

Desarrollo del pensamiento geométrico en niños de tercero primaria utilizando el modelo de Van Hiele para resolver problemas.

Fredy Yezid Gutiérrez Castro¹

Resumen

El presente artículo aborda el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de tercer grado de primaria, utilizando el modelo de Van Hiele como estrategia didáctica para la resolución de problemas geométricos. El objetivo principal de la investigación es validar la efectividad de este modelo en la mejora del razonamiento geométrico de los estudiantes. Se utilizó una metodología con enfoque mixto y diseño cuasiexperimental, en la que participaron 50 estudiantes de una institución educativa en Villavicencio, divididos en grupos experimental y de control. A lo largo del estudio, se aplicaron pruebas diagnósticas (pretest y postest) y un test sociométrico para evaluar el razonamiento geométrico y las interacciones sociales.

Los resultados mostraron una mejora significativa en el grupo experimental, confirmando que el modelo de Van Hiele facilita el progreso en los niveles de razonamiento geométrico. Además, se evidenció que las dinámicas sociales influyen positivamente en el aprendizaje, ya que los estudiantes con mayor aceptación social lograron mayores avances. Se concluye que la implementación del modelo de Van Hiele es eficaz en la enseñanza de la geometría en primaria, y se recomienda su adopción en las instituciones educativas para fortalecer el pensamiento geométrico y promover el trabajo colaborativo en el aula.

Palabras clave: pensamiento geométrico, modelo de Van Hiele, enseñanza de la geometría, educación primaria, razonamiento geométrico.

¹ Licenciado en Matemáticas y Física-Universidad de los Llanos, Especialista en Administración de la Informática Educativa-Universidad de Santander UDES, Maestrante en Educación-Universidad de Manizales, docente Tutor PTAFI 3.0 , Institución Educativa Francisco Arango Email: freyegu@hotmail.com Código ORCID: M13202122884

Development of Geometric Thinking in Third Grade Children Using the Van Hiele Model for Problem Solving.

Abstract

This article addresses the development of geometric thinking in third grade elementary school students, using the Van Hiele model as a teaching strategy for solving geometric problems. The main objective of the research is to validate the effectiveness of this model in improving students' geometric reasoning. A mixed-approach methodology and quasi-experimental design were used, in which 50 students from an educational institution in Villavicencio participated, divided into experimental and control groups. Throughout the study, diagnostic tests (pretest and posttest) and a sociometric test were applied to evaluate geometric reasoning and social interactions.

The results showed a significant improvement in the experimental group, confirming that the Van Hiele model facilitates progress in the levels of geometric reasoning. In addition, it was shown that social dynamics positively influence learning, since students with greater social acceptance achieved greater progress. It is concluded that the implementation of the Van Hiele model is effective in teaching geometry in primary school, and its adoption in educational institutions is recommended to strengthen geometric thinking and promote collaborative work in the classroom.

Keywords: geometric thinking, Van Hiele model, teaching geometry, primary education, geometric reasoning.

Introducción

El pensamiento geométrico es fundamental en el desarrollo de las habilidades matemáticas, ya que facilita que los estudiantes puedan interpretar y comprender su entorno de manera estructurada. En la etapa inicial de formación primaria este tipo de educación presenta desafíos importantes, por lo que el modelo de Van Hiele ofrece una destacada estructuración teórica para comprender cómo los niños van desarrollando su pensamiento geométrico a través de diferentes modelos y fases que apoyan el progreso de sus saberes.

Teniendo en cuenta lo anterior, el objetivo de esta investigación consiste en validar la efectividad del método de Van Hiele en el desarrollo del razonamiento geométrico en los estudiantes de tercer grado. De igual manera se estableció como metodología un enfoque mixto con diseño cuasiexperimental en el que se establecieron etapas de aplicación de prueba diagnóstica o pretest, ejecución de la estrategia didáctica a través del modelo de Van Hiele, aplicación y desarrollo del test sociométrico y aplicación de un post test o prueba de salida.

Se estableció dentro de la metodología una relevante visión de comprender cómo los sujetos de estudio a pesar de participar del mismo contexto formativo no adquirieron la misma velocidad y capacidad de razonamiento, por ello se da pie a la elaboración, aplicación y análisis del test sociométrico con el fin de entender cómo los estudiantes interactúan y cuál es su papel en los procesos participativos además de cómo estos influyen en su formación académica.

Además, se usa como modelo el de Van Hiele porque en el contexto de niños de tercero de primaria, el pensamiento geométrico se encuentra en una fase inicial y, según el modelo, los estudiantes suelen operar en los primeros niveles de razonamiento. El modelo de Van Hiele se compone de cinco niveles jerárquicos: visualización, análisis, ordenación, deducción y rigor. de acuerdo con Vargas y Araya (2013) en el nivel de visualización, que es el predominante en niños de esta edad, los estudiantes reconocen las figuras geométricas basándose en su apariencia global, sin analizar aún sus propiedades. Es en este nivel donde se inicia la construcción del conocimiento geométrico, y el desafío radica en guiar a los niños hacia niveles superiores de comprensión a través de estrategias didácticas adecuadas.

A partir de lo anterior, es importante mencionar que es posible darse una progresión de nivel no por la edad sino por la instrucción recibida. Por lo cual, se hace énfasis en que la enseñanza está estrechamente relacionada con el nivel de pensamiento geométrico desarrollado. En el caso de los niños de tercero de primaria, que suelen encontrarse en los primeros niveles del modelo de Van Hiele, el objetivo de la enseñanza de la geometría debe centrarse en fomentar la exploración y el reconocimiento de

figuras geométricas. Falconi (2021) menciona que las actividades diseñadas para estos estudiantes deben enfocarse en la manipulación de figuras, la observación de sus características visuales y la comparación de formas para establecer semejanzas y diferencias básicas. Es en esta etapa donde el docente puede comenzar a introducir conceptos más formales, como el perímetro y el área, pero siempre desde un enfoque concreto y visual.

Se establece a su vez, que los docentes promuevan una comunicación asertiva en el aula durante el proceso de enseñanza- aprendizaje de la geometría. De acuerdo con Orozco (2021) el modelo de Van Hiele enfatiza que la transición entre niveles se da a medida que los estudiantes describen y explican sus observaciones sobre las figuras geométricas, comienzan a desarrollar un lenguaje más preciso y formal para hablar sobre la geometría, lo que a su vez facilita el paso a niveles superiores de razonamiento.

Por otro lado, el enfoque cuasi experimental en este estudio permite evaluar el impacto de la aplicación de estrategias didácticas basadas en el modelo de Van Hiele, ya que permite que en el estudio se pueden comparar los resultados obtenidos de un grupo experimental, con un grupo de control con un enfoque de educación tradicional, lo que permite medir de manera objetiva si las estrategias diseñadas facilitan el avance de los estudiantes a niveles más altos de razonamiento geométrico y como estos progresos se reflejan en una mejora en la resolución de problemas geométricos.

