

**ANÁLISIS DE LA EVAPORACIÓN DE CORRIENTES HÍDRICAS USANDO
MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN ESPACIAL EN ANTIOQUIA**

LINA MARÍA TORRES CHACÓN
Ingeniera Catastral y Geodesta



UNIVERSIDAD DE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA
MANIZALES
2017

**ANÁLISIS DE LA EVAPORACIÓN DE CORRIENTES HÍDRICAS USANDO
MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN ESPACIAL EN ANTIOQUIA**

**Lina María Torres Chacón
Ingeniera Catastral y Geodesta**

Proyecto presentado como requisito parcial para optar al título de Especialista en
Sistemas de Información Geográfica

**UNIVERSIDAD DE MANIZALES
FACULTAD DE CIENCIAS E INGENIERÍA
MANIZALES
2017**

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a George Harold Bogotá Sanabria, Especialista en Sistemas de Información Geográfica e Ingeniero Catastral y Geodesta y al profesor Salomón Einstein Ramírez Fernández, Magister en Ciencias de la Información y las Comunicaciones, Grupo de Investigación de Datos Espaciales, Ingeniero Catastral y Geodesta, Docente de vinculación especial Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia, quienes aportaron de forma significativa al desarrollo del presente trabajo.

CONTENIDO

1. ÁREA PROBLEMÁTICA	5
1.1. DESCRIPCIÓN	7
1.2. DELIMITACIÓN	8
1.3. FORMULACIÓN	9
2. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS	10
2.1. HIPOTESIS	10
2.2. OBJETIVO GENERAL	10
2.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	10
3. JUSTIFICACIÓN	11
4. METODOLOGÍA	12
5. ESTADO DEL ARTE	16
6. PROCEDIMIENTO	22
6.1. PROCEDIMIENTO EN R	22
6.1.1. ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS ESPACIALES (AEDE)	22
6.1.2. ANÁLISIS DE TENDENCIA	25
6.1.3. ANÁLISIS ESTRUCTURAL	27
6.1.4. VALIDACIÓN CRUZADA	29
6.2. PROCEDIMIENTO EN ARCGIS KRIGING	31
6.2.1. ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS ESPACIALES (AEDE)	31
6.2.2. ANÁLISIS DE TENDENCIA VISUAL	32
6.2.3. ANÁLISIS ESTRUCTURAL	33
6.3. PROCEDIMIENTO EN ARCGIS COKRIGING ANÁLISIS COVARIABLE TEMPERATURA	34
6.3.1. ANÁLISIS EXPLORATORIO DE DATOS ESPACIALES (AEDE)	34
6.3.2. ANÁLISIS DE TENDENCIA VISUAL	35
6.3.3. ANÁLISIS ESTRUCTURAL	36
7. RESULTADOS	37
7.1. RESULTADOS EN R	37
7.1.1. INTERPOLACIÓN MÉTODO: KRIGING ORDINARIO	37
7.1.2. INTERPOLACIÓN MÉTODO: IDW	38
7.1.3. PREDICCIÓN PUNTUAL EVAPORACIÓN	39
7.1.1. COMPARACIÓN MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN	40
7.2. RESULTADOS EN ARCGIS	41
7.2.1. INTERPOLACIÓN MÉTODO: KRIGING ORDINARIO	41
7.2.2. INTERPOLACIÓN MÉTODO: IDW	42
7.2.3. INTERPOLACIÓN MÉTODO: COKRIGING	43
7.2.4. PREDICCIÓN PUNTUAL EVAPORACIÓN	44
7.2.5. COMPARACIÓN MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN	44
7.3. ANÁLISIS RESULTADOS EN R Y ARCGIS	45
8. CONCLUSIONES	46
9. RECOMENDACIONES	47
10. BIBLIOGRAFÍA	47

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ubicación puntos muestra	9
Figura 2. Ubicación puntos a predecir	9
Figura 3. Diagrama de Flujo Metodológico	12
Figura 4. Semivariograma Teorico (MODELO) y Experimental (SEMEXP)	14
Figura 5. Diagrama de Caja de la Variable Evaporación	22
Figura 6. (a) Histograma y (b) QQ-plot para la Evaporación.....	23
Figura 7. (a) Diagrama de dispersión en (X, Y), (b) Diagrama de dispersión de la evaporación con respecto a Y, (c) Diagrama de dispersión de la evaporación con respecto a X, (d) Histograma	24
Figura 8. (a) Mapa de Contorno y (b) Representación Bidimensional de la Variable Evaporación	25
Figura 9. (a) Semivariograma Experimental Clásico y (b) Semivariograma Experimental Robusto.....	27
Figura 10. Histograma y medidas estadísticas de la evaporación (mm).....	31
Figura 11. QQ plot de la variable evaporación (mm)	31
Figura 12. Box-plot de la variable evaporación (mm).....	32
Figura 13. Histograma y medidas estadísticas de la temperatura (°C)	34
Figura 14. QQ plot de la variable temperatura (°C)	34
Figura 15. Box-plot de la variable temperatura (°C).....	35
Figura 16. Mapas de la Predicción (a) y la Varianza (b) obtenidos con el método de Kriging Ordinario para la Evaporación usando el modelo teórico Esférico en R	38
Figura 17. Mapa de Interpolación obtenido con el método IDW para la Evaporación Promedio Multianual para el departamento de Antioquia en R	38
Figura 18. Mapa de Interpolación obtenido con el método Kriging Ordinario para la Evaporación Promedio Multianual en el departamento de Antioquia usando ArcGIS	41
Figura 19. Mapa de Interpolación obtenido con el método IDW para la Evaporación Promedio Multianual en el departamento de Antioquia usando ArcGIS	42
Figura 20. Mapa de Interpolación obtenido con el método Cokriging para la Evaporación Promedio Multianual en el departamento de Antioquia usando ArcGIS	43
Figura 21. Error cuadrático medio Kriging ordinario, IDW y Cokriging.....	44

