener una idea clara de los pasos que se deben tener en cuenta para resolver una situación matemática y da pautas para las estrategias que se van a manejar en esta investigación.

## **2. La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la eso, un ejemplo concreto; Pifarré, Manoli y Sanuy & Jaume (2001)**

Esta investigación pretendió aportar nuevos datos sobre cómo abordar la enseñanza-aprendizaje de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la enseñanza secundaria obligatoria. De este modo, este estudio centra sus esfuerzos en diseñar e implementar un proceso de enseñanza que amplíe y mejore el repertorio de estrategias de los alumnos de eso para resolver problemas en un campo específico: La propuesta de enseñanza-aprendizaje de este estudio se aplicó en el IES Ronda de la ciudad de Lleida con alumnos de 3º de eso. La selección de este nivel educativo se realizó porque, en el proyecto curricular de dicho centro, el contenido de la proporcionalidad está ubicado en este nivel. El tiempo utilizado para la realización de la propuesta didáctica se ajustó al tiempo programado por el Departamento de Matemáticas del centro, un trimestre académico la proporcionalidad. En esta investigación se tuvieron en cuenta cuatro categorías cognitivas que, en líneas generales, corresponden a las estrategias trabajadas en la guía *Hojas para pensar el problema* y que pretenden describir las diferentes acciones que realizan los alumnos para resolver el problema.

Las categorías utilizadas son las siguientes:

– *Análisis*. El alumno divide el problema en componentes más básicos, examina y busca las relaciones entre los diferentes elementos. El alumno realiza acciones como: leer, releer, seleccionar datos, anotar datos del enunciado, representar datos del enunciado.

– *Planificación*. El alumno organiza el proceso de resolución del problema. Se realizan acciones como: seleccionar la estrategia general de resolución del problema; tantear o explorar posibles acciones para resolver el problema; explicitar un conjunto de procedimientos ordenados a ejecutar; organizar los datos o las acciones que realizará para resolver el problema.



*Ejecución.* El alumno realiza un conjunto de acciones y de procedimientos matemáticos para resolver el problema. El alumno realiza acciones como: ejecutar un procedimiento matemático (correcto o incorrecto), realizar cálculos, introducir o copiar datos.

– *Revisión.* El alumno realiza acciones para controlar, revisar la validez del proceso de resolución o de los resultados que va obteniendo y detectar posibles errores. El alumno realiza acciones como: cuestionar verbalmente la validez de algún resultado o del procedimiento de resolución; buscar errores de forma poco sistemática; revisar de manera sistemática los datos introducidos, los procedimientos de resolución utilizados y los cálculos matemáticos realizados.

Este trabajo también ha analizado en qué acciones, para resolver el problema, el alumno presenta procesos meta cognitivos con la categoría meta cognición.

Con este trabajo se pudo llegar a mostrar la posibilidad de mejorar las estrategias para resolver problemas de los alumnos de eso y la incidencia positiva que este aprendizaje tiene en su rendimiento en el área de las matemáticas.

También mostró una incidencia positiva, en el aprendizaje de los alumnos, de cuatro elementos de la propuesta didáctica analizada que deben estar presentes en el diseño de propuestas de enseñanza-aprendizaje que tengan como objetivo mejorar el proceso y las estrategias para resolver problemas matemáticos de los alumnos de eso:

- a) contextualizar los problemas a resolver por el alumno en situaciones cotidianas de su Entorno
- b) utilizar métodos de enseñanza que hagan visibles las acciones para resolver un problema, proceso poco conocido desde el punto de vista del alumno.
- c) diseñar diferentes tipos de materiales didácticos que guíen la selección, la organización, la gestión y el control de los diferentes procedimientos para resolver un problema; y
- d) crear espacios de discusión y de reflexión alrededor de este proceso como, por ejemplo, el trabajo en pequeños grupos o en parejas.

Este trabajo es de gran importancia ya que analiza las diferentes estrategias que se deben tener en cuenta en el momento de resolver situaciones matemáticas.



### 3. La educación matemática: El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje;

**Vilanova, Rocero, Valdez, Olivar, Vecino, Medina, Astiz, Alvarez. (2001)**

Este artículo nos dice que la resolución de problemas es un proceso que debe penetrar todo el diseño curricular y proveer el contexto en el cual los conceptos y las actitudes pueden ser aprendidos. La habilidad de plantear y resolver problemas con una variedad de estrategias y recursos, aparece no sólo como contenido procedimental, sino también como una de las bases del enfoque general con que han de trabajarse los contenidos de Matemática e situándose como un aspecto central en la enseñanza y el aprendizaje en esta área.

Según el artículo la idea de la enseñanza de la matemática que surge de esta concepción es que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas. Estas situaciones requieren de un pensamiento creativo, que permita conjeturar y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a través de la reflexión crítica y la argumentación.

Según estos autores hay que enseñar a partir de la resolución de problemas, tal como lo plantea Polya (1983), se vuelve difícil para los docentes por tres razones diferentes:

1. Matemáticamente, porque los docentes deben poder percibir las implicaciones de las diferentes aproximaciones que realizan los alumnos, darse cuenta si pueden ser fructíferas o no, y qué podrían hacer en lugar de eso.

2. Pedagógicamente, porque el docente debe decidir cuándo intervenir, qué sugerencias ayudarán a los estudiantes, sin impedir que la resolución siga quedando en sus manos, y realizar esto para cada alumno o grupo de alumnos de la clase.

3. Personalmente, porque el docente estará a menudo en la posición (inusual e incómoda para muchos profesores) de *no saber*. Trabajar bien sin saber todas las respuestas, requiere experiencia, confianza y autoestima.

Por otra parte, distintos autores señalan que existe una urgente necesidad de proveer a los

Docentes con mayor información acerca de “cómo enseñar a través de la resolución de problemas”, destacándose tres aspectos principales a profundizar en la investigación:



1. El rol del docente en una clase centrada en la resolución de problemas: poca literatura relacionada con la investigación en la enseñanza a través de la resolución de problemas discute la especificidad del rol del docente.

2. Lo que realmente ocurre en las clases centradas en la resolución de problemas: no hay

Una descripción adecuada de lo que realmente ocurre en estas clases, a pesar de existir largas listas sobre los comportamientos de los docentes, sobre los comportamientos de los alumnos, sobre sus interacciones y la clase de atmósfera que existe.

3. La investigación debe centrarse en los grupos y las clases como un todo, y no en los

Individuos aislados: gran parte de lo investigado en resolución de problemas matemáticos se ha centrado en los procesos de pensamiento usados por los individuos mientras resuelven problemas.

Como conclusión; la enseñanza debería ser encarada como una comprensión conceptual más que como un mero desarrollo mecánico de habilidades, que desarrolle en los estudiantes la habilidad de aplicar los contenidos que han aprendido con flexibilidad y criterio. Debería también proveer a los alumnos de la oportunidad de explicar un amplio rango de problemas y situaciones problemáticas, que vayan desde los ejercicios hasta los problemas abiertos y situaciones de exploración, ayudando a desarrollar “un punto de vista matemático.

Este artículo permite tener una visión de las estrategias que pueden permitir el desarrollo de habilidades y destrezas del presente trabajo de investigación.

#### **4. La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica; Trigo (s.f)**

Este artículo enfatiza la importancia del desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes; es allí donde se adquieran los caminos, estrategias, recursos y una disposición para involucrarse en actividades que reflejen el quehacer matemático. Es decir, se reconoce la importancia de relacionar el proceso de desarrollar la disciplina con el aprendizaje o construcción del conocimiento matemático.



También explica lo que es para ellos a pensar matemáticamente: desarrollar un punto de vista matemático –que valore el proceso de mate- matización y abstracción y tener la predilección de aplicarlos, y desarrollar una competencia con las herramientas de trabajo, y usarlas en el servicio de la meta de aprender estructuras –desarrollo del sentido matemático (Schoenfeld, 1994, p.60). Así el reto en la instrucción matemática es crear condiciones para generar un ambiente que refleje los valores propios de la práctica o actividad matemática. En este artículo se hace la siguiente pregunta: ¿Qué condiciones son necesarias y favorecen el desarrollo de los valores del quehacer de la disciplina en los estudiantes?

Para la respuesta se toma a Schoenfeld (1992) donde plantea que:

*Para desarrollar los hábitos matemáticos apropiados y disposiciones de interpretación y encontrar sentido [a las ideas matemáticas] también como los modos apropiados de pensamiento matemático- las comunidades de práctica en la cual ellos [los estudiantes] aprenden matemáticas deben reflejar y promover esas formas de pensamiento. Es decir, los salones de clase deben ser comunidades en los cuales el sentido matemático. Otro elemento relevante asociado con los principios de la resolución de problemas se relaciona con la forma en que se conceptualiza la disciplina.*

Este trabajo es de gran importancia ya que va a permitir escoger los problemas más Efectivos para el desarrollo de la investigación ya que va a permitir obtener mejores resultados.

## **5. La resolución de problemas: una visión Histórico-didáctica, Sigarreta, Rodriguez y Ruesga, (2006)**

Este artículo aborda la evolución de la resolución de problemas matemáticos desde una perspectiva histórico -didáctica, tomando como guía cuatro etapas fundamentales: la Antigüedad, partiendo desde el 2000 antes de cristo hasta la caída del Imperio Romano en el siglo V n. e; se sigue con la Edad Media, hasta el siglo XV; luego la Era Moderna, que finaliza con la alborada del siglo XX; y se concluye en la época Contemporánea.



Esta investigación también menciona que la resolución de problemas matemáticos siempre ha sido el corazón de la actividad matemática. Su evolución histórica revela la plena relación que ha tenido esta actividad con la enseñanza -aprendizaje de la propia Matemática.

En esta investigación se pone de manifiesto que la didáctica de la resolución de problemas matemáticos y en general la Didáctica de la Matemática es una disciplina científica en plena formación.

Este artículo va a permitir tener una idea clara de cómo ha cambiado el manejo y la solución de problemas matemáticos a través de la historia.

#### **6. Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? el realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes; Alsina (2007)**

El objetivo de este artículo fue el de realizar una reflexión sobre la realidad como referente para nuestra actuación docente, prestando especial atención a las falsas realidades tan presentes aún en nuestra enseñanza e indicando las características deseables del realismo educativo. Gran parte del tiempo dedicado a la enseñanza de la matemática se dedica a la resolución de ejercicios rutinarios alejados de la vida cotidiana. El artículo ejemplifica con ejercicios extraídos de libros de texto la tendencia hacia problemas muy alejados de la realidad y de la vida cotidiana y que por tanto no permiten acercar el interés de los estudiantes hacia la disciplina. Finalmente propone diez problemas ejemplares que permiten mostrar a la matemática como útil para la interpretación y modelización de la realidad, capaz de sorprender y emocionar y necesaria para la toma de decisiones ciudadanas.

En este artículo se presenta la siguiente pregunta ¿Cómo crear contextos adecuados para poder enseñar matematizando? [...] necesitamos problemas matemáticos que tengan un contexto significativo para los estudiantes. En esta investigación se da una definición de matematización como el proceso de trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, debiéndose realizar dicho trabajo en dos direcciones opuestas: a partir del contexto deben crearse esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas..., y trabajando entonces matemáticamente hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado.



Este trabajo le pone prestar especial atención al desarrollo de grandes competencias o habilidades tales como el pensar matemáticamente, saber argumentar, saber representar y comunicar, saber resolver, saber usar técnicas matemáticas e instrumentos... pero también saber modelar. Aprender a modelar es saber estructurar el contexto, matematizar y reinterpretar los resultados de esta matematización, revisar el modelo, modificarlo, etcétera.

## **7. La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas** **López, García y Jáuregui (2008)**

Esta investigación tiene que ver con el diseño de problemas o tareas que resulten útiles en la enseñanza de las matemáticas, al igual que la implementación de una forma de instrucción que combine el trabajo colectivo de los estudiantes, en pequeños grupos y en toda la clase, con el individual. Este trabajo forma parte de un estudio amplio que se lleva a cabo en el estado de Michoacán como parte del proyecto de investigación sobre la implementación de un conjunto de tareas en las que se promueve la participación de los estudiantes de bachillerato aplicados en sesiones de dos horas de clase.

El desarrollo del proyecto consta de tres etapas:

Etapa de aplicación. Ésta tiene que ver con la instrucción. Varias propuestas curriculares coinciden en señalar la conveniencia de utilizar formas de instrucción que combinen el trabajo colectivo de los estudiantes, en pequeños grupos y en el grupo completo, con el individual, cuya base teórica y metodológica está asociada al aprendizaje cooperativo de Hagelgans (1995).

En este contexto, se utilizará la forma particular de instrucción propuesta por Sepúlveda y Santos (2006, p. 1394), la cual consta de cinco pasos:

Actividad previa. El profesor da al grupo una breve introducción a la tarea, con el propósito de ubicar a los estudiantes en contextos similares al de la tarea; destacando la importancia que representa su participación en el desarrollo de la sesión.

Trabajo en equipos. Los estudiantes se organizan en equipos de tres, procurando que en cada uno haya estudiantes con distintos niveles de desempeño que tengan la posibilidad de interactuar entre ellos y los demás equipos, así como de expresar y comunicar sus ideas. Al concluir el periodo de tiempo asignado al trabajo por equipos, cada uno de ellos entrega su informe de solución.





Presentaciones. Cada equipo presenta a toda la clase su solución a la tarea, permitiendo que los miembros de los demás equipos pregunten libremente a quienes exponen.

Discusión colectiva. El profesor promueve la discusión colectiva entre los estudiantes, con la idea de analizar ventajas y desventajas de los diferentes métodos de solución presentados y, cuando es necesario, realiza una sistematización de las ideas e identifica posibles extensiones del problema.

Trabajo individual. Enseguida, a partir de la discusión colectiva, los estudiantes tienen la posibilidad de volver a la actividad y aplicar los nuevos entendimientos que se generaron como producto de la interacción y abordan individualmente la tarea.

Etapa de entrevistas. Como resultado de la observación del trabajo en equipos, de las presentaciones y de la discusión colectiva, se entrevistó a algunos estudiantes que mostraron un comportamiento de interés para la investigación. Las entrevistas fueron del tipo no estructurada y se abordan aspectos en los que los estudiantes tuvieron dificultad o bien, en los que mostraron ideas relevantes que parecía pertinente explorar.

Etapa de análisis. Interesa distinguir si hay una evolución en el nivel de entendimiento de los estudiantes, así como identificar los momentos cruciales que contribuyeron a ese cambio. El análisis se realizó en tres partes.

Primera: se analizan el trabajo de los estudiantes en pequeños grupos, los cambios en las interpretaciones de los problemas, el tipo de cantidades y relaciones que utilizaron, el tipo de razonamiento matemático y expresiones de generalización.

Segunda: se enfoca en describir las variaciones en los diferentes modelos que desarrollaron los estudiantes en cada tarea como resultado del uso de distintas representaciones de los problemas.

Tercera: se analizan las transcripciones de los equipos que contribuyeron con ideas para la solución de los problemas, así como de los estudiantes que participaron en la discusión durante las presentaciones o en las entrevistas.