Finalmente, este proyecto se desarrolló con base en los objetivos mencionados anteriormente, los cuales guiaron el enfoque deseado en la aplicación de instrumentos, estrategias pedagógicas y las diversas herramientas empleadas durante el proceso de investigación. Todo esto permitió abordar y resolver el problema de investigación planteado inicialmente desde la pregunta ¿Una unidad didáctica basada en el modelo de Van Hiele logrará fortalecer el razonamiento geométrico de los estudiantes de grado tercero pertenecientes a la Institución Educativa Francisco Arango de la ciudad de Villavicencio?

Marco teórico

Enseñanza y Aprendizaje de los Conceptos de Área y Perímetro

Enseñanza y Aprendizaje de la Geometría. La enseñanza de la geometría ha sido un tema de creciente interés debido a su importancia para el desarrollo del pensamiento y la comprensión de las matemáticas, así como para la representación del mundo (Lastra, 2005). Sin embargo, a pesar de su relevancia, no se le otorga la atención necesaria en muchas Instituciones Educativas (IE), como se evidencia en la escasa intensidad horaria semanal (IHS) dedicada a su instrucción, la cual corresponde a 1 periodo de clase de 55 minutos.

Además, muchos docentes limitan su enseñanza a la definición y representación estandarizada de figuras geométricas, sin conectar los conceptos con el contexto o la resolución de problemas prácticos. Ponce (2004) señala que la falta de esta relación con el contexto y el énfasis en fórmulas para hallar áreas, perímetros y radios, reduce el pensamiento geométrico a un simple relleno del tiempo en clase.

No obstante, el Ministerio de Educación Nacional ha emitido directrices para que los docentes planifiquen y ejecuten procesos de enseñanza alineados con estándares que promuevan el pensamiento geométrico y sus aplicaciones. Ponce (2004) también menciona que la geometría, a menudo, es percibida como un conocimiento de menor relevancia en comparación con la aritmética, o como una disciplina muy compleja a la que solo acceden los estudiantes más avanzados, lo que limita su presencia en las aulas.

Aproximación a los conceptos de área, perímetro y dificultades para su aprendizaje. En el ámbito de la geometría, los conceptos de área y perímetro han sido ampliamente estudiados. D'Amore et al. (2007) señalan que Piaget (1926, 1937) fue pionero en la construcción conceptual de la geometría en el siglo XX, abordando específicamente el área y el perímetro. Para los autores mencionados, los aportes de Piaget desde la psicología evolutiva influyeron directamente en los procesos de aprendizaje, destacando que las dificultades en la comprensión de estos conceptos están relacionadas con la etapa de maduración. Esto explica por qué niños de 12 años pueden no haber asimilado completamente la idea de superficie, ni establecer relaciones lógicas entre área y perímetro.

Rogalski (1979) también aborda los principales obstáculos conceptuales, que incluyen cambios en dimensiones, unidades de medida y la relación entre longitud y área. Por su parte, Outhred y Mitchelmore (1992) (citados por D'Amore y Fandiño, 2007) estudiaron a alumnos de primaria, identificando dificultades en la visualización de rectángulos y el manejo de líneas, concluyendo que la comprensión de matrices implica reconocer dos dimensiones.

Marchett (2005), realizaron investigaciones en estudiantes de cuarto y quinto grado, enfocándose en las preconcepciones sobre área y perímetro. Determinaron que los conflictos de aprendizaje son de naturaleza epistemológica y dependen de las estrategias pedagógicas utilizadas en el proceso de enseñanza.

Los conceptos Área y Perímetro en los Libros de Texto. En la revisión de libros de texto utilizados en la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria en Colombia, se observa que estos materiales definen el área y el perímetro de manera estandarizada, limitándose a aplicar fórmulas para resolver ejercicios. Arévalo (2012) en *Nuevas Estrategias en Matemáticas 3*, enseñan a hallar el área y el perímetro a través de ejemplos, explicando que el perímetro se obtiene sumando las longitudes de los lados y el área mediante el conteo de unidades cuadradas que cubren la figura. Moncada (2012) en *Matemáticas 4* también presenta una aproximación basada en la aplicación de fórmulas sin explorar a fondo las diferencias conceptuales. Martínez (2012) en *Rutas Matemáticas* define el perímetro como la suma de los lados y el área como la medida de la superficie, utilizando métodos similares.

En general, los textos se centran en figuras bidimensionales (2D) sin incluir representaciones tridimensionales (3D), lo que limita la conexión de los estudiantes con la realidad. Además, no profundizan en las relaciones entre área y perímetro, lo que deja un vacío conceptual en la comprensión de estos términos más allá de los ejercicios básicos.

Propuestas de mejoramiento para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Las falencias en la enseñanza de la geometría incrementan las dificultades de los estudiantes y la relevancia de esta área se reduce en algunos colegios, como evidencian los planes de estudio de instituciones en Villavicencio. A pesar de los esfuerzos del Ministerio de Educación (2002) por mejorar el pensamiento espacial y geométrico, muchos docentes carecen de preparación adecuada y desconocen el uso de tecnologías educativas, lo que limita la enseñanza. Investigaciones como las de Barrios (2008) y Rizzolo (2007) propone el uso de herramientas multimedia y estrategias didácticas innovadoras que adapten los contenidos geométricos al contexto inmediato de los estudiantes.

Piedrahita et al. (2009) investigan el modelo de Van Hiele, destacando su impacto positivo en el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de primaria. Este enfoque busca conectar la geometría con situaciones del mundo real, mejorando la interpretación y resolución de problemas. Además, desde el enfoque constructivista, estrategias que facilitan la adquisición de conceptos geométricos, como las de Pachano y Terán (2008), sugieren que los docentes deben fomentar la creatividad a través de actividades que estimulen procesos cognitivos y promuevan el aprendizaje

significativo, integrando conceptos como área y perímetro de manera transversal con otras áreas del conocimiento.

Los Conceptos Área y Perímetro en el Currículo Escolar Colombiano.

Los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN) enfatizan la importancia del desarrollo del Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos, promoviendo el fortalecimiento de las capacidades matemáticas de los estudiantes. En 2002, el MEN destacó que los currículos habían dejado de lado el estudio de la geometría intuitiva debido a la adopción de la matemática moderna, que se centró en el pensamiento numérico. Sin embargo, el MEN subraya la necesidad de recuperar el sentido espacial intuitivo en todas las áreas matemáticas, no solo en la geometría.

Dado que los lineamientos mencionan la relevancia de conceptos como área y perímetro, resulta crucial desarrollar propuestas que fortalezcan estas nociones en el aula. La investigación actual se basa en estos estándares curriculares, orientando la enseñanza hacia la promoción de competencias geométricas fundamentales. Estas directrices buscan asegurar que el proceso de aprendizaje integre tanto el pensamiento espacial como las capacidades intuitivas, contribuyendo a una comprensión más integral de las matemáticas por parte de los estudiantes.

El Pensamiento Métrico y Sistemas de Medida. El MEN (2002) refiere lo siguiente “Los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento, hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones” (p.63).

En relación a los lineamientos curriculares del MEN especifican conceptos y procedimientos relacionados con este tipo de pensamiento, como:

La construcción de conceptos de cada magnitud, la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, la estimación de la medida de cantidades de distintas magnitudes del proceso de - Capturar lo continuo con lo discreto -, la apreciación del rango de las magnitudes, la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos y procesos de medición, la diferencia entre la unidad y los patrones de medición, la asignación numérica y el papel del trasfondo social de la medición. (p. 63).

Estándares básicos de Competencias en Matemáticas en el desarrollo del Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas para Grados 1º-3º. Van Hiele en su pensamiento establece que se debe tomar como referente los estándares para los diseños del plan de estudios teniendo en cuenta los

niveles de razonamiento y sus fases no se puede abordar un nivel de educación superior si no se ha aprobado adecuadamente la educación inicial, para el presente estudio es de vital importancia reconocer las competencias que deben desarrollar los estudiantes en cuanto al razonamiento geométrico de acuerdo con el MEN (2006) como se evidencian a continuación:

- Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, masa y peso) y su duración.
- Comparo y ordena objetos respecto a atributos medibles.
- Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados de acuerdo al contexto.
- Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en los procesos de medición.
- Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente en la vida social económica y de las ciencias (p.81).

El Modelo de Razonamiento de Van Hiele en el Diseño Curricular

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2002) estableció en el diseño curricular colombiano que el desarrollo del pensamiento geométrico es un proceso lento, que va desde formas intuitivas hasta razonamientos deductivos. Se adoptó el modelo de Van Hiele, el cual ha sido ampliamente aceptado a nivel internacional para la enseñanza de la geometría en el contexto escolar. Los niveles del modelo incluyen: Visualización, Análisis, Ordenamiento, Deducción Informal, Deducción Formal y Rigor.

El MEN sugiere que los docentes adopten este modelo, pero también plantea la posibilidad de criticarlo, ya que está más centrado en una geometría clásica euclidiana, basada en demostraciones, y no aborda completamente la exploración del espacio, el desarrollo de la imaginación tridimensional, o la formulación y discusión de conjeturas. Se sugiere un enfoque más activo de la geometría, que incluya la experiencia concreta del espacio y el movimiento, conduciendo a la construcción de sistemas conceptuales que codifiquen y dominen el espacio mediante múltiples sistemas simbólicos.

Aunque el MEN recomienda seguir el modelo de Van Hiele, se alienta a los docentes a consultar otros documentos e investigaciones que describan experiencias positivas en su implementación, para resolver posibles dudas y mejorar la aplicación en el aula.

Características generales del modelo. Según Fouz y De Donosti (2005), el principal objetivo de

un modelo es representar de manera precisa una situación real para estudiarla y desarrollar estrategias que permitan su comprensión. En el ámbito educativo, los modelos ayudan a incorporar el desarrollo cognitivo de los estudiantes mediante fases que comienzan con la observación y culminan con la aplicación, validando una concepción teórica. El modelo de Van Hiele, en particular, se considera una guía docente que facilita la comunicación entre profesores y estudiantes, promoviendo la comprensión y el razonamiento matemático.

El modelo de Van Hiele requiere que los estudiantes desarrollen tres niveles de perfección en el razonamiento matemático: primero, comprender las instrucciones del docente; segundo, presentar y desarrollar conceptos; y tercero, razonar y enseñar de forma apropiada a través de la comunicación de los conceptos adquiridos.

Las fases de orientación de los docentes corresponden a las etapas en las que organizan actividades para avanzar hacia un mayor nivel de razonamiento. Es fundamental garantizar una comprensión básica de los conceptos geométrico-matemáticos para que los estudiantes puedan aplicar y relacionar dichos conceptos de manera adecuada en situaciones futuras.

Identificación de niveles de razonamiento y fases de orientación a los estudiantes.

- **Niveles de razonamiento.** De acuerdo con Vargas y Gamboa (2013) los procesos de aprendizaje de la geometría no se dan de forma homogénea, existen niveles que permiten entrever las diferencias en el razonamiento matemático a pesar de estar en el mismo nivel. Para lo anterior, establecen bajo la teoría de Van Hiele niveles que le permiten al docente situar al estudiante e iniciar un proceso:

Nivel 0: tiene como fundamento el proceso de reconocimiento o visualización en el que se evalúa de forma elemental los saberes, se da en el preescolar y primeros grados de primaria, donde los temas abarcan figuras geométricas y el aprendizaje de sus respectivos nombres, características físicas y establecimiento de semejanzas y diferencias con la orientación docente.

Nivel 1: los estudiantes comienzan a identificar figuras geométricas y sus propiedades, aunque de forma informal. Reconocen y generalizan propiedades, pero aún no logran relacionarlas entre sí ni clasificar figuras correctamente. Consideran las propiedades de las figuras de forma independiente sin establecer conexiones lógicas entre ellas.

Nivel 2: los estudiantes comienzan a razonar formalmente, deduciendo propiedades y clasificando figuras con lógica. Aunque comprenden definiciones y pasos aislados de un razonamiento lógico, no logran encadenar ideas para construir demostraciones completas. Pueden clasificar cuadriláteros y

formular definiciones matemáticas correctas sin redundancias.

Nivel 3: alcanzan la capacidad de realizar razonamientos lógicos formales y comprenden la estructura axiomática de las matemáticas. Pueden hacer demostraciones, verifican la verdad de afirmaciones y entienden que existen diferentes maneras de llegar a un mismo resultado. Además, demuestran propiedades más complejas.

- **Fases de Orientación para el aprendizaje.** Las fases de orientación para el aprendizaje, basadas en el modelo de Van Hiele y ampliado por Jaime (como se citó en Fernández, 2018), refiere de cada una de las cinco (5) fases clave, lo siguiente:

Fase de Información: En esta etapa el docente presenta el campo de estudio, los problemas y los materiales necesarios. El estudiante adquiere conocimientos básicos para abordar el trabajo matemático.

Fase de Orientación Dirigida: El propósito de esta fase es que los estudiantes comprendan conceptos, propiedades y figuras a través de la exploración guiada. Se destacan el acompañamiento y la dirección para desarrollar habilidades de razonamiento.

Fase de Explicación: En este espacio, los estudiantes intercambian experiencias y discuten cómo abordaron los problemas. Es una etapa de análisis y argumentación que les permite organizar y expresar sus ideas.