Las fuentes de información para el análisis son: *a)* los informes escritos de los estudiantes, tanto del trabajo en equipos como del individual; *b)* las transcripciones de las grabaciones de audio y video realizadas; y *c)* las observaciones de los investigadores. En las sesiones hubo grabación de audio y video, de modo que las copias del trabajo de los estudiantes, los informes del trabajo de campo y las transcripciones de las discusiones en equipos y en el grupo completo



conforman el cuerpo de datos de nuestro estudio. Para organizar a los estudiantes en equipos de tres, denominados por las letras A, B, C, etc., se tomaron en consideración: el desempeño mostrado durante las primeras sesiones, antes de la aplicación de las tareas, su comportamiento en el grupo y las opiniones expresadas por sus anteriores profesores de matemáticas

En este trabajo también se mencionan las principales dificultades que se presentaron durante la implementación, algunas de ellas quizás insalvables, fueron: mantener el interés de los integrantes de los equipos cuando trabajaron en pequeños grupos; las deficiencias en el manejo de lenguaje por parte de los estudiantes (dificultad intrínseca en el proceso de aprendizaje); habituarse a la forma de trabajo propuesta, que involucra varios escenarios de aprendizaje, lo cual puede inhibir la participación de los estudiantes, pues rompe con las creencias que tienen sobre lo que es la matemática y los papeles que deben desempeñar tanto ellos como el profesor.

Esta investigación da muy buenas pautas para la elaboración y metodología que se debe implementar en el aula de clase.

#### **8. Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos de 6to. Grado de primaria, Laya (2009)**

Esta investigación tuvo como finalidad comprender mejor los factores que intervienen en la resolución; la fase que estamos reportando parte de considerar que la calificación obtenida en una prueba brinda información limitada sobre el desempeño del estudiante, profundizar en sus estrategias nos acerca a sus procesos de aprendizaje; esta investigación considera que es de vital importancia un acercamiento más profundo a las respuestas de los alumnos; la pregunta de este trabajo fue ¿ por qué los alumnos fallan al resolver cierto tipo de problemas y en otros no y cuáles son los factores que entran en juego?. En este trabajo también se hizo la pregunta sobre ¿que los tipos de problemas y sus incógnitas y sobre la manera como los niños las entienden?, dado que mientras los alumnos resolvían la prueba, se observaron diferentes factores que pueden favorecer u obstaculizar el proceso de resolución, por ejemplo el hecho de que algunas preguntas no eran cabalmente comprendidas.

Para el sistema educativo mexicano resultan relevantes los estudios que se emprendan en torno a esta temática, debido a que los resultados arrojados por diversas evaluaciones –excale,



enlace, pisa- dan cuenta de las profundas carencias de una gran cantidad de niños mexicanos en torno a competencias a temáticas; que no sólo son fundamentales para un buen desempeño escolar; sino que resultan básicas para un desempeño adecuado en otros ámbitos de la vida.

Estos resultados exigen a investigadores, autoridades educativas, docentes y padres de familia, buscar diferentes alternativas para atender las necesidades educativas de los alumnos y poder hacer frente al problema que enfrentamos en la enseñanza el aprendizaje de esta disciplina.

El mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas son situaciones. En fin, las habilidades matemáticas forman parte de las herramientas esenciales para el buen funcionamiento en la sociedad y el lugar de trabajo y para anticipar en un diálogo efectivo con otros.

En esta investigación se utilizó un diseño mixto. Por un lado, recurrimos al enfoque cualitativo, a través de la entrevista, que permitió una aproximación a los métodos de resolución que utilizan los niños, en sus propias palabras, tarea que difícilmente un profesor puede retomar niño por niño, después de haber aplicado un examen y que ayuda enormemente a saber realmente cómo se enfrentan los niños a una tarea de esta naturaleza. Por su parte, el enfoque cuantitativo facilitó conocer y comparar con mayor precisión los diferentes recursos y estrategias que utilizan los alumnos para resolver un problema. Dicho enfoque permitió compaginar la información obtenida de las entrevistas cualitativas y proporcionar un análisis más completo, al permitir cruzar la información recuperada de los alumnos, por variable y por problema.

El estudio reveló que los conocimientos previos son herramientas claves para el éxito en la resolución de problemas, especialmente en aquellos que demandan la aplicación de conceptos específicos –como los de geometría: área y perímetro-, en cuyo caso los vacíos conceptuales obstaculizaron la obtención de respuestas correctas. Estos resultados indican que, en torno a los problemas más difíciles, los alumnos que dominaban los conceptos y nociones matemáticas necesarias mostraron éxito en la resolución de los mismos, llegando a reportar más de 74 puntos porcentuales de diferencia con quienes se hallaban en la situación contraria.

Estos hallazgos le permiten al autor dimensionar la importancia que tiene la comprensión para la solución de problemas; dando como principal recomendación la necesidad de que los maestros sean conscientes de la trascendencia de este paso e intensifiquen las estrategias pedagógicas para



impulsarlo, prestando mayor importancia a la lectura y a las inferencias a partir de las situaciones planteadas.

El autor también destaca la importancia del diálogo entre compañeros; al mismo tiempo, es imprescindible combatir algunas creencias prevalecientes tales como: la idea de que los problemas matemáticos tienen solo una respuesta correcta y una única manera de arribar a sus soluciones.

Esta investigación le da gran importancia al trabajo en equipo, permitiendo el diseño de estrategias en el momento de plantear el trabajo de campo.

### **9. Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos, Pérez, Ramírez (2011)**

El estudio realizado es una investigación documental, apoyada en la revisión de fuentes bibliográficas relacionadas con el tema en referencia, a partir de las cuales se realizó un análisis cualitativo de la información con la finalidad de identificar los aportes que diferentes autores han realizado como producto de sus investigaciones en el área.

Con relación a la resolución de problemas se dice que estos constituyen el centro de la matemática, también señalan que con frecuencia los docentes trabajan con sus estudiantes ejercicios rutinarios, mecánicos que distan mucho de estimular los procesos cognoscitivos necesarios entre los estudiantes. Por esta razón es importante que los docentes conozcan lo que representa realmente un problema, las taxonomías que existen al respecto, sus características, etapas de resolución, así como también sobre las estrategias para su enseñanza, de manera que puedan crear enunciados creativos, originales y variados que constituyan un reto para los estudiantes.

Este trabajo permite tener en cuenta una serie de recomendaciones en el momento de elaborar los diferentes talleres que serán aplicados a los estudiantes con relación a los problemas matemáticos

### **10. Estrategias de solución de problemas matemáticos en estudiantes preuniversitarios Hernández (2013)**



El objetivo de esta investigación fue el de describir el proceso de solución de problemas dirigido a estudiantes de nivel preuniversitario, quienes realizan cursos de iniciación para obtener ingreso a la universidad, en carreras administrativas y tecnológicas de la Universidad Simón Bolívar. Esto está planificado para analizar el proceso de solución de problemas matemáticos de los estudiantes, el rol del docente en este proceso y el tipo de problemas que deben resolver estos estudiantes.

La investigación es descriptiva y exploratoria, Para ello, se propone que los estudiantes actúen como resolvedores de problemas esto es, que desarrollen o consoliden sus habilidades y destrezas en la comprensión y solución de los problemas. Y que el docente desarrolle estrategias didácticas para apoyar este proceso.

Según este trabajo los estudiantes se iniciaron en la estrategia resolución de problemas y por la carencia de recursos cognitivos y otros factores no llegaron a desarrollar el modelo de Polya; también pudieron observar que previo a la aplicación de la estrategia de resolución de problemas los estudiantes utilizaron el ensayo y error como su estrategia didáctica para dar respuesta al problema.

También se recomienda la elaboración de un banco de problemas resueltos por los estudiantes que permite apoyar la comprensión del problema e ilustrar las distintas estrategias que pueden usarse para resolver un mismo problema.

## **11. Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos, Llivina; (1999)**

En esta tesis de doctorado la resolución de problemas matemáticos se caracteriza como una capacidad específica que se desarrolla a través del proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática y que se configura en la personalidad del individuo al sistematizar, con determinada calidad y haciendo uso de la meta- cognición, acciones y conocimientos que participan en la resolución de estos problemas.

En esta investigación se concretan los resultados teóricos en una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos, que con un enfoque perso- lógico considera como un sistema los componentes del proceso docente



– educativo. La población objeto de estudio la componen todos los estudiantes de 7<sup>0</sup> de las escuelas secundarias de la Isla de la Juventud (1087).

Fue un estudio exploratorio, donde se aplicó una Prueba Pedagógica que consiste en La realización del estudio exploratorio permitiendo validar en la práctica la metodología para evaluar el estado de la capacidad para resolver problemas matemáticos, mostrando los aspectos a favor y en contra de la misma a los efectos de la investigación.

## **12. Desarrollo de la competencia de resolución de problemas desde una didáctica con enfoque meta-cognitivo, Iriarte (2011)**

Este colombiano en su investigación nos habla de que las estrategias didácticas direccionadas cumplen los con objetivos de que los estudiantes sean sujetos activos en el proceso de aprender, a reflexionar sobre su propio aprendizaje; para llega a tener aprendizajes significativos. Alberto también menciona que el tema de la resolución de problemas ha tomado mucha fuerza en el campo investigativo, debido a la importancia que este tiene en el desarrollo de las competencias para la vida; para la investigación lo más importante es que los problemas sean contextualizados y tener un muy buen material didáctico para el desarrollo de las clases. En el presente artículo de investigación, se muestra la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque meta -cognitivo en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos en estudiantes de quinto grado de básica primaria. El diseño metodológico utilizado fue cuasi-experimental con cuatro grupos; la intervención se realizó en cuatro fases, poniendo en práctica la instrucción directa, el modelado meta -cognitivo, la práctica guiada y el aprendizaje cooperativo. Se realizaron comparaciones intragrupos e intergrupos estableciéndose diferencias estadísticas significativas, que corroboraron la efectividad de las estrategias aplicadas.

El objetivo general pretendía determinar la influencia de la implementación de estrategias didácticas con enfoque meta-cognitivo produjo una mejora en la resolución de problemas matemáticos contextualizados.

La valoración de diferencias estadísticas significativas, de los grupos experimentales, intra-grupo e inter-grupos indica que el programa basado en estrategias didácticas con enfoque meta -



cognitivo produjo efectos positivos en la variable competencia de resolución de problemas. Estos efectos se produjeron en el sentido esperado: En el pre -test el grupo control B y el experimental A, no obtuvieron diferencias significativas, en el pos -test el grupo experimental A obtuvo una importante mejora superando al grupo control. A su vez, la comparación del pos -test entre el grupo experimental C y el control D, muestra que el Grupo experimental supera significativamente al grupo control, corroborándose que el programa de intervención sí da resultado. Se comprueba entonces lo planteado por Schoenfeld (1985) el manejo de Estrategias meta -cognitivas caracterizada por la toma de conciencia mental de las estrategias necesarias utilizadas al resolver un problema, para planear, monitorear, regular o controlar el proceso mental de sí mismo, hace parte fundamental en el proceso de resolución de problemas; es decir, no basta con tener los conocimientos declarativos claros y estrategias cognoscitivas acordes para realizar el proceso de resolución de problemas, sino que es inminentemente necesario poner en práctica la planeación, el monitoreo y la comprobación de resultados con el fin de resolver diferentes problemas contextualizados dentro del área de matemática o fuera de ella; el programa de intervención realizado en esta investigación aporta en gran medida a este tipo de estrategias, dando resultados favorables en el desarrollo de la competencia resolución de problemas en matemática dentro de un contexto de la vida cotidiana.

A su vez, se comprueba que en la resolución de problemas se distinguen cuatro fases: análisis, exploración, ejecución y comprobación, que son indispensables en la resolución de problemas. según Schoenfeld (1985), estas están acordes con las estrategias cognitivas desarrolladas en el programa de intervención (Entender y analizar el problema; Planificar una estrategia para resolver el problema; Organizar los datos y el plan de resolución en un organizador de información; Resolver el problema); cuando se entiende y analiza el problema se está en la fase de análisis; al planificar, organizar los datos se refiere entonces a la fase de exploración y cuando se aplican las diferentes estrategias planeadas utilizando las operaciones pertinentes se está en la fase de ejecución ;sin embargo la etapa de comprobación, ya se refiere a las estrategias meta -cognitivas que se ponen en juego a los largo del proceso de aplicación de las estrategias cognitivas, es aquí donde se evidencia que la auto -instrucción, el auto -monitoreo y la comprobación durante todas las etapas de la resolución de problemas permiten que se movilicen diferentes estrategias de tipo meta -cognitivo que coadyuvan en el desarrollo de la competencia





resolución de problemas; caracterizada por desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas ( icfes 2007).

Cada una de las fases inspirada en la filosofía de la transferencia gradual del control del aprendizaje (Mateos, 2001), concibe al docente en el rol de modelo y guía de la actividad cognitiva y meta -cognitiva del estudiante, llevándolo poco a poco a participar de un nivel creciente de competencia y, al mismo tiempo, retirando paulatinamente el apoyo que proporciona hasta dejar el control del proceso en manos del estudiante. Por tanto, la aplicación de la propuesta mediante las fases de Instrucción directa, modelado meta -cognitivo, práctica guiada y aprendizaje cooperativo o práctica cooperativa, influyó de manera positiva en el desarrollo de la competencia resolución de problemas matemáticos contextualizados de los estudiantes.

Esta investigación me va a permitir tomar las propuestas del matemático Schoenfeld para la resolución de problemas.

### **13. Estrategias de aprendizaje en matemáticas que emplean los estudiantes, *Barrios (s.f)***

La presente investigación afirma que los estudiantes no emplean estrategias de aprendizaje, solo recurren a técnicas para resolver los problemas; estos poseen un meta -conocimiento poco reflexivo.

Este estudio pretendió explorar las estrategias de aprendizaje que emplean los estudiantes universitarios en la asignatura de Matemáticas I, pertenecientes a los programas de ingeniería y tecnología de la Universidad Tecnológica de Pereira. Su diseño es descriptivo-exploratorio, y se enmarca en una lógica cualitativa, debido al tipo de información que se obtiene, la cual emerge de las categorías. La unidad de análisis estuvo conformada por 10 estudiantes de primer semestre de la Universidad Tecnológica de Pereira, quienes durante el semestre anterior habían cursado y perdido la asignatura de Matemáticas I, este grupo fue seleccionado intencionalmente debido a la necesidad institucional de explorar las estrategias que emplean los estudiantes con dificultades, aspecto que sesga y limita un poco el estudio. Los instrumentos utilizados fueron la entrevista semi-estructurada, la observación de una sesión de estudio y el auto informe. Para el análisis de la información se empleó el Atlas ti versión 5.0, herramienta informática que permite el manejo de datos cualitativos, sustentada en la teoría fundada. Con relación a los resultados se encontró que frente a la resolución de problemas como demanda de la tarea en Matemáticas I, los





estudiantes universitarios entrevistados no emplean estrategias de aprendizaje, la mayoría de ellos recurren al uso de técnicas para resolverlos, las cuales adquieren gracias a un entrenamiento técnico, sustentado en un aprendizaje asociativo. En relación con los componentes de una estrategia, los estudiantes poseen una meta -conocimiento poco reflexivo, tienen insuficientes conocimientos temáticos sobre el área, su motivación es extrínseca, y no hacen regulación y control de sus procesos de aprendizaje.