Fase de Orientación Libre: En esta fase los estudiantes aplican el conocimiento adquirido a nuevas situaciones. Los problemas presentados permiten la exploración de diferentes métodos para resolverlos, consolidando su razonamiento.

Fase de Integración: Finalmente, en esta fase los estudiantes condensan y relacionan todo lo aprendido, logrando una visión general de los conceptos y métodos. Esta fase culmina con la preparación para un nuevo nivel de razonamiento.

Este enfoque secuencial permite que los estudiantes avancen en su comprensión matemática, guiados por una estructura lógica de aprendizaje

Metodología

La metodología fue propuesta desde un enfoque mixto de investigación, Hernández y Mendoza (2020) describe que éste se caracteriza por ser un enfoque sistemático, empírico y crítico que involucra la recolección y análisis de datos cuantitativos y cualitativos. Adicionalmente este método integra y discute ambos tipos de datos de manera conjunta, con el objetivo de hacer inferencias en relación a la información recolectada.

Por otro lado, el diseño es cuasi experimental, Murillo (2012) refiere que la característica de este diseño se basa en la inexistencia de formas para garantizar la equivalencia inicial entre los grupos experimental y de control, es decir, no se asegura la aleatorización; por otro lado, este tipo de experimentos, utiliza dos grupos ya existentes, lo que implica que las unidades de análisis no se asignan de manera aleatoria.

Se refiere el enfoque mixto, porque este permite la recolección y análisis de datos cuantitativos como cualitativos, con lo que se enriquece la investigación. Adicionalmente, el enfoque mixto ayuda a la comprensión completa del fenómeno en estudio (Hernández y Mendoza, 2020).

Adicionalmente, los datos cuantitativos permiten medir el impacto de las secuencias didácticas utilizadas para la implementación del modelo de Van Hiele en la enseñanza de la geometría a través de pruebas como el pre test y el pos test, mientras que los datos cualitativos permiten la exploración de las interacciones, percepciones y otros factores que pueden influir en los resultados de dichos aprendizajes, con el uso del test sociométrico.

Esta combinación ofrece una visión más integral y rica del impacto de la intervención, con el propósito de validar el método de Van Hiele a partir no solo de los resultados numéricos, sino también las experiencias y relaciones contextuales del entorno educativo.

Población y muestra

La institución Educativa Francisco Arango Está ubicada en el barrio 7 de agosto perteneciente a la comuna dos, de la ciudad de Villavicencio, cuenta con una población estudiantil de 1322 niños, niñas, adolescentes y jóvenes pertenecientes a los estratos 0, 1, 2 y 3 de la ciudad y cuenta con programas de educación de jóvenes en extra edad y adultos, escuela nueva y educación tradicional.

La población objeto de estudio fueron niños pertenecientes al grado tercero de la jornada de la mañana (28 estudiantes), de la tarde (22 estudiantes) y de la sede anexa (33 estudiantes) con un total de 83 educandos.

Muestra

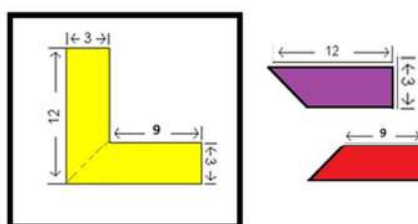
La muestra se selecciona de manera intencional dividiendo a los educandos de la jornada de la mañana y de la jornada de la tarde en dos grupos. Los 28 estudiantes de la jornada de la mañana pertenecen al grupo experimental, los 22 estudiantes de la jornada de la tarde pertenecen al grupo de control.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos

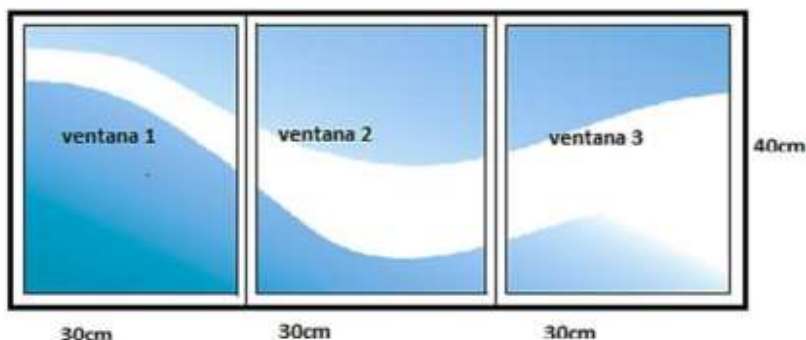
Las técnicas e instrumentos de recolección de datos propician que la investigación pueda alcanzar los objetivos establecidos para el proceso investigativo. Para el presente estudio se tuvieron en cuenta el test sociométrico, el pre test y post test.

El Test y el post test, se encontraban estructurados de la siguiente manera:

- Punto 1. Seleccionar con una letra las figuras que son cuadriláteros;
- Punto 2. Observar detalladamente el polígono e identificar cuántas figuras de cuatro lados la conforman;
- Punto 3. Observar un plano e indicar cuáles sectores representan figuras geométricas como cuadrados, rectángulos, paralelogramos, cuadriláteros y trapecios;
- Punto 4. Los estudiantes deben observar una figura en donde se les aclara que es el contorno y qué es la superficie, a partir de lo cual deben contestar preguntas como: ¿Cuáles figuras tienen mayor contorno y organizarlas de menor a mayor teniendo en cuenta el número que la identifica?; ¿Cuáles figuras tienen mayor superficie organizando de menor a mayor superficie, teniendo en cuenta el número que la identifica? y finalmente, Responder SI o No y justificar respuesta a: ¿La superficie que más largo tiene el contorno, más grande tendrán la superficie?, ¿Las figuras que mayor tienen la superficie, menor tendrán el contorno?
- Punto 5. A partir de las figuras



- a. Al dividir en dos partes la figura de la izquierda y separar las formas que se forman, como se muestra en la parte derecha, ¿Cambiará la superficie? Si No , ¿por qué?
- b. ¿Cambiará la medida del contorno? Si No , ¿Por qué?
- Punto 6. Las ventanas de la casa de Juan tienen las medidas que se muestran en la figura:



- Si se suman los perímetros de las ventanas separadas y el resultado se compara con el perímetro de las ventanas unidas, ¿dará el mismo resultado? Si No , ¿Por qué?
- Si se suman las áreas de las tres ventanas separadas y el resultado se compara con el área de las tres ventanas unidas, ¿dará el mismo resultado? Si o No, ¿Por qué?

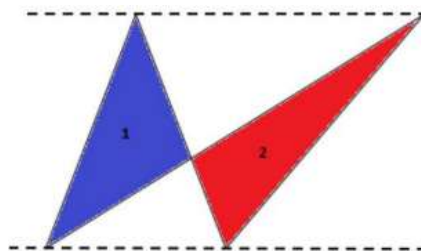
Punto 7. Observando las imágenes, responder preguntas como:

- ¿Tienen las dos figuras el mismo perímetro? Si No , ¿Por qué?
- ¿Tienen las dos figuras la misma área? Si No , ¿Por qué?
- ¿Pertenecen a la misma familia de polígonos? Si No , ¿Por qué?

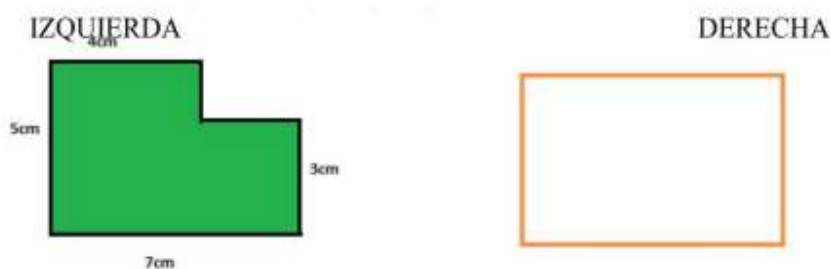
Punto 8. Dibujar las figuras (rectángulo, cuadrado y trapecio) con las medidas solicitadas usando la regla y el compás. Seguidamente, responda: ¿Puede calcular el área y perímetro de las figuras realizadas? mostrar el procedimiento.

Punto 9. Utilizando la regla, obtener el área de las figuras 1 y 2 y responder las preguntas:

- Comparar el área de cada una de las dos figuras y determinar cuál es mayor
- Comparar el perímetro de cada una de las dos figuras y determinar cuál es mayor.



Punto 10. Observe las siguientes figuras y responda



a. La figura sombreada de la izquierda (de color verde) es un rompecabezas conformado por figuras geométricas pequeñas. Dibuje dentro de la figura sombreada, las figuras geométricas pequeñas que considere podrían conformar el rompecabezas y en el espacio de la derecha cree otro rompecabezas con las mismas figuras geométricas pequeñas que dibujó en la izquierda. Luego responda: ¿El área y el perímetro del rompecabezas de la izquierda son los mismos que el área y el perímetro del rompecabezas de la derecha? Escriba su respuesta y explique.

Test sociométrico

El test sociométrico de acuerdo con Proaño (2021) es una herramienta psicológica diseñada para estudiar las relaciones interpersonales dentro de un grupo, como un salón de clases, equipo de trabajo, u otro entorno social. Este tipo de prueba tiene como objetivo identificar patrones de aceptación, rechazo y liderazgo, así como detectar grupos o subgrupos dentro de una comunidad. El test se basa en preguntas que permiten a los participantes seleccionar a otros individuos del grupo para diferentes actividades, como trabajar juntos o compartir tiempo libre, lo que ayuda a mapear las relaciones sociales y medir la cohesión del grupo.

Ese tipo de Test permite identificar las dinámicas sociales en el aula y establece quiénes son líderes quienes tienen problemas para interactuar y quienes permanecen en aislamiento, teniendo en cuenta lo anterior, este test permite a este proceso investigativo identificar y evaluar si las interacciones sociales influyen en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Según Proaño (2021) La estructura de este radica en realizar preguntas sencillas y apropiadas al nivel de cada uno de los participantes en los que se debe tener claro si la muestra está de acuerdo con participar y así como si entiende o no los ejercicios geométricos establecidos. Por otra parte, se realiza la recopilación de datos y en el análisis de los mismos se construye un sociograma en el que se pueden visualizar las elecciones y relaciones que desarrolló el grupo identificando patrones de aceptación rechazo y neutralidad.

Finalmente, para la evaluación del impacto de este Test en el razonamiento geométrico se analizan las relaciones identificadas y cómo estas afectan el desarrollo de las habilidades geométricas, de esta manera en el estudio se puede revelar si existió un progreso o si los estudiantes requieren de un apoyo adicional esto como fundamental guía para que los docentes puedan ajustar dinámicas grupales y generar aprendizaje significativo (Proaño, 2021).

Pre Test y Post Test

Considerando que en el contexto escolar en muchas ocasiones no es posible realizar aleatorización de los participantes, el uso del diseño cuasi experimental resulta conveniente en la investigación educativa, teniendo en cuenta que requiere de la selección aleatoria de sujetos para conformar la muestra. En este sentido este tipo de diseño hace uso de dos grupos, uno de control y otro experimental, a los cuales se les aplica un pre test. Posteriormente, se implementa el programa al grupo experimental y, tras finalizar, se realiza un post test a ambos grupos. (Murillo, 2012)

Para la presente investigación el grupo de control fueron los estudiantes de la jornada de la tarde, conformado por 22 estudiantes; el grupo experimental fueron los estudiantes de la jornada del mañana conformado por 28 estudiantes, todos de la IE Francisco Arango de la ciudad de Villavicencio. Así mismo, el pre test es aplicado antes de la implementación de la secuencia didáctica basado en el modelo de Van Hiele y posteriormente el post test que contiene la misma información del pre test a los dos grupos, el de control y el experimental, con lo que se puede evaluar la eficacia de la metodología utilizada en la enseñanza - aprendizaje del desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de grado tercero.

De la misma manera, se realiza una revisión de la literatura para fortalecer el proceso investigativo y recopilar información y material útil para el desarrollo del proyecto. Dicha información está centrada en la búsqueda de antecedentes que aborden el desarrollo del pensamiento geométrico mediante el modelo de Van Hiele, cuya finalidad es entender cómo su aplicabilidad en las actividades y desarrollo de clase permite alcanzar las competencias geométricas propuestas facilitando el proceso de aprendizaje en esta área.

Discusión de los Resultados

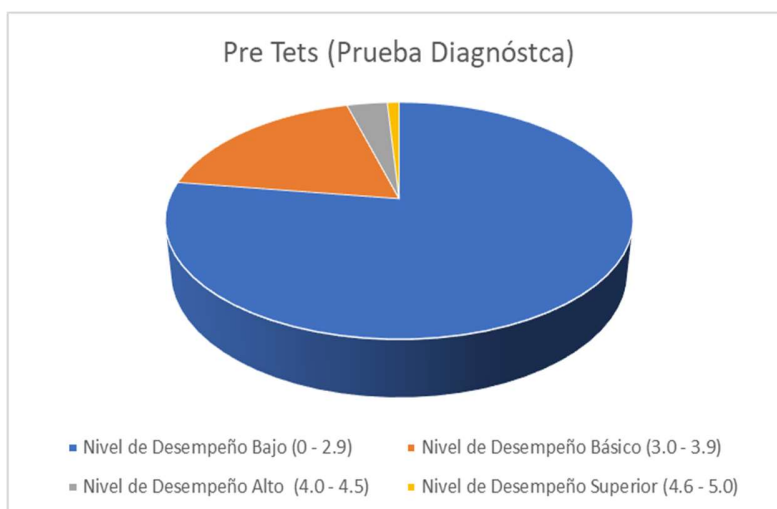
A continuación, se detallan los resultados del pre test y el post test.