La pregunta de investigación a la que se pretende dar respuesta es la siguiente: ¿Cómo son las estrategias de aprendizaje que emplean los estudiantes de la Universidad Tecnológica de Pereira, en la materia de Matemáticas I? Y frente a ella se plantea como objetivo Reconocer las estrategias de aprendizaje que emplean los estudiantes de la Universidad Tecnológica de Pereira en la materia de matemáticas.

Se presenta el diseño metodológico empleado en la investigación, el cual involucra una revisión teórica inicial sobre las estrategias de aprendizaje, implementadas desde un saber específico, las matemáticas y exploradas a partir de tres instrumentos: la entrevista semiestructurada, la observación de una sesión de estudio y el auto informe.

En la investigación participaron 10 estudiantes de primer semestre inscritos al departamento de ciencias básicas de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Todos cursaron y perdieron, en el semestre anterior, la asignatura de Matemáticas I, y se encontraban realizando el curso nivelatoria de la misma. La participación de los estudiantes fue voluntaria. El grupo de estudiantes a los que se les ofreció participar en la investigación fue elegido con el interés de poder describir las estrategias que emplean para aprender las matemáticas, dadas sus características de bajo rendimiento académico. Con la idea de desarrollar, posterior a la investigación, propuestas para apoyar sus procesos de aprendizaje.

Esta búsqueda de antecedentes permite dar cuenta de la importancia que tienen las contribuciones del matemático Schoenfeld en todas estas investigaciones.



## 4.2 Con relación a la Combinatoria

Con respecto a esta categoría se han encontrado investigaciones muy importantes y recientes; se mencionarán algunas de ellas:

### 1. Una propuesta didáctica y su análisis; Salgado; Trigueros (2009)

Este artículo nos habla de las problemáticas que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas donde se pueden observar problemas debido a que los conceptos involucrados resultan a menudo complejos por su alto nivel de abstracción, también se han detectado problemas en el aprendizaje de los conceptos asociados al tema de conteo. Dos conceptos básicos de conteo son la ordenación y la combinación; se trata de diseñar y analizar una propuesta didáctica para el aprendizaje de las ordenaciones y combinaciones. El tema de conteo es muy amplio. En muchas ocasiones es necesario resolver problemas donde se involucra el conteo; este artículo nos indica como diseñar una descomposición genética que permitiera identificar las construcciones mentales de los alumnos cuando abordan este tipo de problemas.

En este artículo se estudian las preguntas de investigación: ¿Qué construcciones mentales necesitan realizar los alumnos para construir las nociones de ordenación y combinación? ¿Es posible diseñar una secuencia didáctica que permita lograr una mejor comprensión de estos conceptos por parte de los alumnos?

En esta investigación se tuvo en cuenta un artículo en inglés publicado en 1993, en el que se discuten los resultados de un experimento con niños de 7 a 12 años que no habían estudiado problemas que involucraran conteo. Se les plantearon seis problemas de combinatoria, tres en dos dimensiones y tres en tres dimensiones. Los niños tenían que encontrar todas las combinaciones posibles para vestir a osos de peluche con shorts y blusas de diferentes colores (dos dimensiones) y shorts, blusas y raquetas diferentes (tres dimensiones). Los niños tenían los osos, la ropa y las raquetas para que físicamente pudieran vestir a los osos. Se elaboraron tablas para comparar el uso de las estrategias en los distintos grupos de edades, el cambio de estrategia entre los problemas de dos dimensiones y los de tres dimensiones, los cambios al avanzar en los problemas y la solución de dos de los problemas en comparación con un grupo piloto. Se llegó a dos conclusiones importantes para la matemática educativa: la diversidad de estrategias que los



niños usan para resolver un problema y el potencial de los niños en el aprendizaje autónomo de conceptos de matemática discreta. La autora concluye que se necesita prestar mayor atención a la brecha que existe entre la habilidad actual que tienen los niños en matemáticas y lo que son capaces de lograr a través de la solución de problemas. Es necesario retar a los niños con problemas que no requieran recordar conceptos para resolver, sino más bien que necesiten procesos de pensamiento matemático que, por lo general, no se detectan en las clases tradicionales y deja abierta la clara necesidad de hacer más estudios sobre el tema de combinatoria.

La autora concluye que se necesita prestar mayor atención a la brecha que existe entre la habilidad actual que tienen los niños en matemáticas y lo que son capaces de lograr a través de la solución de problemas. Es necesario retar a los niños con problemas que no requieran recordar conceptos para resolver, sino más bien que necesiten procesos de pensamiento matemático que, por lo general, no se detectan en las clases tradicionales y deja abierta la clara necesidad de hacer más estudios sobre el tema de combinatoria.

En este trabajo se intenta contribuir a la investigación acerca de la forma en la que los alumnos enfrentan los problemas de conteo cuando se les enseña siguiendo una estrategia constructivista. En particular, nos interesa determinar si es posible diseñar una estrategia de enseñanza que permita a los alumnos aprender los conceptos de conteo de manera significativa, así como investigar cuáles son las estrategias que utilizan los alumnos cuando enfrentan problemas de conteo por primera vez y cómo evolucionan sus estrategias durante el proceso de enseñanza, además de señalar algunas de las dificultades que enfrentan los alumnos en la solución de este tipo de problemas.

En el análisis de los resultados de los alumnos se encuentran datos que muestran que han interiorizado las acciones de suma y enumeración de casos en un proceso en el que generalizan dichas acciones. Los alumnos poco a poco dejan de contar físicamente para introducir productos y, posteriormente, generalizan estos productos en fórmulas.

El trabajo didáctico que se realizó en este trabajo no supone ningún conocimiento previo por parte de los alumnos. Por lo tanto, la descomposición genética desarrollada para esta experiencia podría ser también de utilidad para diseñar didácticas específicas para esos niveles. Las series de



problemas que se diseñaron con base en la descomposición genética podrían utilizarse con alumnos de estos niveles. El análisis de la pertinencia, relevancia y efectividad de este diseño podría ser materia de una futura. Además, este tipo de problemas requiere estrategias que no son fáciles de generalizar, sino que se necesita una experiencia que permita identificar las posibilidades de elección dentro del problema y clasificarlas por tipos que se tratan de manera específica que permitiera identificar las construcciones mentales de los alumnos cuando abordan este tipo de problemas.

Este trabajo de investigación da pautas para saber escoger los problemas en el trabajo de campo sobre combinación.

## **2. ¿Hacia dónde va la educación estadística?; Batanero, (2000)**

El propósito de este artículo es hacer un breve resumen de la importancia de la estadística en la escuela en el ámbito internacional y reflexionar sobre la situación actual y perspectivas futuras de la educación estadística en el mundo y principalmente en España. Recientemente la estadística se ha incorporado, en forma generalizada, al currículo de matemáticas de la enseñanza primaria y secundaria y de las diferentes especialidades universitarias en la mayoría de países desarrollados; las razones de este interés hacia la enseñanza de la estadística han sido repetidamente señaladas por diversos autores, desde comienzos de la década de los ochenta. Por ejemplo, una definición de estadística dada por Holmes(1980) citado por Batanero es la siguiente.

*La estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos. Para orientarse en el mundo actual, ligado por las telecomunicaciones e interdependiente social, económica y políticamente, es preciso interpretar una amplia gama de información sobre los temas más variados.*

Batanero también habla de lo útil de la estadística para la vida profesional debido a que se emplea en todas áreas de estudio que precisan unos conocimientos básicos del tema; la estadística es indispensable en el estudio los fenómenos complejos, en los que hay que comenzar



por definir el objeto de estudio, y las variables relevantes, tomar datos de las mismas, interpretarlos y analizarlos. Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva; hemos de ser capaces de usar los datos cuantitativos para controlar nuestros juicios e interpretar los de los demás; es importante adquirir un sentido de los métodos y razonamientos que permiten transformar estos datos para resolver problemas de decisión y efectuar predicciones (Ottaviani, 1998).

En esta investigación tomaron en cuenta también los estudios de Piaget e Inhelder (1951), la adquisición de las ideas de aleatoriedad y probabilidad, del razonamiento combinatorio, de la intuición de la frecuencia relativa, distribución y convergencia, así como de la capacidad de cuantificación de probabilidades ha sido analizada en los niños desde sus primeros años a la adolescencia, determinándose, en consecuencia, diferentes etapas en el desarrollo del razonamiento probabilístico.

Batanero también plantea que el número de investigaciones sobre la didáctica de la estadística es aún muy escaso, en comparación con las existentes en otras ramas de las matemáticas. Por ello, no se conocen aun cuales son las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes. Sería también preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas.

El interés por la enseñanza de la estadística, dentro de la Educación Matemática, viene ligado al rápido desarrollo de la estadística como ciencia y como útil en la investigación, la técnica y la vida profesional, impulsado notablemente por la difusión de los ordenadores y el crecimiento espectacular de la potencia y rapidez de cálculo de los mismos, así como por las posibilidades de comunicación. Todo ello ha facilitado el uso de la estadística a un número creciente de personas, provocando, en consecuencia, una gran demanda de formación básica en esta materia, formación que ha sido encomendada, en los niveles no universitarios, a los profesores de matemáticas. Los nuevos currículos de educación primaria y secundaria incluyen en forma generalizada recomendaciones sobre la enseñanza de la estadística; sin embargo, en la práctica son todavía pocos los profesores que enseñan este tema y en otros casos se trata muy brevemente, o en forma excesivamente formalizada.



Este artículo va a permitir dar herramientas a los estudiantes sobre la gran importancia que tiene la estadística en la adquisición de habilidades y estrategias para desarrollar problemas sobre combinatoria.

### **3. Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada, Roa (2000)**

En esta investigación se analizan las estrategias de resolución de una muestra de problemas combinatorios elementales, así como las dificultades y errores por parte de estudiantes de últimos cursos de la licenciatura de Matemáticas. El estudio se realiza mediante cuestionarios escritos aplicados en tres fases a un total de 147 estudiantes y entrevistas individuales a una muestra reducida. La caracterización de los conocimientos puestos en juego por los estudiantes se ha realizado mediante el análisis de las respuestas a los cuestionarios y entrevistas usando métodos cuantitativos y cualitativos.

La investigación muestra que, a pesar del carácter elemental de los problemas combinatorios seleccionados, los estudiantes tienen dificultades importantes para resolverlos debido a la estructura compleja de los procesos de resolución requeridos, puesta de manifiesto mediante un análisis de tipo semiótico, y a deficiencias en la enseñanza de la combinatoria que enfatiza el estudio de las fórmulas de las operaciones combinatorias en detrimento de componentes más primarios del razonamiento combinatorio. La investigación está centrada en la caracterización de las estrategias y dificultades de los estudiantes con preparación matemática avanzada de los problemas combinatorios simples. Los problemas combinatorios simples son definidos tanto por Gascón (1988) como por Navarro-Pelayo (1994) como los problemas combinatorios que pueden ser resueltos mediante la aplicación de una sola operación combinatoria (variaciones, permutaciones, combinaciones, con o sin repetición).

Dentro de los principales objetivos de la presente investigación están:

- Caracterizar las dificultades y errores en la resolución de una muestra de problemas combinatorios elementales (simples y compuestos) en estudiantes con una intensa preparación matemática previa (estudiantes de 4º y 5º curso de la licenciatura de matemáticas).
- Estudiar el efecto sobre los índices de dificultad de los problemas de diversas variables de tarea (esquema combinatorio, tipo de operación combinatoria, tamaño de la solución).
- . Analizar la comprensión que los alumnos muestran del enunciado del problema, los



Métodos generales y estrategias específicas de solución y relacionarlos con los índices de

Dificultad de los problemas y las características de los mismos.

Este trabajo se desarrolló por fases; se resaltan algunas de ellas:

- Una primera fase de la investigación se llevó a cabo en el periodo 1993-94 y tuvo carácter exploratorio y enfoque cuantitativo, se trataba de obtener una primera información sobre la dificultad que los problemas combinatorios simples podrían tener para los estudiantes con una alta preparación matemática. Se usó el mismo cuestionario empleado en la investigación de Navarro-Pelayo para recoger datos de una muestra de 27 alumnos. --- -Una segunda fase, también exploratoria se revisó el cuestionario inicial, tomando datos de una nueva muestra de 29 alumnos en el curso 1994-95. El análisis de datos fue de nuevo cuantitativo y exploratorio y como consecuencia del mismo se decidió continuar con el segundo cuestionario para el resto del estudio, por haber obtenido unos índices de dificultad adecuados a los objetivos de nuestro trabajo.

- Como tercera fase del trabajo, fue la reformulación de nuestros supuestos iniciales y el establecimiento de hipótesis a estudiar en las fases cuarta y quinta del trabajo.

- La cuarta fase ha sido un estudio cuantitativo de tipo cuasi experimental confirmatorio y correlacional sobre una muestra de 91 alumnos. En ella se hicieron contrastes de hipótesis y estimaciones formales del efecto de las diferentes variables de tarea sobre la dificultad de los problemas del cuestionario. Como complemento se ha incluido un estudio exploratorio de nuevas variables no analizadas con anterioridad que se refieren a la interpretación del enunciado y estrategias de resolución de los problemas.

-En la quinta fase se seleccionaron cuatro alumnos donde por medio del análisis de entrevistas y del análisis semiótico de los razonamientos dados por los estudiantes para la resolución de los problemas se realiza un estudio de casos para explicar las diferencias encontradas en los índices de dificultad y los tipos de razonamientos de los alumnos de nuestra muestra, en esta etapa la investigación tuvo un enfoque interpretativo.

Como hallazgos importantes de este trabajo de investigación se tuvieron las siguientes conclusiones:

La mayor parte de los problemas no fueron resueltos; se notaron muchas falencias en los estudiantes al enfrentarse a las diferentes situaciones.





La presente investigación también ha puesto de manifiesto que es necesario promover con instrucción específica la articulación de ambas modalidades de razonamiento combinatorio. Por una parte la generalización de un problema a valores grandes de los parámetros se ve en gran medida facilitada por la disponibilidad de las fórmulas de las operaciones combinatoria simples, Por otra parte, la solución de problemas combinatorios compuestos, no reducibles a la aplicación de una sola fórmula, exige destrezas en la descomposición del problema, fijación de variables (paso esencial de la técnica recursiva), y aplicación de las reglas básicas del producto, cociente y la suma.

Esta investigación permite identificar algunas falencias de los estudiantes acerca de la resolución de problemas sobre combinatoria, y se pueden tener en cuenta en el momento de trabajo decampo.

#### **4. Actividades didácticas en enseñanza secundaria para el desarrollo de pensamiento aleatorio: (Angulo, Castaño, Bernal; 2011)**

En este artículo se hace una descripción de algunas estrategias metodológicas para la enseñanza de la estadística, resaltando las ventajas que presentan frente al uso de una metodología tradicional. Se consideran estrategias metodológicas en la enseñanza de la estadística como: Aprendizaje Basado en Problemas (abp), uso de Tecnologías de la Información y la comunicación (tic). Se presenta una alternativa pedagógica interesante para la enseñanza de la estadística, ya que a través de esta se pueden proponer diversas formas de trabajo que ayudan a mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

La enseñanza de la estadística en los diferentes niveles de la educación en nuestro país requiere de docentes con una correcta formación tanto académica como pedagógica ya que esto permite que el proceso de enseñanza de una u otra forma se más efectivo. Docentes que a través de distintas metodologías sean capaces de innovar actividades que permitan una enseñanza eficiente y que torne el proceso eficiente en cuanto a la apropiación y aplicación de conocimientos por parte de los estudiantes.

Según el artículo las matemáticas son una asignatura que generalmente causa diversas emociones; pueden haber personas que dadas las experiencias vividas manifiestan rechazo, poseen una baja confianza para resolver de forma exitosa problemas en los cuales deben aplicar





sus conocimientos matemáticos .por otro lado encontramos otro tipo de personas para las cuales la experiencia con la matemática ha sido totalmente diferente es decir han obtenido buenos resultados al resolver diversos problemas y se han motivado en forma positiva.

El autor también nos habla de los hallazgos encontrados con respecto a las falencias en la conceptualización y a la aplicación de conceptos por parte de los estudiantes de los diferentes niveles escolares, que han generado la necesidad de buscar diversas estrategias que permitan un mejor proceso de enseñanza de la estadística y elaborar una serie de actividades guía que contribuyan al buen entendimiento por parte de los estudiantes de las diferentes temáticas llegando con esto a un buen nivel de conceptualización.

A través de este trabajo se ha planteado una serie de actividades apoyadas en diversas metodologías que se espera sirva de ayuda a aquellos que se interesan no solo por la enseñanza sino también por conocer diversas formas de mejorar los procesos de enseñanza en la escuela y que a su vez contribuya con el proceso continuo de formación del docente que no solo puede quedarse con los modelos pedagógicos tradicionales sino también entrar en la búsqueda de nuevas estrategias que ayuden a mejorar el ejercicio pedagógico.

El uso de metodologías para la enseñanza de la estadística proporciona distintas maneras de entregarle el conocimiento al estudiante realizando un ejercicio pedagógico, distinto e innovador y que además ayuda a que el estudiante le encuentre un sentido a lo que está aprendiendo y vea su importancia.

Al entrar en contacto con las metodologías y las actividades que se proponen en este trabajo, se debe entender que estas son flexibles al cambio que cada uno de los lectores suponga que se puede hacer en pro del mejoramiento de la enseñanza de la estadística.

## **5. Didáctica de la estadística; Batanero (2011)**

En este escrito Batanero nos habla de la utilización de técnicas de recuento para calcular el número de elementos favorables y desfavorables a un suceso y usar estos números para calcular las probabilidades es otra idea fundamental, sobre todo en el cálculo de probabilidades complejas. Sin embargo, es demasiado simple considerar la combinatoria tan sólo como auxiliar de la probabilidad, como puede parecer a la vista de su estructura matemática. La extracción al azar de una urna de tres objetos entre cuatro posibles es un experimento aleatorio en tres fases,



que puede ser interpretado significativamente en el espacio muestral de las variaciones. Además las operaciones combinatorias pueden definirse, mediante experimentos aleatorios (extracción con o sin reemplazamiento, ordenada o no ordenada). Esta conexión entre los experimentos compuestos y la combinatoria se clarifica con el uso de diagramas en árbol.

Para la autora el diagrama en árbol es una representación icónica fundamental, porque visualiza la estructura multi-paso del experimento compuesto. Por ello, las operaciones combinatorias, más que ser algoritmos de cálculo de probabilidades en espacios probabilísticos complejos, proporcionan una interpretación clara de la estructura interior de los experimentos y el encadenamiento de sucesivos experimentos en un complejo mayor. Este punto de vista es soportado por los resultados de psicología del desarrollo, en particular por los trabajos de Piaget, quien sostiene que el camino de la comprensión de los fenómenos de azar pasa por el de las operaciones combinatorias básicas. Además, las operaciones combinatorias son un componente fundamental de pensamiento formal que opera mediante combinaciones de las posibilidades que descubre.

Este artículo le da suma importancia a presencia de las operaciones combinatorias en las definiciones de las distribuciones de probabilidad discreta, así como en el estudio de los procesos estocásticos discretos.

## **6. Operaciones combinatorias en estudiantes universitarios de ciclo inicial; Morales, Frisancho (2013)**

Este autor nos habla de la importancia de la teoría de Piaget donde nos fundamenta que las operaciones combinatorias emergen al inicio del pensamiento formal y hacen referencia a la capacidad de concebir y organizar sistemáticamente posibilidades y dimensiones que pueden interactuar como elementos y causas de un problema. Debido a que este desarrollo es esencial en la universidad, el objetivo de esta investigación fue evaluar la capacidad combinatoria matemática de un grupo de estudiantes universitarios, donde Participaron 12 estudiantes de entre 16 y 20 años, seis mujeres y seis varones. Teniendo como referencia el método clínico-crítico de Piaget, se utilizaron cuatro tareas con estructura combinatoria. Los resultados muestran gran variación en la forma de resolver las tareas. Se discuten estos resultados desde la teoría de Piaget,



considerando la importancia de la capacidad combinatoria para el desarrollo cognitivo y el pensamiento matemático.

El desarrollo de la capacidad combinatoria es vital para la evolución del pensamiento, pues las posibilidades que abre no se limitan al aprendizaje de la matemática, sino que se prolongan a muchos campos de interacción cotidiana y académica. En efecto, la capacidad combinatoria posibilita y promueve el pensamiento sistemático, la consideración explícita de las posibilidades, la generalización reflexiva de procedimientos (heurísticos, algorítmicos), la optimización de métodos de registro o listado, la búsqueda de verificaciones exhaustivas, el razonamiento proposicional e hipotético-deductivo, entre otras capacidades fundamentales. Además, el desarrollo apropiado de esta herramienta condiciona positivamente un mejor entendimiento, planteamiento y resolución de los problemas que se generan en la actividad de las diversas disciplinas científicas.

Este estudio tiene como objetivo evaluar el esquema operatorio formal de combinatoria matemática en estudiantes universitarios que se encuentran en los primeros años de formación. La pregunta que guía esta investigación es si estos estudiantes, ante problemas de combinatoria matemática, exhiben o no las principales características del sistema combinatorio: la creación de un conjunto de partes y la disociación de factores por medio de abstracciones y neutralizaciones variaciones sistemáticas de elementos al interior de estos factores.

El método clínico-crítico de Jean Piaget, consiste en plantear tareas que tengan a la base la estructura de pensamiento que se busca evaluar. Lo característico es que no sólo se recopila lo observado antes de la respuesta al problema, sino que a partir de esta se generan hipótesis y nuevas situaciones o problemas, expresados en nuevos cuestionamientos que varían los elementos y condiciones de la tarea. Además, siempre se piden y recogen las explicaciones y justificaciones de los participantes, con el objetivo de reconstruir el proceso de razonamiento que los llevó a sus respuestas particulares.

Los métodos y las explicaciones dadas por los participantes al resolver las tareas manifiestan en diferente forma disociaciones de factores, construcciones de conjuntos de partes y coordinaciones de operaciones aditivas y multiplicativas con abstracciones, la que son características básicas de la operación combinatoria. Sin embargo, también se observaron distintos niveles de organización y comprensión de los problemas, grados variados en el dominio



de las estrategias de sistematización y de verificación, y dificultades y formas de ajuste distintas que condujeron en cada caso al éxito o al error. Esto muestra

La alta complejidad de la actividad cognoscitiva de los seres humanos.

Los participantes que resolvieron adecuadamente todas o casi todas las tareas exhiben un mayor equilibrio en la capacidad combinatoria que aquellos que fallaron al resolverlas. En sus anotaciones se observaron procedimientos (gráficas, esquemas y operaciones) que incluyen la disociación de factores y la construcción de un conjunto de partes para enumerar todos los casos posibles. Además, fueron capaces de explicar apropiadamente su actividad, lo que evidencia procesos de conceptualización y toma de conciencia. Algunos

Inclusive pudieron reconocer la similitud estructural y algunas diferencias entre las tareas, mostrando una generalización constructiva de la capacidad combinatoria aplicada a diferentes problemas. En estos participantes, la coordinación de procedimientos posibles de sistematización y verificación exhaustiva permitieron el monitoreo y autorregulación de su actividad y de las operaciones dirigidas a la solución de problemas.

Los profesores, tanto los de educación básica como los de educación superior, necesitan recibir mucha mayor formación acerca de los procesos de construcción del conocimiento, específicamente de la operación combinatoria en este caso, pues de otro modo no podrán promoverlos en las aulas. Igualmente, no resulta relevante que los procesos de evaluación se enfoquen simplemente en identificar si los individuos poseen o no la capacidad combinatoria; más bien, estos deben apuntar a describir y explicar sus múltiples manifestaciones según niveles de desarrollo.

### **7. *Atando cabos, contando circunferencias*; Lasa, Wilhelmi; (2015);**

En este artículo de investigación se presenta el análisis de los comportamientos en una cuestión de combinatoria en la Olimpiada Matemática de 2º eso. Para los estudiantes los problemas de lógica (problemas *de pensar*) y el azar (combinatoria y probabilidad), tienen un alto grado de dificultad, incluso para estudiantes de niveles superiores.

Este trabajo muestra las respuestas de los participantes de la Olimpiada a una tarea de combinatoria. El repertorio de estrategias movilizado se basa en el conteo y la representación analógica; asimismo, los participantes utilizan representaciones algebraicas en distintos *niveles*



*de algebrización* (Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi, 2014). El tratamiento de los datos y la obtención de los resultados se basan en una estadística descriptiva y en el análisis implicative.

La discusión de los resultados se apoya en el Enfoque onstosemiótico y en la Teoría de situaciones didácticas en matemáticas. Los procedimientos de recuento observados y la tasa de éxito en la ejecución de la tarea justifican la introducción de problemas de combinatoria en el primer ciclo de Educación Secundaria. Por último, se deducen implicaciones para la progresión en la adquisición de los niveles de algebrización por los estudiantes.

Las tareas combinatorias son complejas en todas las etapas educativas; prueba de ello es que estudiantes universitarios con alta preparación matemática encontraron las dificultades parecidas que estudiantes de bachillerato sin instrucción específica en la materia, en la resolución de algunos problemas para los que no precisan, a primera vista, conocimientos matemáticos sofisticados. En los libros de texto no presentan tareas que promuevan realmente la adquisición de contenidos combinatorios, quedando el estudio del tema de combinatoria aislado. Así la enseñanza se centra en la mostración de una clase de situaciones estereotipadas que precisan dos únicos pasos: a) Determinación del tipo de problema (permutación, variación o combinación con o sin repetición). b) Cálculo mediante una fórmula.



## 5. REFERENTE TEÓRICO

### 5.1 Combinatoria

Nuestra actividad cotidiana necesita de los conceptos lógicos matemática para organizar apropiadamente los intercambios con la realidad física y social (Piaget, 1950/1975; Inhelder & Piaget, 1955) citados por Roa. Reconociendo esto, todos los sistemas educativos conceden enorme importancia a la educación matemática, y organismos de cooperación internacional como la UNESCO invierten gran cantidad de recursos en programas de apoyo y de valuación del conocimiento matemático en la educación básica. Sin embargo, evaluaciones internacionales (PISA 2009, 2012) y nacionales (Unidad de Medición de la Calidad Educativa 2004; MEN, 2012) muestran que el conocimiento lógico-matemático de los adolescentes no se desarrolla como se espera, pues a lo largo de la educación básica y especialmente al término de secundaria, muchos estudiantes tienen un manejo insuficiente de nociones lógicas y matemáticas fundamentales, las que se requieren para comprender progresivamente problemas de diversa índole y para potenciar posteriores aprendizaje en contextos académicos y/o profesionales.

Hoy día es constante la presencia de la estadística en nuestra sociedad, donde se reconoce su utilidad como una herramienta metodológica que permite analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar estudios y experimentos y tomar decisiones adecuadas en situaciones de incertidumbre. El reconocimiento de esta utilidad por las autoridades educativas ha llevado a incorporar la enseñanza de la estadística, en forma generalizada en todos los niveles educativos.

Los trabajos de McLeod (1989, 1992, 1994) citados por Gómez (1998), han contribuido en gran medida a reconocer la importancia de las cuestiones afectivas, y explican los efectos diferenciales de las predisposiciones actitudinales en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y, por consiguiente, de la estadística. Considera como descriptores específicos de este dominio, las creencias, actitudes y emociones. Con respecto a las creencias, pueden definirse como una amalgama diversa de conocimiento y sentimientos subjetivos sobre un cierto objeto o persona. Son las ideas individuales, mantenidas en el tiempo, que se tienen sobre la



materia, sobre uno mismo como estudiante, o sobre el contexto social en el que se realiza el aprendizaje.

Por lo que respecta a las emociones, para Mc Leod (1989 y 1992) citados por Gómez (1998) son respuestas inmediatas

Positivas o negativas producidas mientras se estudia matemáticas o estadística. Se diferencian de la reacción emocional en que ésta es más visceral y aunque sea intensa, es de corta duración, frecuentemente se utilizan indistintamente, aunque en el aula se puede estar experimentando una emoción sin que externamente se produzca una reacción emocional.

Respecto a las actitudes, resultan difícil de definir y no hay unanimidad respecto al significado del término actitud para Mc Leod (1992) citado por Gómez (1998) las actitudes son respuestas o sentimientos más intensos y estables que se desarrollan por repetición de respuestas emocionales y se automatizan con el tiempo.

En general, la relación entre el dominio afectivo (emociones, actitudes y creencias) y el Aprendizaje, no va en un único sentido, ya que los afectos condicionan el comportamiento y la capacidad de aprender y recíprocamente, el proceso de aprendizaje provoca reacciones afectivas.

La combinatoria es la ciencia que estudia el número de diferentes combinaciones, de grupos de números. La combinatoria es a menudo parte del estudio de Probabilidad y Estadística. James Bernoulli en su *Ars Conjectandi*, menciona que la combinatoria es un arte que "... nos enseña a enumerar todos los modos posibles en que un número dado de objetos puede mezclarse y combinarse de manera que estemos seguros de que no hemos omitido ninguno de los posibles..." (Batanero, Godino y Navarro-Pelayo, 1994, p. 17).

La combinatoria nos permite realizar recuentos, complicados de llevar a cabo, de un modo sencillo. Son nuevas técnicas para contar y calcular posibilidades de agrupamientos o de distribuciones de elementos en cajas, colores, formas, entre otras. Para ello, es preciso aprender técnicas de ordenación, colocación, elección, entre otras, de objetos.