Pre test

El Pre test fue utilizado para identificar las condiciones de los 50 estudiantes objeto de la investigación, en relación a la comprensión, desempeño y habilidades en la interpretación y ejecución de los métodos adecuados para la realización de los 10 puntos propuestos en la prueba diagnóstica arrojó los siguientes resultados:

Los resultados se registraron en una tabla de Excel y se graficaron detallando datos cuantitativos de los resultados de los estudiantes. (ver figura 1)

Figura 1. Pre Test



El análisis cuantitativo evidencia que el 75.2% (37.6) de los estudiantes obtuvieron un desempeño bajo; el 18.44% (9.22) estudiantes, desempeño básico; el 5.34% (2.67) estudiantes, desempeño alto y el 0.88% (0.44) estudiantes, desempeño superior. Con lo que se ratifica que las habilidades y comprensión de los estudiantes para la realización de ejercicios y resolución de problemas geométricos es bastante limitada evidenciando la inexistencia del nivel del modelo de Van Hiele (Reconocimiento, Análisis y Comparación) considerados para el grado tercero.

Los anteriores datos están dados en relación a las preguntas que no requerían justificación; sin embargo, en las preguntas 4, 5, 6 y 9, se evidencia la falta de comprensión y análisis de los estudiantes en relación a lo que debían desarrollar, lo que se percibe en la forma y el escaso vocabulario matemático

utilizado por los estudiantes, con lo que se hace el análisis cualitativo de la investigación, el cual es respaldado con los resultados de la prueba sociométrica.

Consecuentemente, el investigador procede con la aplicación de las secuencias didácticas en el grupo experimental bajo el modelo de Van Hiele para fortalecer los niveles 1,2 y 3, con lo que los estudiantes se apropien de forma adecuada del proceso geométrico desarrollando habilidades matemáticas, propuestas en el objetivo general de la intervención pedagógica.

Test Sociométrico

El test fue diseñado y aplicado a la muestra objeto de investigación permitiendo identificar los patrones de aceptación y rechazo dentro del grupo, hacia su desempeño grupal y hacia sus docentes y asignatura de geometría; este también permitió identificar las relaciones sociales y su influencia en el aprendizaje y desarrollo del pensamiento geométrico.

Teniendo en cuenta las preguntas 1 a la 8 enfocadas en el desarrollo de aceptación social entre compañeros, un 25% de los estudiantes fueron elegidos repetidamente por sus compañeros para trabajar geometría, los estudiantes seleccionados más frecuentemente lograron un progreso notable en el desarrollo del pensamiento geométrico posterior a la aplicación de la estrategia didáctica, lo que permite indicar que alcanzaron los niveles 2 y 3 del modelo de Van Hiele de acuerdo con D'amore et al., (2007).

Con la alta aceptación social en el grupo A (experimental) es posible determinar que un 75% de los estudiantes pudo establecer interacciones de trabajo en equipo y comunicación asertiva, factores que permitieron avanzar en el aprendizaje de los conceptos geométricos.

Por otra parte, en cuanto a la aceptación media respecto a las preguntas 1 a la 8, el 50% de los estudiantes posterior a la aplicación de la secuencia didáctica mostraron un progreso significativo en el desarrollo del pensamiento geométrico alcanzando un nivel 2 en el modelo de Van Hiele en el que están capacitados para realizar análisis y relación de las figuras geométricas en situaciones problema o en su entorno inmediato, diferenciando área y perímetro, así como, superficie y peso.

En contraposición, el otro 50% de los estudiantes presentó mejoras en la resolución de problemas geométricos, sin embargo, su desarrollo y avance fue más lento en comparación con el otro grupo de educandos.

Finalmente, en el grupo de baja aceptación social, el 60% de los estudiantes que no fueron elegidos o fueron elegidos muy pocas veces evidenciaron dificultades para avanzar y permanecieron en su

mayoría en el nivel 1 de acuerdo al modelo de Van Hiele, en el que sólo logran visualizar las figuras geométricas identificando nombres y características básicas como lo menciona Arévalo et al., (2012).

Solo un 40% de este grupo de estudiantes mostró al finalizar la secuencia didáctica avances significativos en su razonamiento geométrico, lo que indica que la interacción social puede afectar negativamente en su progreso.

En cuanto a la elección para trabajar en actividades geométricas, el 25% de los estudiantes escogieron a los mismos compañeros ya que se pudo determinar que poseían dos características específicas, en primer lugar, tenían disposición de aprendizaje y de compartir su conocimiento, y también, lograban encontrar las respuestas a los problemas de forma más rápida. Por otro lado, el 30% de los estudiantes fueron mencionados en diversas ocasiones como compañeros a quienes pedirían ayuda en geometría lo que indica que ellos obtuvieron una mejor comprensión de los conceptos geométricos.

En la formación de equipos, el 40% de los estudiantes determinaron que preferían trabajar con las mismas personas en geometría porque ya tienen la confianza y certeza de saber lo que redundaría en la mejoría significativa conjunta del razonamiento geométrico.

Por último, el 15% de los estudiantes fueron escogidos como ideales ya que demostraron haber desarrollado un nivel de comprensión geométrica más elevado de acuerdo al modelo de Van Hiele, lo que D'Amore et al., (2007) ratifica como la integración de procesos de comunicación asertiva que posibilita la enseñanza y comprensión absoluta de conceptos geométricos.

De acuerdo con Arévalo et al., (2012), el modelo de Van Hiele es clave para estructurar las actividades didácticas y evaluar los progresos de los estudiantes, lo que posibilita la ejecución de la investigación mostrando una progresión que para el grado tercero es hasta el tercer nivel en el que se puede razonar de manera informal sobre las relaciones entre figuras geométricas; en complemento, con la dinámica social abordada, los estudiantes reforzaron la idea de trabajo colaborativo como una acción vital para el desarrollo del pensamiento geométrico.