El desarrollo de la capacidad combinatoria es vital para la evolución del pensamiento, pues las posibilidades que abre no se limitan al aprendizaje de la matemática, sino que se prolongan a muchos campos de interacción cotidiana y académica. En efecto, la capacidad combinatoria



posibilita y promueve el pensamiento sistemático, la consideración explícita de las posibilidades, la generalización reflexiva de procedimientos (heurísticos, algorítmicos), la optimización de métodos de registro o listado, la búsqueda de verificaciones exhaustivas, el razonamiento proposicional e hipotético-deductivo, entre otras capacidades fundamentales. Además, el desarrollo apropiado de esta herramienta condiciona positivamente un mejor entendimiento, planteamiento y resolución de los problemas que se generan en la actividad de las diversas disciplinas científicas (Piaget & Inhelder, 1951,1975; Inhelder & Piaget, 1955,1985; Kapur, 1970; Vilenkin, 1972; Piaget & García, 1982,2008). Citados por Batanero.

La Combinatoria no es simplemente una herramienta de cálculo para la Probabilidad. Según Piaget e Inhelder (1951) citados por Roa, si el sujeto no posee capacidad combinatoria, no es capaz de usar la idea de Probabilidad salvo en casos de experimentos aleatorios muy elementales. Más aún, estos autores relacionan la aparición del concepto de azar con la idea de *permutación* y la estimación correcta de probabilidades con el desarrollo del concepto de *combinación*. Si analizamos el uso del diagrama en árbol en Probabilidad y Combinatoria, podemos también observar que hay una relación entre el espacio muestral de un experimento compuesto y las operaciones combinatorias. El inventario de todos los posibles sucesos en dicho espacio muestral requiere un proceso de construcción combinatorio, a partir de los sucesos elementales en los experimentos simples.

Además de su importancia en el desarrollo de la idea de Probabilidad, la capacidad combinatoria es un componente fundamental del pensamiento formal. De acuerdo con Inhelder y Piaget (1955) citados por Roa, el razonamiento hipotético-deductivo opera con las posibilidades que el sujeto descubre y evalúa, por medio de operaciones combinatorias. Esta capacidad puede relacionarse con los estadios descritos en la teoría de Piaget (1995): después del período de las operaciones formales, el adolescente descubre procedimientos sistemáticos de construcción combinatoria, aunque para las permutaciones es necesario esperar hasta la edad de 15 años. Para estos autores, la combinación supone la coordinación de la seriación y la correspondencia, la permutación implica una reordenación respecto a un sistema de referencia móvil y reversible; por tanto, las operaciones combinatorias son operaciones sobre operaciones, características del nivel del pensamiento formal.





## 5.2 Resolución de problemas

Con respecto a la resolución de problemas vamos a tener en cuenta las estrategias de 3 grandes investigadores en resolución de problemas como son: Polya (1983), Schoenfeld (1992) y Guzmán (1993).

A continuación, se hará una explicación de cada método.

- George Polya nació en Hungría en 1887. Obtuvo su doctorado en la Universidad de Budapest y en su disertación para obtener el grado abordó temas de probabilidad. Fue maestro en el Instituto Tecnológico Federalen Zurich, Suiza. En 1940 llegó a la Universidad de Brown en EE.UU. y pasó a la Universidad de Stanford en 1942.

Polya (1983) establece que la resolución de problemas es una característica esencial que distingue a la naturaleza humana y cataloga al hombre como “el animal que resuelve problemas”. Siendo un matemático productivo, se preocupó por el mal desempeño de sus estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, particularmente al resolver problemas. Creía que era posible llevar al salón de clases su experiencia como matemático cuando se encontraba resolviendo.

En sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Advirtió que, para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados.

Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método donde su propósito fundamental es conseguir que cualquier persona con la ayuda de un tutor logre asimilar las técnicas de resolución que se han demostrado efectivas, hasta convertirse en un buen resolutor de problemas. Los siguientes cuatro pasos: entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás.

1. Entender el problema: Aquí se hacen preguntas como: ¿Entiendes todo lo que dices?, ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras? ¿Distingues cuáles son los datos?, ¿Sabes a qué quieres llegar?, ¿Hay suficiente información?, ¿Hay información extraña? y ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?



2. Configurar un Plan: En esta etapa Polya plantea algunas estrategias, entre ellas están: Ensayo y Error, usar una variable, buscar un Patrón, hacer una lista, resolver un problema similar más simple, hacer una figura, hacer un diagrama, usar razonamiento directo, usar razonamiento indirecto, usar las propiedades de los números, resolver un problema equivalente, trabajar hacia atrás, usar casos, resolver una ecuación, buscar una fórmula, usar un modelo, entre otras.

3. Ejecutar el plan: Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso. 4. Mirar hacia atrás: El autor propone los siguientes interrogantes: ¿Es tu solución correcta?, ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?, ¿Adviertes una solución más sencilla?, ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

4. Mirar hacia atrás: El autor propone los siguientes interrogantes: ¿Es tu solución correcta?, ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?, ¿Adviertes una solución más sencilla?, ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?

Polya (1983) supone el nacimiento de una nueva doctrina e introdujo una nueva categoría llamada heurística moderna; entendida como el estudio de todas las operaciones mentales típicamente útiles en el proceso de resolución de problemas, esto conlleva a considerar cuestiones de tipo emocional y cultural. Para Sepulveda, Medina y Sepulveda (2008), Polya baso su método en la idea de “resolutor ideal” esto es el sujeto que al resolver un problema avanza linealmente dado el enunciado hasta la solución.

- Como segundo matemático tenemos a Schoenfeld (1992) quien se basó en las investigaciones de Pólya (1983), empezó a realmente hacer investigaciones mediante experiencias vividas con los estudiantes y profesores, donde les proponía problemas suficientemente difíciles, para así ver la reacción de ellos con respecto al razonamiento del problema, ya que tanto los estudiantes como los profesores tenían los conocimientos y la formación necesaria para la resolución de estos mismos, de tal manera que investigaba por medio de grabaciones, apuntes y trabajos grupales para así ir verificando lo que iban haciendo; al final de todos los experimentos realizados, Schoenfeld (1992) concluyó que para resolver los problemas tenían que ir más allá de la heurística, de lo contrario no funcionaría debido a que se necesitarían otros factores que con la heurística no se tomarían en cuenta.



Schoenfeld (1985), también propuso una conceptualización de la palabra problema, sugiriendo que un problema es una situación que precisa una solución, pero que no tiene un camino de solución rápido y directo, en este camino se deben tomar decisiones que permitan aproximarse cada vez más a la solución requerida; ha inspirado una serie de estudios en la resolución de problemas que maneja diferentes aspectos relacionados con el empleo de estrategias heurísticas, la naturaleza del pensamiento matemático, las creencias de los estudiantes y la relevancia de las estrategias meta- cognitivas en la resolución de problemas; este matemático se dedica a la investigación, propiamente con los alumnos y profesores durante la resolución de problemas donde obtiene resultados por experiencias vividas y durante la resolución de problemas donde obtiene resultados por experiencias vividas y no por simple criterio e ideas formuladas, donde el principal objetivo es el aprendizaje del estudiante.

Lo primero que resalta Schoenfeld (1985) son los recursos, pues él afirma que sin estos, la persona no podría encontrar la solución y el método no funcionaría pues no cuenta con las herramientas necesarias; al igual recalca la importancia de que el docente tiene que conocer como accede el estudiante los conceptos, puesto que podría manejar una serie de ellos, pero no adecuadamente, sea que lo haya entendido mal o lo aplica de la manera que cree y esta no precisamente es la correcta; otro punto muy importante es el hecho de que el docente propone ejercicios que cree que son fáciles, pero no toma en cuenta que tiene años de experiencia y esto hace que pierda la perspectiva de la dificultad y que los estudiantes no manejan la misma, por lo que tiene que entender que para unos podría ser fácil y para otros todo lo contrario; con esto podríamos evitar un aprendizaje erróneo, pues si estos aspectos los aplicamos de forma errónea traería estas consecuencias fácilmente.

Este matemático difiere de Polya (1983) con el concepto de heurística, puesto que Schoenfeld (1992) piensa que cada tipo de problema necesita ciertas heurísticas particulares, ejemplo de ello es que Pólya (1983) en la resolución de problemas trabaja con dibujos y Schoenfeld(1992) piensa que no todos los problemas se pueden analizar con este tipo de heurística, por lo que el de Pólya (1983) no es total aplicable ya que el tipo de heurística que utiliza es muy general. Un estudiante tiene un determinado problema y al analizarlo tiene varios caminos posibles, el estudiante tendría que ser capaz de darse cuenta si el camino que eligió se destaca la importancia de que el estudiante o la persona que está resolviendo el problema tenga una habilidad para monitorear y



evaluar el proceso. En cuanto a eso, Schoenfeld (1992) señala que es, también, conocimiento de sí mismo: la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, o sea, conocerse en cuanto a la forma de reaccionar ante esas situaciones.

-Como tercer matemático esta Guzmán (1991, p. 60) comenta que:

*Lo que sobre todo deberíamos proporcionar a nuestros alumnos a través de las matemáticas es la posibilidad de hacerse con hábitos de pensamiento adecuados para la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos. ¿De qué les puede servir hacer un hueco en su mente en que quepan unos cuantos teoremas y propiedades relativas a entes con poco significado si luego van a dejarlos allí herméticamente emparedados? A la resolución de problemas se le ha llamado, con razón, el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha traído y atrae a los matemáticos de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas.*

Guzmán (1991) dedujo su propio método para resolver problemas matemáticos y lo llamo “modelo de Guzmán”: 1. Familiarización con el problema. 2. Búsqueda de estrategias. 3. Llevar adelante la estrategia. 4. Revisar el proceso y sacar consecuencias de él. Al comienzo, en la familiarización, debemos actuar sin prisas, pausadamente y con tranquilidad. Hay que tener una idea clara de los elementos que intervienen: datos, relaciones e incógnitas. Se trata de entender. Una vez que se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permiten resolverlo. Apuntamos las ideas que nos surgen relacionadas con el problema. Tras acumular varias estrategias llevamos a cabo la estrategia escogida, con confianza y sin prisas. Si no acertamos con el camino correcto volvemos a la fase anterior y reiniciamos el trabajo. Al llegar a la solución queda la fase más importante, revisión del proceso y extraer consecuencias de él. Debemos reflexionar sobre el camino seguido, si podemos extender estas ideas a otras situaciones. Trata de llevar a cabo el modelo anterior en los problemas posteriores.

Recogiendo los métodos utilizados por estos 3 grandes matemáticos y teniendo en cuenta los estudios encontrados sobre combinatoria; esta investigación va a tener en cuenta los siguientes pasos para la resolución de problemas en el trabajo de campo:



1. Entender el problema: Aquí buscamos que los estudiantes con sus propias palabras y en forma individual interpreten y analicen el problema.
2. Análisis de diversas interpretaciones: En este paso los estudiantes trabajan en grupo; donde se escuchan las diversas respuestas y tomaran una decisión.
3. Representación del problema: En este punto los estudiantes se idearán una forma de dar mejor solución a la situación problema.
4. Resolución del problema: Cada grupo dará la solución al problema.
5. Contextualización del problema a una solución real: Los estudiantes llevaran las diferentes situaciones a problemas reales, buscando siempre la aplicación en sus Contextos.



## METODOLOGÍA

### 6.1 Tipo de estudio:

La presente investigación es cualitativo- interpretativo; donde el tipo de estudio es micro-etnográfico. Para Taylor y Bogdan (1986) citados por Alvarez(2003) y Jurgenson(2003) consideran la investigación cualitativa como "aquella que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable".

Para Alvarez (2003) y Jurgenson (2003) la investigación cualitativa busca la subjetividad, y explicar y comprender las interacciones y los significados subjetivos individuales o grupales; también comentan que para explicar o comprender los humanos se necesitan marcos referenciales en los cuales se presentan acciones que permitan entender y comprender a las personas que hacen parte de la investigación.

Estos autores realizaron una recopilación de diferentes escritores señalando las siguientes características propias de la investigación cualitativa: 1. Es inductiva. 2. El investigador ve al escenario ya las personas desde una perspectiva holística; las personas, los escenarios o los grupos no son reducidos a variables, sino considerados como un todo. 3. Los investigadores cualitativos son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de su estudio. 4. Los investigadores cualitativos tratan de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas. 5. El investigador cualitativo suspende o aparta sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones. 6. Para el investigador cualitativo, todas las perspectivas son valiosas. 7. Los métodos cualitativos son humanistas. 10 8. Los investigadores cualitativos dan énfasis a la validez en su investigación. 9. Para el investigador cualitativo, todos los escenarios y personas son dignos de estudio. 10. La investigación cualitativa es un arte.

La etnografía es una descripción e interpretación de un grupo o de un sistema social o cultural. Para Cresswell y Wolcott citados por Alvarez (2003) y Jurgenson (2003) la etnografía es una forma de distinción entre simplemente ver y mirar; asimismo, plantean

como propósito de la investigación etnográfica; describir lo que las personas de un sitio, estrato o contexto determinado hacen habitualmente y explicar los significados que le atribuyen a ese comportamiento realizado en circunstancias comunes o especiales, presentando sus resultados de manera que se resalten las regularidades que implica un proceso cultural.

La presente investigación es de tipo micro-etnográfica; ya que todo el trabajo de campo se llevará a cabo solo en el contexto del aula de clase.

## 6.2 Diseño de la investigación:



Durante el desarrollo de la investigación también habrá observaciones, entrevistas a algunos estudiantes, y otros talleres.

## 6.3 Procedimiento:

- Momento de exploración: Durante esta primera parte que corresponde al pre-test se aplicaran una serie de ejercicios relacionados con el tema de combinación para poder saber los conceptos previos del tema; y poder de esta forma elabora los talleres que me van a permitir encontrar los objetivos propuesto en la presente investigación.

- Intervención: Esta etapa se aplicarán como mínimo 3 talleres donde se van a encontrar las diferentes estrategias que utilizan los estudiantes de los grados sexto y séptimo de la institución educativa San Luis para buscar la solución a los diferentes problemas propuestos sobre el tema; siguiendo los pasos dados en el diseño de la investigación.



- Exploración del aprendizaje de combinatoria: En esta etapa se llevará a cabo el pos-test donde se aplicarán diferentes clases de problemas sobre combinatoria que me van a permitir analizar los conceptos o el concepto que tienen los estudiantes sobre el tema expuesto en el trabajo de grado.

#### **6.4 Técnicas e instrumentos de recolección de información:**

- Observación: Desde que tenemos conocimiento de la existencia del ser humano, la observación ha sido la piedra angular del conocimiento. Incluso durante el desarrollo de la persona, desde que el niño tiene uso de la vista, inicia su relación y su conocimiento del mundo a través de la observación; el tipo de observación que se va a aplicar en esta investigación es de participación completa debido a que el investigador es ya un miembro del grupo a estudiar o en el curso de la investigación se vuelve un miembro con plenos derechos de participación.

El docente va a estar todo el tiempo con los estudiantes analizando y recopilando las diferentes intervenciones, cuando estén dando sus puntos de vista, sus soluciones y sus aportes.

-Entrevista: Es una conversación que tiene una estructura y un propósito. En la investigación cualitativa, la entrevista busca entender el mundo desde la perspectiva del entrevistado, y desmenuzar los significados de sus experiencias. Steinar (1996) citado por Alvarez y Jurgens define el propósito de la entrevista en la investigación cualitativa: “obtener descripciones del mundo de vida del entrevistado respecto a la interpretación de los significados de los fenómenos descritos”.