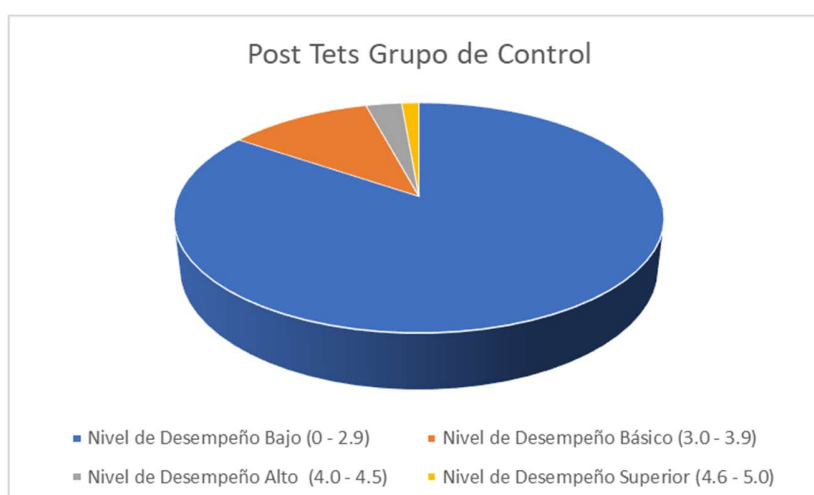
Es importante denotar que los estudiantes del grupo con baja aceptación enfrentaron dificultades desde dos ámbitos, por una parte, limitación en el desarrollo del pensamiento geométrico y también en su proceso de integración social, esto permite mencionar que estas interacciones fomentan la concepción de conceptos geométricos facilitando el proceso de aprendizaje y que se requieren de estrategias cercanas a los estudiantes que les permiten superar las barreras de aprendizaje.

Post Test

Finalizada la implementación de las secuencias didácticas, las cuales fueron diseñadas bajo el modelo de Van Hiele, para enriquecer en los 28 estudiantes de la muestra experimental los niveles de Reconocimiento, Análisis y Comparación, se aplica el Post Test, teniendo en cuenta que es la misma prueba del Pre Test. Es necesario detallar que la prueba se aplica nuevamente a los 50 estudiantes de la muestra, para poder hacer el comparativo entre los estudiantes que recibieron la instrucción y los que no, con lo que se valida la importancia y veracidad del modelo de Van Hiele.

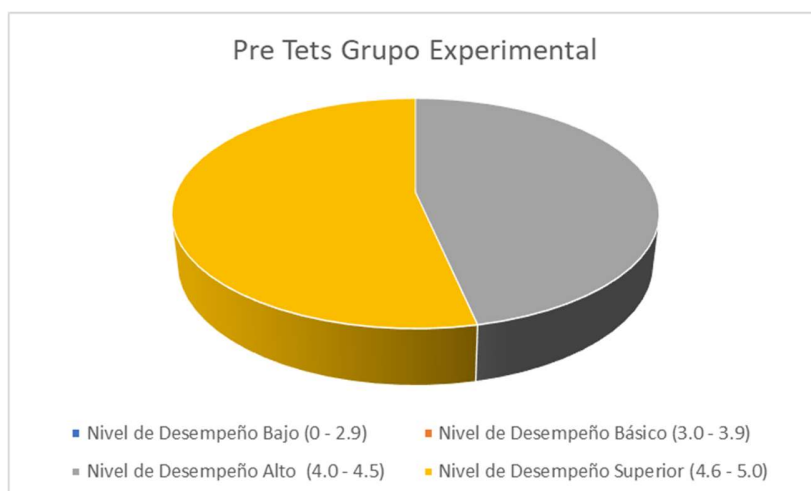
A continuación, se hace el análisis de los resultados del grupo de control, en donde se evidenció lo siguiente (ver figura 2):

Figura 2. Post test grupo control



En los resultados obtenidos por los 22 estudiantes se evidencian los siguientes desempeños: que el 76,95% (16,93) estudiantes, obtuvieron un desempeño bajo; el 17,86% (3,93) de los estudiantes, obtuvieron un desempeño básico; el 3,86% (0,85) de los estudiantes, desempeño alto y finalmente el 1,4% (0,31) estudiantes desempeño superior. Con los resultados de los estudiantes se demuestra que ellos no cumplen los niveles de Van Hiele, ya que no se observa niveles de Reconocimiento, Análisis y Comparación.

En cuanto al grupo experimental, los resultados son los siguientes (ver figura 3):

Figura 3. Pre test Grupo Experimental

La prueba aplicada al grupo experimental permitió detallar que en relación a los desempeños bajos y básico los resultados fueron cero, lo que indica que la aplicación de la secuencia didáctica bajo el modelo de Van Hiel fue significativa, una vez que el 44.03% (12.33) de los estudiantes obtuvo desempeño alto y el 55.96% (15.67) obtuvo desempeño superior; con lo anterior se ratifica que los niveles 1. Reconocimiento, 2. Análisis y 3. Comparación. Fueron debidamente ejercitados durante la implementación de las secuencias didácticas.

En la tabla 1, se detalla el comparativo de los resultados del Pre Test y el Pos Test, considerando el grupo de control y el grupo experimental, a partir del cual se confirma el impacto significativo del modelo de Van Hiele, teniendo en cuenta que en las respuestas argumentativas se evidencian los niveles de reconocimiento, análisis y comparación haciendo uso adecuado de términos matemáticos adecuados en relación a la geometría.

Tabla 1.

Comparativo Grupo de Control y Experimental

Pre Test (Prueba Diagnóstica)				
Muestra	Niveles de Desempeño			
	Bajo (0 - 2.9)	Básico (3.0 - 3.9)	Alto (4.0 - 4.5)	Superior (4.6 - 5.0)
Grupo Control	16.93	3.93	0.85	0.31
Grupo Experimental	0.0	0.0	12.33	15.67

Conclusiones

El impacto del modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento geométrico y la aplicación de este proyecto demostró ser efectiva para mejorar dicho razonamiento en estudiantes de tercer grado de primaria a través de estrategia didácticas alineadas con los niveles del modelo los estudiantes pueden avanzar en el reconocimiento de figuras geométricas siendo este el nivel 1 hasta la capacidad de analizarlas y deducir sus propiedades conocido este como el nivel 3.

Por otro lado, los resultados del test sociométrico arrojaron que los estudiantes con mayor aceptación social, es decir, aquellos que fueron elegidos frecuentemente por sus demás compañeros para trabajar en equipo o para recibir colaboración en actividades desarrollaron un mejor razonamiento geométrico, lo que indica que la interacción social en el aula es un factor clave en el éxito académico, en especial, en los procesos de enseñanza aprendizaje de conceptos abstractos como los geométricos.

El complemento, a pesar de que los resultados fueron buenos en general, es posible mencionar que algunos estudiantes, especialmente los que tienen baja aceptación requieren de un acompañamiento personalizado con un enfoque pedagógico que les permita superar las barreras en su aprendizaje, de allí que, los docentes logren identificar y apoyar a estos estudiantes con estrategias diferenciadas que les permitan mejorar su desarrollo académico.

Se tiene en cuenta que las actividades didácticas basadas en el modelo de Van Hiele incluyeron dinámicas grupales que resultaron ser efectivas para promover el desarrollo del pensamiento geométrico los estudiantes que participaron de dichas actividades lograron avances significativo pertenecientes al grupo experimental lograron enfocarse en el aprendizaje activo para maximizar los resultados, sin embargo, los estudiantes del grupo Control no mostraron los mismos avances lo que determina conveniente el uso de dicho modelo para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría.