Durante el trabajo de campo se van a realizar algunas entrevistas que van a permitir tener insumos para el análisis y la discusión; permitiendo responder los objetivos y preguntas de la investigación de este proyecto.

Talleres: Se va a trabajar con algunos problemas de los cuestionarios ya validados por Navarro y Pelayo (1994); algunos se contextualizarán de acuerdo al medio y necesidades de los estudiantes; unos problemas son de selección, otros de colocación y algunos de partición,





siguiendo los pasos dados en el diseño de la investigación, que se dedujeron después de analizar las propuestas de Polya (1983), Schoenfeld (1992) y Guzmán (1991).

### **6.5 Unidad de análisis:**

Aprendizaje de combinatoria con sus tres categorías, que Dubois (1984) citado por Roa, las toma como variables:

- a) *Selección* de una muestra a partir de un conjunto de objetos. Cuando se piden Enumerar o contar las diferentes muestras de tamaño dado que pueden formarse a Partir de un conjunto inicial.
- b) *Colocación* de objetos en casillas (cajas, celdas o urnas). Cuando se pide enumerar o contar las diferentes aplicaciones entre dos conjuntos de objetos.
- c) *Partición* en subconjuntos de un conjunto de objetos. Cuando se pide clasificar los Elementos de un conjunto inicial en un número dado de subconjuntos incompatibles, De modo que la clasificación sea exhaustiva.

### **6.6 Unidad de trabajo:**

El trabajo de campo fue realizado con los estudiantes de los grados sexto y séptimo de la institución educativa San Luis; ubicada en el municipio de Neira; vereda Cuba.

La investigación se trabajó con seis estudiantes, estos fueron escogidos teniendo en cuenta los siguientes criterios

- Que pertenecieran a los grados sexto y séptimo de la institución
- Igual número de niños y niñas
- Que hubieran participado en la totalidad de los talleres realizados
- Dos niños con desempeño superior, dos con desempeño básico y dos con Desempeño bajo.

La caracterización de los 6 estudiantes que participaron en el estudio, se presenta en la Siguiente tabla:



**Tabla 1. Caracterización de la unidad de trabajo**

<b>N°</b>	<b>NOMBRE DEL ESTUDIANTE</b>	<b>GÉNERO</b>	<b>EDAD</b>	<b>ESTRATO SOCIO - ECONOMICO</b>	<b>GRADO</b>	<b>CONTEXTO</b>
1	Neider Gomez Bastidas	M	11	1	SEXTO	RURAL
2	Yulieth Camila Ortiz Diaz	M	12	1	SEXTO	RURAL
3	Lina Marcela Gonzales Gutierrez	F	12	1	SEXTO	RURAL
4	Carlos Mauricio Guapacha Zuleta	F	13	1	SEPTIMO	RURAL
5	Sofia Alejandra Restrepo Muñoz	F	13	1	SEPTIMO	RURAL
6	Gian Carlos Delgado Rojas	M	13	1	SEPTIMO	RURAL

Estos datos fueron tomados de las hojas de vida de los estudiantes.

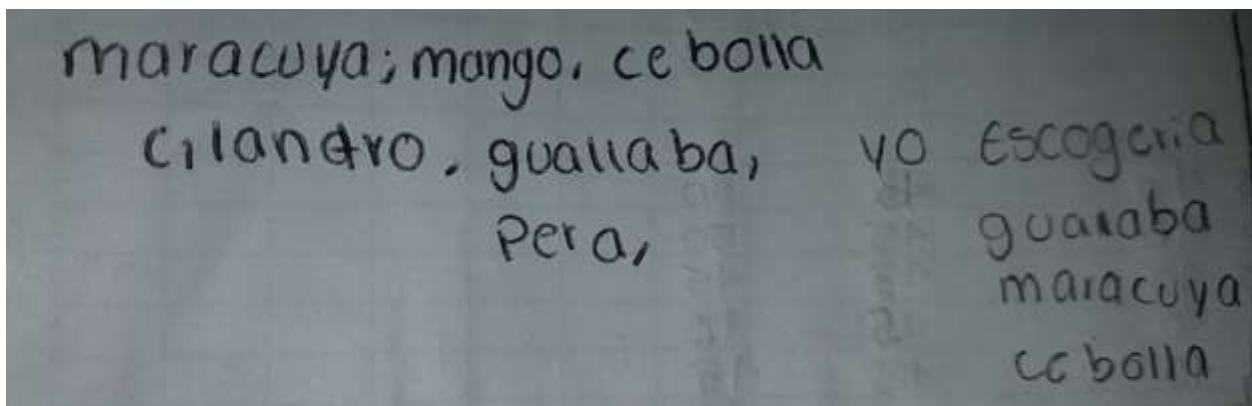


## 7. ANÁLISIS

### Momento 1: Exploración de ideas previas

De acuerdo con el diseño metodológico, este momento se toma como punto de partida; es en este punto donde se van a tomar los insumos necesarios para verificar los conocimientos previos relacionados con combinatoria de los estudiantes de los grados sexto y séptimo de la institución educativa San Luis.

1. **Egocentrismo:** en esta primera etapa del trabajo se nota en los estudiantes que solo dan una forma (un subconjunto) de solucionar las diferentes situaciones planteadas. Piaget(1995) para referirse al origen de las actitudes egocéntricas, y su teoría, esta manifiesta la dificultad que el niño tiene para descentrarse de su propio punto de vista y considerar el de otros o de los objetos que construye, el problema del egocentrismo radica en la infancia, cuando el individuo comienza a tener conciencia de la existencia de un cuerpo y una mente que conforman un ser, a su vez surge junto a aquella conciencia, la sensación de que hay algo más, que se manifiesta como propietario de ese cuerpo y mente : su propio yo.



Con las respuestas de los estudiantes y lo expuesto por Piaget (1995) se puede evidenciar que los estudiantes se encuentran aún en la etapa operacional, esto da pautas para saber que hay que dar herramientas donde se desarrolle el pensamiento; que el individuo pueda llegar a su descentramiento máximo, y pueda tener la capacidad de razonar y evaluar más allá de toda

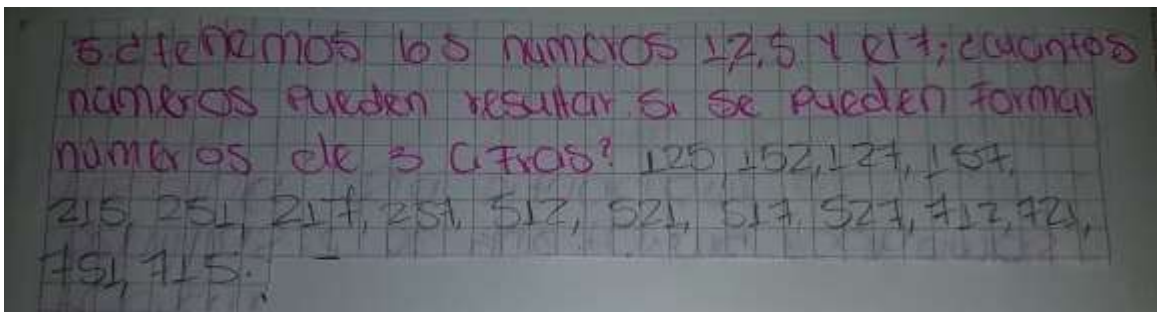


realidad y de la propia perspectiva, es decir, la realidad concreta, y esto es la esencia de las operaciones formales; Piaget (1995).

## 2. La repetición de los elementos:

Cuando se les colocó a los estudiantes el siguiente problema de combinatoria:

¿Tenemos los números 1,2,5 y el 7; ¿Cuántos números pueden resultar si se pueden formar números de 3 cifras? Los estudiantes pudieron escoger todas las permutaciones posibles, sin embargo, ninguno de ellos repitió los números como: 111, 222, 555, 225, etc.



Según *Pelayo, Batanero y Godino (1996)* el alumno no considera la posibilidad de repetir los elementos cuando esto es posible o repite los elementos cuando no es posible hacerlo.

El desarrollo de esta categoría permite establecer una relación entre lo visto en el aula y lo estudiado por los autores antes mencionados en 1996; a pesar de que ese trabajo fue aplicado a estudiantes universitarios; se puede ver una respuesta similar con los estudiantes de los grados sexto y séptimo perteneciente al proyecto.

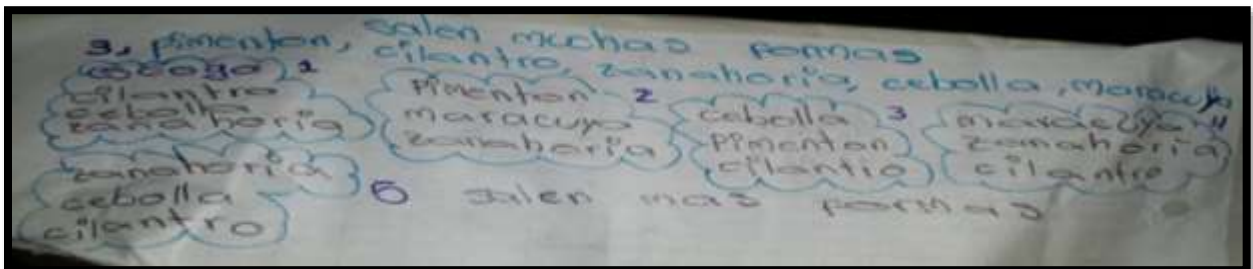
En este primer momento se puede notar que los estudiantes presentan una característica especial del periodo de las operaciones concretas donde los niños buscan modos de realizar inventarios de todas las permutaciones, variaciones y combinaciones posibles en un conjunto dado con un número pequeño de elementos, y llegan a procedimientos rudimentarios de cálculo mediante ensayo y error. Por ejemplo, son capaces de encontrar todas las permutaciones de 3 objetos o todas las parejas posibles a partir de un número pequeño de objetos, mediante ensayo y error, sin seguir un método sistemático.

## Momento 2: Intervención didáctica

En esta fase del proyecto hay intervención de la docente para la solución de los problemas planteados; e ir dando herramientas para que los estudiantes adquirieran elementos para dar solución a este tipo de ejercicios.



1. **Enumeración:** Los estudiantes que hicieron parte de esta investigación al responder este tipo de problemas no tuvieron en cuenta un orden para ir seleccionando los elementos de los subconjuntos.



En este problema también se ve la dificultad para hallar todos los subconjuntos del problema, esto se debe a que el número de elementos es cinco y según Roa cuando el tamaño de la solución es grande es difícil obtener la solución por ensayo y error. Será preciso o bien

reconocer la operación combinatoria o establecer estrategias tales como dividir un problema en partes o fijar variables y esto no lo hacen sin darles las pautas para su solución.

En su tesis doctoral Roa (2000, p. 35) hace un análisis de las investigaciones realizadas sobre la enumeración combinatoria concluyendo lo siguiente:

*“Los resultados de algunas investigaciones ponen de manifiesto que los niños mejoran sus procedimientos conforme aumenta la edad; e incluso algunos niños muy jóvenes descubren un procedimiento sistemático para un número pequeño de elementos. Sin embargo, como hemos indicado, no todos los sujetos alcanzan una enumeración sistemática al llegar a los 12- 15 años. Consideramos, en consecuencia, que el planteamiento de actividades de enumeración puede ser una tarea conveniente, especialmente con los alumnos más jóvenes, como medio de desarrollar correctamente un razonamiento combinatorio”*

Al ir realizando la intervención se fueron dando pautas para que los estudiantes fueran creando sus propias estrategias al resolver los ejercicios planteados.

2. **El pensamiento sistémico:** La mayoría de los ejercicios se resolvieron de forma práctica dándole a los estudiantes herramientas para que pudieran desarrollar los ejercicios propuestos empleando un procedimiento sistemático.



*En la imagen se evidencia que los estudiantes hacen dramatizaciones de los problemas planteados para poder buscar su solución.*

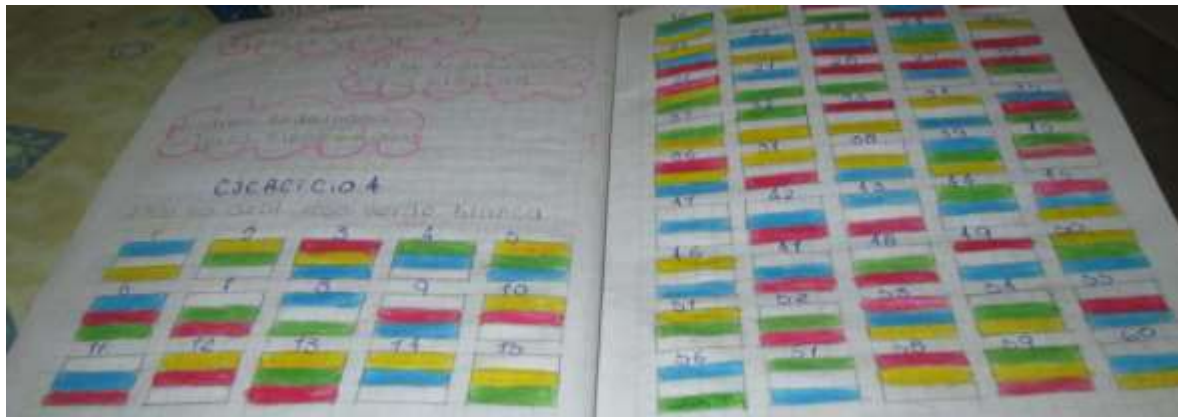
Fischbein (1975) citado por Roa, concede, una gran importancia a la intuición como componente de la inteligencia. Las intuiciones son, según Fischbein, procesos cognitivos que intervienen directamente en las acciones prácticas o mentales, en virtud de sus características de inmediatez,

globalidad, capacidad extra-polatoria,

estructurabilidad y auto-evidencia. La inmediatez significa que este tipo de cognición no precisa una reflexión, surge con frecuencia en forma espontánea.

A los estudiantes enfrentarse a esta clase de situaciones en muchas ocasiones buscan su aplicación en sus contextos buscando que las soluciones sean prácticas y las puedan vivenciar.

3. **Razonamiento recursivo:** Los estudiantes escogieron distintas estrategias para resolver los problemas; el más común fue el de hacerlos en forma real. En el trabajo de campo se notó un aprendizaje significativo en cuanto al mejoramiento de la solución de los ejercicios cada vez con mayor cantidad de elementos y con un nivel de dificultad cada más alto.



Fischbein (1975) citado por Roa, considera que para los estudiantes que están iniciando en el aprendizaje de la combinatoria se debe aplicar un modelo generativo en cuanto facilita una generalización iterativa (problemas sucesivos con un mayor número de elementos cada vez) y una generalización constructiva (problemas derivados de la inicial), siendo estas las dos características esenciales del razonamiento recursivo.

Esta categoría fue muy similar con la investigación mencionada en el párrafo anterior ya que nos ratifica que los estudiantes seleccionan sus propias estrategias para solucionar los problemas propuestos.

En la intervención didáctica de esta investigación se llegó a lo mismo, que en la en la tesis de Roa, cuando el número de elementos del conjunto es pequeño la solución puede obtenerse fácilmente por ensayo y error o con una enumeración sistemática, aunque no se haga uso del razonamiento recursivo; esto paso en varios de los problemas planteados cuando el número de elementos del conjunto fue menor o igual a cuatro.

En este momento del trabajo de campo de la presente investigación se aplicaron los pasos dados en el diseño de procedimiento de la intervención didáctica, después de analizar los métodos de Polya (1995), Schoenfeld (1992) y Guzmán (1993) ; en la primera parte que es





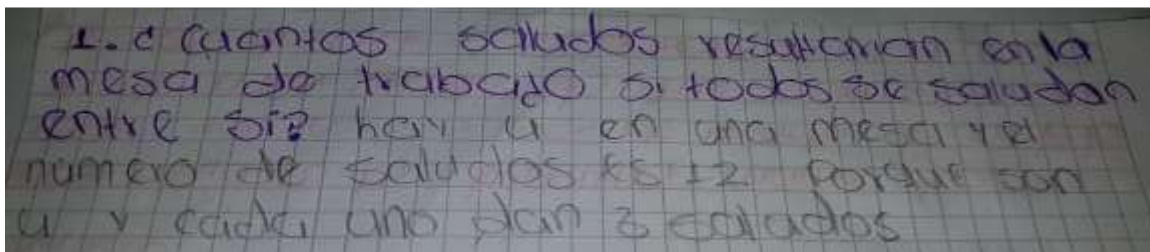
“entender el problema”; se tuvo muy buena participación por parte de los estudiantes resolviendo sus dudas de una manera acertada, teniendo en cuenta que esta primera parte fue individual ; como segundo paso tenemos “análisis de diversas interpretaciones”; en esta parte los estudiantes se reunieron con sus compañeros y compartieron sus respuestas; como tercer paso tenemos “la representación del problema”; en esta parte los estudiantes dramatizaron algunos problemas propuestos y los demás los representaron en sus libretas de apuntes; como cuarto punto tenemos “la resolución del problema”; después de la representación se buscaron la, o las respuestas de los diferentes problemas; y como último punto tuvimos la “ contextualización del problema a una situación real” en este último paso se buscaron las aplicaciones de estos problemas a sus contextos reales buscando que lo aprendido en clase se pudiera llevar a sus vidas prácticas.

Después de desarrollar esta estrategia en los problemas de combinatoria se puede concluir que una de las estrategias empleada por los estudiantes fue la representación de los problemas planteados y la contextualización de los mismos; también podemos decir que en este punto del trabajo decampo los estudiantes han adquirido algunas herramientas que les van a permitir resolver problemas de combinatoria sencillos de selección, colocación y partición.

### **Momento 3: Aprendizaje del concepto de combinatoria**

Es este momento del trabajo de campo se van a recoger los insumos que van a permitir resolver los objetivos y la pregunta de investigación del presente proyecto.

1. **La combinatoria como producto:** En el problema que resolvieron de la cantidad de saludos que resultarían en la mesa de trabajo, si todos se saludaran esto fue lo que contestaron los estudiantes



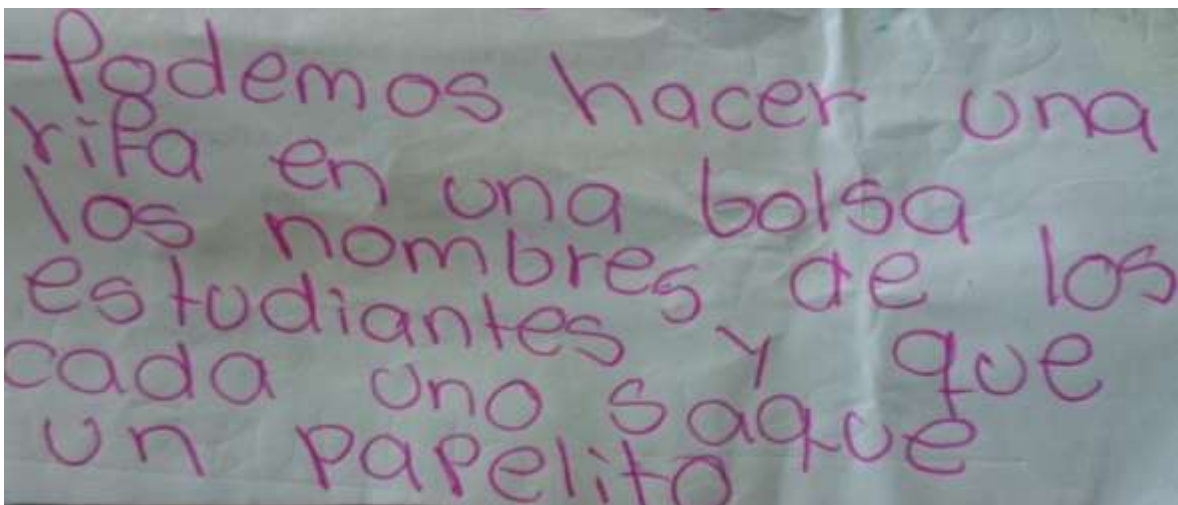


En su tesis, Roa (2000), indica que una regla básica de la combinatoria es la regla del producto, mediante la cual construyen productos cartesianos de conjuntos de elementos un número dado de veces. Su uso será necesario para resolver los problemas compuestos; el alumno aplica la regla del producto en el contexto adecuado, para calcular el número de elementos en un producto cartesiano de varios conjuntos dados de elementos.

Con la utilización de esta regla fundamental de combinatoria en la solución de este tipo de ejercicios en alumnos de sexto y séptimo que oscilan entre las edades de 11 y 13 años se puede notar que al igual que en otras investigaciones como la de Roa y Navarro, los estudiantes utilizan de una forma adecuada y rápida esta estrategia de resolver problemas de combinatoria.

## 2. **La combinatoria como juego de azar:** Los estudiantes en la pregunta:

El docente de matemáticas va a escoger 3 de los 5 estudiantes que se ofrecieron a borrar el tablero sus nombres son: Elisa, Fernando, Germán, Jorge y María; ¿De cuántas formas puede elegir tres de estos alumnos? Todos estuvieron de acuerdo con:



-Podemos hacer una rifa en una bolsa los nombres de los estudiantes y de los cada uno saque un papelito

Según Piaget e Inhelder (1951) citados por Roa,” si el sujeto no posee capacidad combinatoria, no es capaz de usar la idea de Probabilidad salvo en casos de experimentos aleatorios muy elementales”. Más aún, estos autores relacionan la aparición del concepto de azar con la idea de *permutación* y la estimación correcta de probabilidades con el desarrollo del concepto de *combinación*.



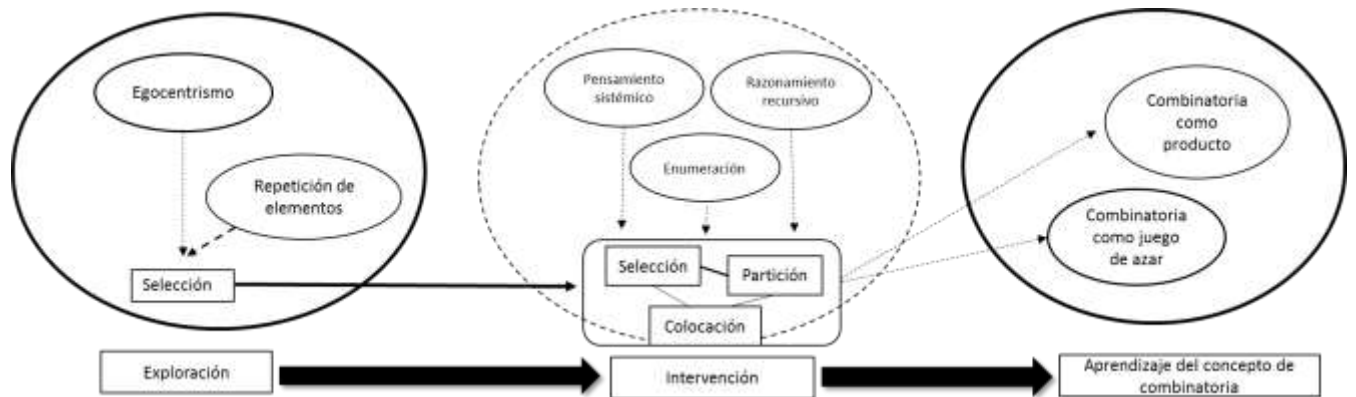
Con estos resultados podemos darnos cuenta que los estudiantes ya están adquiriendo los pre-saberes necesarios para ir adquiriendo herramientas para resolver situaciones relacionadas con la combinatoria.

Como afirma Sáenz (1998) citado por Roa,

*, "la cuestión clave del proceso educativo, y lo que diferencia un método inefectivo de otro que logra sus objetivos es la adquisición por los estudiantes de un pensamiento matemático equilibrado, que incluye no solo el dominio de algoritmos y automatismos, sino también la capacidad de plantear problemas y de hacer uso de heurísticas personales apropiadas y creativas"*

Las personas encargadas de la educación deben de tener en cuenta todas estas investigaciones realizadas durante hace tantos años donde la pregunta es ¿porque nuestros estudiantes no aprenden lo que les enseñamos y porque esa falta de motivación por el estudio? Se sigue enseñando lo mismo y de la misma forma sin darnos cuenta del daño que les estamos haciendo a nuestros estudiantes. También debemos de tener en cuenta todas estas investigaciones para tomar los ejemplos apropiados y la metodología correcta en el momento de resolver este tipo de problemas.

## 8. DISCUSIÓN



En el primer momento aparecen dos categorías: egocentrismo y repetición de elementos; que son propios del período de las operaciones concretas donde los niños buscan modos de realizar inventarios de todas las permutaciones, variaciones y combinaciones posibles en un conjunto dado con un número pequeño de elementos, y llegan a procedimientos rudimentarios de cálculo mediante ensayo y error. Según Piaget (1995), son capaces de encontrar todas las permutaciones de 3 objetos o todas las parejas posibles a partir de un número pequeño de objetos, mediante ensayo y error, sin seguir un método sistemático.

En este momento también se puede notar que los estudiantes les gusta representar sus problemas por medio de dibujos y gráficos.

En el momento de la intervención aparecen tres categorías: Enumeración, Pensamiento sistémico y razonamiento recursivo. Se van dando pautas para que los estudiantes vayan descubriendo con relativo éxito procedimientos sistemáticos, empieza a integrar las operaciones como son la seriación y la correspondencia en una sola y esto se va dando para obtener todas las combinaciones posibles en un problema dado; según Piaget este es el estadio III (11 a 12 años aproximadamente), que corresponde al pensamiento formal.



Hadar y Hadass (1981) citados por Roa, encuentran que la principal dificultad de los problemas combinatorios es la de encontrar un método sistemático de enumeración; esto se logra, con frecuencia, reformulando el problema y estableciendo varios subgrupos y es ahí en donde, de nuevo, aparece el error al no cumplirse las condiciones de la partición: la intersección no es vacía o la unión no es el total.

En este punto de la investigación se van llegando a las mismas conclusiones de otros estudios como es el de Green (1981) donde resalta que el nivel de percepción probabilística de los estudiantes va aumentando a medida que se van resolviendo problemas de las tres categorías y esto depende mucho de la intuición de los niños y niñas.

Según los estudios de combinatoria hasta el momento al planteado que a medida que se desarrollen actividades de enumeración, se puede ir desarrollando correctamente un razonamiento combinatorio.

Con los pasos del diseño de procedimiento se nota una mejor comprensión de los problemas, un mejor trabajo en equipo, los estudiantes van participando más en las discusiones, defendiendo sus puntos de vista.

En el momento tres emergieron dos categorías; la combinatoria como producto y la combinatoria como juego de azar. En este punto los estudiantes han adquirido unos elementos necesarios para poder entender de una forma acertada la selección como categoría de la combinatoria y poder ir acercándose más al concepto de combinatoria.

En el primer momento solo se aplicaron problemas de selección, debido a los estudios realizados donde se plantea que los estudiantes que no han tenido contacto con la combinación, solo pueden resolver ejercicios de este tipo de selección.

Sin embargo, en la intervención didáctica se plantearon problemas de colocación y partición, al igual que de selección y fue en este momento donde los estudiantes adquirieron herramientas como enumeración, pensamiento sistémico y razonamiento recursivo que más adelante les va a permitir entender mejor el tema de la combinatoria y esto lo podemos comprobar con las categorías que resultaron al final del trabajo de campo.



## 9. CONCLUSIONES

A lo largo de esta investigación relacionada con el concepto de combinatoria en estudiantes de sexto y séptimo de la institución educativa San Luis, del municipio de Neira, mediante la resolución de problema sobre combinatoria.

A continuación, se presentará una síntesis de lo que se ha hallado en dicha investigación.

Los resultados aportan conocimiento para otras investigaciones permitiendo una mejor apropiación y aplicación de la combinatoria.

Objetivo 1:

*Identificar los conocimientos previos de los estudiantes sobre combinatoria.*

Según los resultados del primer momento en este trabajo de investigación; para los estudiantes la combinatoria es una operación matemática que se emplea para solucionar situaciones donde hay diversas formas de escoger subconjuntos de un conjunto dado.

En el primer momento los estudiantes sintieron mucha curiosidad por saber cómo se resolvían los ejercicios planteados ya que era un tema nuevo para ellos; varios de ellos sintieron impotencia al no poder enfrentarse a este tipo de situaciones matemáticas.

Objetivo 2:

*- Reconocer las estrategias utilizadas por los estudiantes de los grados sextos y Séptimo para resolver problemas sobre combinatoria.*

Durante todo el desarrollo de la investigación los educandos querían resolver las situaciones en forma real, siempre buscaban que estos fueran contextualizados, y otras veces representaban las respuestas con dibujos.



Los estudiantes también empezaron a resolver varios problemas utilizando el medio como lapiceros, lápices, ellos mismos, en otros casos se inventaron rifas para poder encontrar todas las formas posibles de los problemas dados.

Objetivo 3:

- *Identificar el aporte de la resolución de problemas en el aprendizaje de combinatoria en estudiantes de grado sexto y séptimo.*

Con los problemas planteados durante el trabajo de campo de la presente investigación se pudieron sacar unos elementos claves de la combinatoria como fueron: La enumeración, la sistematización, la regla del producto, entre otros; también se pudo denotar que la combinatoria es práctica. No se puede seguir dando este tema con solo fórmula, pues es solo práctica lo que hace que los estudiantes vean en esta parte de la estadística la aplicación de este en diferentes áreas del conocimiento, como es la medicina, la tecnología, la misma matemática, entre otras.

El objetivo general:

*Reconocer cómo aprenden combinatoria los estudiantes de grado sexto y séptimo a partir de la resolución de problemas.*

Se puede notar que los estudiantes pertenecientes a esta investigación aprenden de una manera práctica, desde que los problemas sean contextualizados y aplicados en su diario vivir.

También se puede concluir lo mismo de Inhelder y Piaget, 1995; donde dicen que, si el nivel de abstracción que requiere la tarea no es tan complejo y si el número de factores a combinar no es muy grande, se podrían resolver adecuadamente estos problemas usando solamente las herramientas lógicas multiplicativas que se desarrollan en la etapa del pensamiento operatorio concreto.