A partir de lo anterior, es importante mencionar que el modelo de Van Hiele es aplicable al contexto escolar colombiano que puede ser adaptado específicamente a las necesidades de los estudiantes de tercero de primaria ya que los resultados lo sugieren como una herramienta eficaz en la enseñanza de la geometría en dichas realidades educativas. La secuencialidad de los niveles del modelo permitió la creación de una estrategia didáctica efectiva, ordenada y precisa para la comprensión de conceptos abstractos. La intervención educativa mejoró el rendimiento académico, las habilidades transversales como la comunicación y el trabajo en equipo y las dinámicas de grupo que posibilitaron el aprendizaje generalizado, aunque evidentemente a diferente ritmo y clasificación por nivel.

Recomendaciones

Es recomendable la implementación sistémica del modelo de Van Hiele en las instituciones educativas municipales como un enfoque central de la enseñanza de la geometría desde los primeros niveles escolares de básica primaria, este modelo permite el desarrollo progresivo del razonamiento geométrico y fomenta la adaptación de las capacidades cognitivas de los estudiantes en cada una de sus etapas de aprendizaje.

Así es dado que la interacción social es de acuerdo a la investigación un factor importante en el éxito académico, se sugiere que los docentes incluyan actividades grupales frecuentes en el aula de clase, estrategias como trabajo en parejas, intercambio de ideas y debates sobre conceptos geométricos pueden promover la discusión, la mejora del entendimiento de los estudiantes y facilitar la labor formativa del docente considerando los cinco niveles del modelo de Van Hiele: reconocimiento, análisis, comparación, deducción formal y rigor dependiendo el grado a cargo.

Referencias

- Arévalo, S. (2009). Estrategias en Matemáticas 3. Atención a la diversidad cognitiva. Guía del docente. Editorial Colegio de la Compañía de María de la Enseñanza
- Barrio Maestre, J. M. (2008). Educación y verdad.
https://www.google.com/url?q=https://www.researchgate.net/publication/326234885_EDUCACION_Y_VERDAD&sa=D&source=docs&ust=1730039591223078&usg=AOvVaw1a2UgfeK4I6vVm8IyHi7u_
- D'Amore, B., Font, V., & Godino, J. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma*, 28(2), 49-77.
http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S101122512007000200003&lng=es&tlng=es.
- D'Amore, B., & Fandiño, M. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Relime* Vol. 10, Núm. 1, marzo, 2007, pp. 39-68.
<https://relime.org/index.php/relime/article/view/418/328>
- Falconi-Procet, X. Y. (2021). Modelo de Van Hiele y su utilización para la enseñanza de la geometría. *Polo del Conocimiento*, 6(3), 2261-2278.
<https://polodelconocimiento.com/ojs/index.php/es/article/view/2505/5228>
- Fernández, E. (2018). La geometría para la vida y su enseñanza. *Aibi revista de investigación, administración e ingeniería*, 6(1), 33-61. DOI. <https://doi.org/10.15649/2346030X.475>
- Fouz, F., & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. *Un paseo por la geometría*, 16, 67-81.
<https://www.recursosep.com/wpcontent/uploads/2017/04/art%C3%ADculo-niveles-van-hieleDid%C3%A1cticageometr%C3%ADa.pdf>
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2020). Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta. Mc Graw Hill educación.
- Lastra, S. (2005). Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas. https://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/105960/lastra_s.pdf
- Marchett, P., Medici, D., Vighi, P., & Zaccomer, E. (2005). Comparing perimeters and areas. Children's preconceptions and spontaneous procedures. In *Proceedings CERME* Vol. 4, pp. 766-776.

- http://www.erne.tu-dortmund.de/~erne/CERME4/CERME4_WG7.pdf#page=44
- Martínez, S. (2012). *Rutas Matemáticas 4*. Editorial Santillana
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2002). La revolución educativa. Ampliación de la cobertura educativa. https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-104306_archivo_pdf.pdf
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2002). Serie Lineamientos Curriculares. https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- Moncada, O. (2012). *Matemáticas 4*. Santillana.
- Murillo, J. (2011). Métodos de investigación de enfoque experimental. [https://scholar.google.com.co/scholar?q=Murillo,+J.+\(2011\).+M%C3%A9todos+de+investigaci%C3%B3n+de+enfoque+experimental&hl=es&as_sdt=0&as_vis=1&oi=scholart](https://scholar.google.com.co/scholar?q=Murillo,+J.+(2011).+M%C3%A9todos+de+investigaci%C3%B3n+de+enfoque+experimental&hl=es&as_sdt=0&as_vis=1&oi=scholart)
- Orozco-García, S. (2021). *Caracterización del razonamiento geométrico de estudiantes de secundaria en un ambiente de geometría dinámica aplicando el modelo de van Hiele* (Doctoral dissertation, Tesis de Maestría. Instituto Politécnico Nacional, México). https://www.cicata.ipn.mx/assets/files/cicata/ProME/docs/tesis/tesis_maestria/2021/Orozco_2021.pdf
- Outhred, L. Y Mitchelmore, M. (1992). Representation of area: a pictorial perspective. XVI PME.2, 194-201.
- Pachano, L., & Terán, M. (2008). Estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación básica: una experiencia constructivista. *Paradigma*, 29(1), 133-146. https://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S1011-22512008000100008&script=sci_arttext
- Piedrahita, A., Londoño, A., & Uribe, E. (2007). La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos: una propuesta metodológica orientada por el modelo de Van Hiele, aplicada a estudiantes de la IE Rafael J. Mejía del municipio de Sabaneta (Ant.). [Tesis de maestría, Universidad de Manizales] <https://ridum.umanizales.edu.co/xmlui/handle/20.500.12746/1194>

- Ponce, H. (2004). *Enseñar y aprender matemática. Propuestas para el segundo ciclo*. Ediciones Novedades Educativas.
- Proaño Rosado, W. F. (2021). El uso del test sociométrico en un programa de identificación de altos potenciales. <https://repositorio.puce.edu.ec/handle/123456789/31262>
- Rizzolo, S. A. (2007). Diseño de Actividades geométricas interactivas en el marco conceptual del modelo de Van Hiele.
https://compematetic.com/mateticac/jgm_blog/didact_mate/5.%20%20Dise%C3%B1o%20de%20Actividades%20Geom%C3%A9tricas%20Interactivas%20en%20el%20Marco%20Conceptual%20del%20Modelo%20de%20Van%20Hiele.pdf
- Rogalski, J. (1979). Quantités physiques et structures numériques. Mesures et quantification: les cardinaux finis, les longueurs, surfaces et volumes. *Bulletin de l'APMEP*, 320, 563-586.
- Vargas, G., & Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74-94. <https://www.redalyc.org/pdf/4759/475947762005.pdf>