Con los objetivos planteados y desarrollados se pudo resolver la pregunta de investigación que fue:

*¿Cómo aprenden combinatoria los estudiantes de los grados sexto y séptimo a partir de la resolución de problemas?*



Durante todo el desarrollo de la investigación desde sus inicios como fue la búsqueda de antecedentes y los referentes teóricos, se notó un vacío en el momento de los estudiantes enfrentarse al tema de la combinatoria debido a que las formulas son largas y poco comprensivas para los estudiantes; a medida que se iban dando los ejercicios y se iban resolviendo los Estudiantes fueron entendiendo y solucionando los diferentes problemas sin necesidad de saber que existían fórmulas para hallar su solución.



## 10. RECOMENDACIONES

Esta investigación va a permitir que los docentes de secundaria puedan saber a ciencia cierta como aprenden nuestros niños y niñas este tema tan importante para la matemática discreta; es por esto que se sugiere tener en cuenta lo siguiente:

1. Tener siempre presente los estudios de Piaget: Las investigaciones de este psicólogo han sido de suma importancia para muchas investigaciones relacionadas con la evolución del niño; las etapas dan insumos para tener en cuenta, al momento de enfrentar los niños al desarrollo de su pensamiento cognitivo donde van respondiendo a los diferentes problemas planteados según la edad.

2. Que los problemas empleados sean contextualizados: Esta investigación nos permite validar otras investigaciones donde al niño y a la niña hay que darles situaciones problémicas que puedan ver su aplicación en su contexto; una de las problemáticas que enfrentan los docentes en el aula es que se emplean libros y cartillas que fueron elaborados en otros contextos o en otros países y los estudiantes no le ven aplicabilidad en sus vidas.

3. Que los problemas de combinatoria sean de selección, de partición y de colocación: En libros de secundaria se deben dar situaciones problémicas que los estudiantes puedan vivenciar para que puedan ir adquiriendo pautas para la solución de este tipo de ejercicios.

4. Que se presenten más investigaciones en secundaria ya que la gran mayoría son de estudiantes de nivel universitario

: A nivel nacional son escasas las investigaciones de la

combinatoria en estudiantes de secundaria y a nivel internacional las investigaciones son a nivel universitario.

Finalmente, también debemos tener en cuenta lo propuesto por los autores con Engel, Varga y Walser (1976) citados por Roa:

1. Usar una metodología basada en juegos.
2. Introducir como ideas básicas la reglas de la suma, producto y cociente.
3. Usar los diagramas de árbol, además de los juegos y la manipulación, como recursos didácticos esenciales





## BIBLIOGRAFIA

Alsina, C. (2007). SI enrique viii tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo enrique iv? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista iberoamericana de educación*. n.º 43 (2007), pp. 85-101.

Alvarez, J y Jurgenson, G. (2003). Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología. Paidós Educador.

Angulo.M, Castaño, O. Bernal. J (2011). Actividades didácticas en enseñanza secundaria para el desarrollo de pensamiento aleatorio. *Scientia et Technica* Año XVI, No 49, diciembre de 2011.  
monac@utp.edu.co enaoca@hotmail.com [siberian17@hotmail.com](mailto:siberian17@hotmail.com)

Arpe, M. (s.f). La investigación etnográfica en el campo de la educación. Una propuesta meta-analítica. Universidad de la laguna.

Batanero, C., Godino, J. D. y Navarro-Pelayo, V. (1994a). Razonamiento combinatorio. Madrid: Síntesis.

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la estadística? Departamento de Didáctica de la matemática. Universidad de Granada.



Batanero, C. (2001). Didáctica de la matemática. Departamento de Didáctica de la matemática. Universidad de Granada.

Barrios, M. (s.f). Estrategias de aprendizaje en Matemáticas que emplean los estudiantes Universitarios.

Blanco, J.L. (1996). La resolución de problemas. Una revisión teórica. *Revista Suma*.

Bransford, J.D y Stein, B.S.(1891). Solución ideal de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear labor. Barcelona.

Gomez, I (1998). Una metodología cualitativa para el estudio de las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas. *Revista enseñanza de las ciencias*, 1998, 16 (3), 431-450

Guzmán, M. (1991). Enseñanza de las ciencias y la matemática. Organización de estados americanos.

Iriarte, A. (2011). Desarrollo de la competencia de resolución de problemas desde una didáctica con enfoque metacognitivo. *Revista del Instituto de Estudios en Educación Universidad del Norte*.

Hernández, A. (2013). Estrategias de solución de problemas matemáticos en estudiantes Preuniversitarios. Universidad Simón Bolívar. Venezuela. [anhernan9@gmail.com](mailto:anhernan9@gmail.com)

Lasa, A y Wilhelmi, M (2015). Atanco cabos, contando circunferencias. *Revista Didáctica de la estadística. Probabilidad y combinatoria*.



López, A, Medina, C y Sepúlveda, D. (2008). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educ. mat* [online]. 2008, vol.21, n.2, pp.79-115. ISSN 1665-5826.

Liviano, M. (1999). Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Universidad pedagógica “Enrique José Varona”. La Habana. Cuba.

MEN(20013) Referentes de calidad, lineamientos y estándares básicos de calidad en matemáticas.

Morales, J.A. y Frisancho, S. (2013). Operaciones combinatorias en estudiantes universitarios de ciclo inicial. *Revista Electrónica de Psicología e Epistemología Genéticas*.

Navarro-Pelayo, V. (1994). *Estructura de los problemas combinatorios simples y del Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Navarro-Pelayo, V. y Batanero, C. (1991). La combinatoria en los textos de Bachillerato. *Investigación en la escuela*, 14: 123-127.

Navarro-Pelayo, V., Batanero, C. y Godino, J. D. (1991). Enseñanza de la Combinatoria En Bachillerato. Una aproximación al pensamiento del profesor. *Revista de Educación. Universidad de Granada*, 4, 179-189.

Navarro-Pelayo, V., Batanero, C., Godino, J. D. (1996). Razonamiento combinatorio en Alumnos de secundaria. *Educación matemática*, 8(1): 26-39.

Perez, Y y Ramirez, R. (2011) Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos.



Pifarré, M y Sanuy, J (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la eso1: un ejemplo concreto. Departamento de pedagogía y psicología. Facultad de ciencias de la educación. Universidad de Lleida.

Polya, G. (1982). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Rico, L. (2006). La competencia matemática en PISA. PNA, 1(2), 47-66

Roa, R. (2000). *Razonamiento combinatorio en estudiantes con preparación matemática avanzada*. (Tesis doctoral). España. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Salgado,H y Trigueros,M (2008). Conteo. Una propuesta didáctica. *Departamento de Matemáticas, Instituto Tecnológico Autónomo de México, México*. [famysusi@gmail.com](mailto:famysusi@gmail.com) y [mtrigueros@gmail.com](mailto:mtrigueros@gmail.com)

Santos, M. (s.f). La resolución de problemas matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. Centro de Investigación y de estudios avanzados, Cinvestav-IPN.

Schoenfeld, A. (1985). Resolución de problemas. cuadernos de investigación y formación en educación matemática 2006, año 1, número 1

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan.



Sigarreta, J. Rodríguez, J y Ruesga, P. (2006) La resolución de problemas: una visión histórico-didáctica. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. XIII, No. 1 (2006) 53.

Seducu (2008) Proyecto Formación de Directivos Docentes en Antioquia. SEDUCA – FUNLAM, 2008

Sepulveda, A ,y Medina, C y Sepulveda, D.(2009) . La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. Educación Matemática, vol. 21, núm. 2, pp. 79-115

Silva, m. (2009). Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos de 6to grado de primaria. Universidad Iberoamericana.

Salgado, H y Trigueros, M (2009). Una propuesta didáctica y su análisis. Educación Matemática, vol. 21, núm. 1, abril de 2009, pp. 91-117

Vera, T. (2016). Relaciones entre los estilos cognitivos y la resolución de problemas en estudiantes de quinto grado de básica primarios. Universidad de Caldas.

Vilanovo, S, Rocerau, M, Valdez, G, Oiver, M, Vecino,S, Medina, P, Astiz, M y Alvares, E, (s.f). la educación matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje.

Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina.



## ANEXOS

### PRETEST

APLICADO A ESTUDIANTES DE LOS GRADOS SEXTO Y SEPTIMO

COMBINATORIA

2016

Lea en forma individual las siguientes situaciones y resuélvalas como crea que se pueden resolver:

1. ¿Cuántos saludos resultarían en la mesa de trabajo si todos se saludan entre sí?
2. ¿Tenemos 5 tipos de semillas para sembrar en la huerta escolar; la profe nos dice:  
Por grupo solo podemos escoger 3 de esas semillas; ¿de qué forma podríamos  
¿Resolver esta situación?
3. ¿Tenemos los números 1,2,5 y el 7; ¿Cuántos números pueden resultar si se pueden  
forman números de 3 cifras?



*Institución Educativa "SAN LUIS"*

**NEIRA- CALDAS**

**UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
COMBINATORIA  
TALLER NUMERO 1  
PRECATEGORIA- SELECCION**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

*Vas a leer las siguientes situaciones; las explicas con tus propias palabras y le vas a dar una o más soluciones. Luego te haces con algunos de tus compañeros y socializan sus respuestas; llegando a elegir la o las que tengan mejores argumentos en su solución.*

1. En una bolsa hay tres bolas numeradas con los dígitos 2, 4 y 7. sacamos una bola de la bolsa y anotamos su número. Sin devolver a la bolsa la bola extraída, se saca una segunda bola y se anota su número; sin devolverla a la bolsa, se saca una tercera bola y se anota su número. ¿Cuántos números diferentes de tres cifras podemos obtener?

Que entiendes de la anterior situación

Como resolverías el problema



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA SELECCION

2. El docente de matemáticas va a escoger 3 de los 5 estudiantes que se ofrecieron a borrar el tablero sus nombres son: Elisa, Fernando, Germán, Jorge y María. ¿De cuántas formas puede elegir tres de estos alumnos?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías





*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA SELECCION

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

3. Para realizar una encuesta de convivencia en la institución se deben de escoger 5 estudiantes del grado sexto; si en total son 10 estudiantes; ¿de cuantas formas se pueden escoger los estudiantes?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA SELECCIÓN

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

4. Tengo que proponer los nuevos colores de la bandera del equipo de futbol de la ciudad de Manizales; si me dan 5 colores diferentes (amarillo, azul, rojo, verde y blanco) y la bandera solo puede tener 3 de esos colores (la bandera es de 3 franjas horizontales); ¿Cuántas banderas saldrían con esas condiciones?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA SELECCIÓN

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

De las 8 niñas del grado séptimo de una institución se deben escoger 4 para representar al grupo en un torneo de pimpón; ¿de cuantas maneras se pueden formar los grupos?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
COMBINATORIA  
TALLER NUMERO 2  
PRECATEGORIA- COLOCACION

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

*Vas a leer las siguientes situaciones; las explicas con tus propias palabras y le vas a dar una o más soluciones. Luego te haces con algunos de tus compañeros y socializan sus respuestas; llegando a elegir la o las que tengan mejores argumentos en su solución.*

1. Cuatro chicos son enviados al director del colegio por alborotar en clase. Para esperar su castigo, tienen que alinearse en fila ante la puerta del despacho. ¡Ninguno quiere ser el primero, desde luego! Suponemos que los niños se llaman Andrés, Benito, Carlos y Daniel. ¿De cuántas formas posibles se pueden alinear?

Que entiendes de la anterior situación

Como resolverías el problema



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
COMBINATORIA  
PRECATEGORIA- COLOCACION

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

1. Cuatro niños (Alicia, Berta, Carlos y Diana) van a pasar la noche a casa de su abuela. Esta tiene dos habitaciones diferentes donde poder colocar a los niños para dormir. ¿De cuántas formas diferentes puede la abuela colocar los cuatro niños en las dos habitaciones? (Puede quedar alguna habitación vacía).

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA COLOCACION

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

3. Disponemos de tres cartas iguales. Deseamos colocarlas en cuatro sobres de diferentes colores: Amarillo, Blanco, Crema y Dorado. Si cada sobre solo puede contener, a lo sumo, una carta. ¿De cuántas formas podemos colocar las tres cartas en los cuatro sobres diferentes?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA COLOCACION

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

4. Disponemos de cinco cartas, cada una de ellas tiene grabada una letra: A, B, C, C, C. ¿De cuántas formas diferentes se pueden colocar en la mesa las cinco cartas, una al lado de otra formando una hilera?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías



*Institución Educativa "SAN LUIS"*

**NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA COLOCACION**

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_ **Fecha:** \_\_\_\_\_

5. El garaje de Ángel tiene cinco puestos para los carros. Como la casa es nueva, hasta ahora solo hay tres vehículos; el de Ángel, Beatriz y Carmen que pueden colocar cada día el coche en el lugar que prefieran, sino está ocupado. ¿De cuantas formas pueden Ángel, Beatriz y Carmen aparcar sus coches en la cochera?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías





*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
COMBINATORIA  
TALLER NUMERO 3  
PRECATEGORIA- PARTICION

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

*Vas a leer las siguientes situaciones; las explicas con tus propias palabras y le vas a dar una o más soluciones. Luego te haces con algunos de tus compañeros y socializan sus respuestas; llegando a elegir la o las que tengan mejores argumentos en su solución.*

1. Un niño tiene cuatro coches de colores diferentes (Azul, Blanco, Verde y Rojo) y decide repartírselos a sus hermanos Fernando, Luis y Teresa. ¿De cuántas formas diferentes puede repartir los coches a sus hermanos

Que entiendes de la anterior situación

Como resolverías el problema



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA – PARTICION

2. Un grupo de cuatro amigos, Andrés, Benito, Clara y Daniel, tienen que realizar dos trabajos diferentes: uno de Matemáticas y otro de Lenguaje. Para realizarlo deciden dividirse en dos grupos de dos chicos cada uno. ¿De cuántas formas pueden dividirse para realizar los trabajos?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA- PARTICION

3. María y Carmen tienen cuatro lapiceros de diferente color (negro, rojo, rosado y verde) y deciden repartírselos entre las dos en partes iguales. ¿De cuántas formas se pueden repartir los lapiceros?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías



*Institución Educativa "SAN LUIS"*  
NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA – PARTICION

4. Ana, Sofía, Sara, Carmen, Sandra y Camila están jugando a las muñecas y lo están haciendo separadas en grupos iguales de 3 niñas; tienen 4 muñecas y las quieren repartir en partes iguales. ¿de cuántas formas se pueden repartir las muñecas?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías



*Institución Educativa "SAN LUIS"*

**NEIRA- CALDAS  
UNIVERSIDAD DE MANIZALES- CINDE  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO  
PRECATEGORIA - PARTICION**

5. Se cuenta con 8 estudiantes (Miguel, Carlos, Juan, Mateo, Pedro, Felipe, Santiago y Martin) para jugar un partido de microfútbol; si se van a conformar 2 equipos con igual número de participantes. ¿de cuantas formas se pueden conformar los equipos?

Que entiendes de la anterior situación

Como lo resolverías