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Estadísticos Resumen de la Variable Evaporación.....	22
Tabla 2. Resultado del test de normalidad para la Evaporación	23
Tabla 3. Lineamientos para validar la tendencia usando un modelo de regresión.....	25
Tabla 4. Resultado del modelo de regresión de primer, segundo y tercer orden....	26
Tabla 5. Parámetros de los modelos ajuste a sentimiento.....	28

Tabla 6. Parámetros óptimos para el semivariograma.....	29
Tabla 7. Métricas variogramas.....	30
Tabla 8. Análisis de tendencia visual variable evaporación (mm).....	32
Tabla 9. Análisis estructural semivariograma evaporación	33
Tabla 10. Análisis de tendencia visual variable temperatura (°C)	35
Tabla 11. Análisis estructural semivariograma temperatura	36
Tabla 12. Resultados de la predicción puntual de Evaporación en R	39
Tabla 13. Métricas resultantes del proceso de Validación Cruzada.....	40
Tabla 14. Resultados de la predicción puntual de Evaporación en ArcGis	44
Tabla 15. Error cuadrático medio Kriging ordinario, IDW y Cokriging	45
Tabla 16. Comparación valores de predicción en R y ArcGis	45
Tabla 17. Comparación Error cuadrático medio en R y ArcGis.....	45

1. ÁREA PROBLEMÁTICA

1.1. Descripción

Hoy en día el cambio climático, la escasez del recurso hídrico, los largos periodos de sequias y lluvias extremas, entre otros temas amenazan la supervivencia del hombre en la tierra y generan gran preocupación a la población mundial.

En el marco de temas ambientales es interesante el análisis de los fenómenos climatológicos y meteorológicos como lo es la evaporación de los ríos y fuentes hídricas. La evaporación es entendida como el proceso físico por medio del cual el agua pasa de estado líquido en que se encuentra a estado gaseoso y se transfiere a la atmosfera. (Barco, y otros, 2000). La evaporación de las corrientes hídricas es uno de los elementos primordiales en los estudios de balance hídrico y juega un papel importante en la toma de decisiones al momento de desarrollar un proyecto de almacenamiento y distribución del recurso hídrico. (Parra, y otros, 2007).

Existen estaciones encargadas de monitorear y recolectar datos que permiten analizar fenómenos hidrológicos, meteorológicos, ambientales y climatológicos Según el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales IDEAM en Colombia las estaciones se clasifican en 3 grandes grupos: estaciones meteorológicas, estaciones hidrológicas y estaciones hidrometeorológicas, a su vez existen 15 categorías: Estación Agrometeorológica (AM), Estación Climatológica Ordinaria (CO), Estación Climatológica Principal (CP), Estación de Radiosonda (RS), Estación Pluviográfica (PG), Estación Pluviómetrica (PM), Estación Sinóptica Principal (SP), Estación Sinóptica Suplementaria (SS), entre otras. Actualmente existe un total de 2621 estaciones activas en todo Colombia de las cuales 1915 son meteorológicas, 628 hidrológicas y 78 hidrometeorológicas. (Instituto de Hidrología Meteorología y Estudios Ambientales, 2016)

El fenómeno de evaporación de corrientes hídricas presenta alta correlación con variables climatológicas como el suministro de energía (encargada de suministrar el calor latente de vaporación), humedad relativa, velocidad del viento (encargada del transporte del vapor fuera de la superficie), la precipitación, la presión atmosférica, la temperatura, otros factores como la transpiración de las plantas ya que regulan la salida del vapor de agua y la salinidad. (Barco, y otros, 2000).

Actualmente en Colombia para realizar las mediciones de la evaporación se usa el tanque de clase A. Este tanque es de forma circular con 120,7 cm de diámetro y 25 cm de profundidad, construido en lámina metálica con un soporte de madera y nivelado sobre el terreno. Este tanque se llena con agua hasta 5 cm del borde y la variación del nivel del agua se mide diariamente con un tornillo micrométrico (Jaramillo, 2006). Sin embargo, Barco et. al (2000) estimaron la evaporación en Colombia por medio de las ecuaciones de Turc, Morton, Penman y Holdridge, y

determinaron que Penman y Morton estiman la evaporación con los errores más bajos.

Teniendo en cuenta la complejidad de cálculo de evaporación junto con la variedad de climas y zonas térmicas disponibles en las áreas tropicales de Colombia es importante resaltar que los valores de evaporación se obtienen en promedios multianuales y que esos valores se verán afectados por el régimen climático de una u otra zona, Unimodal o Bimodal. El promedio multianual se obtiene a partir del cálculo del promedio aritmético de los valores de evaporación anual total de una serie histórica, de preferencia mayor a 10 años para cada estación.

Debido a la dificultad de obtener datos de variables climatológicas en regiones del país donde no se cuenta con estaciones meteorológicas y a la complejidad del cálculo de la evaporación usar métodos de interpolación para predecir el valor de una variable climática en sitios en los cuales no se cuenta con instrumentos de medición resulta ser una solución factible para servir de insumo base en estudios relacionados con el análisis del recurso hídrico, planeación del territorio y ordenamiento de cuencas hidrográficas.

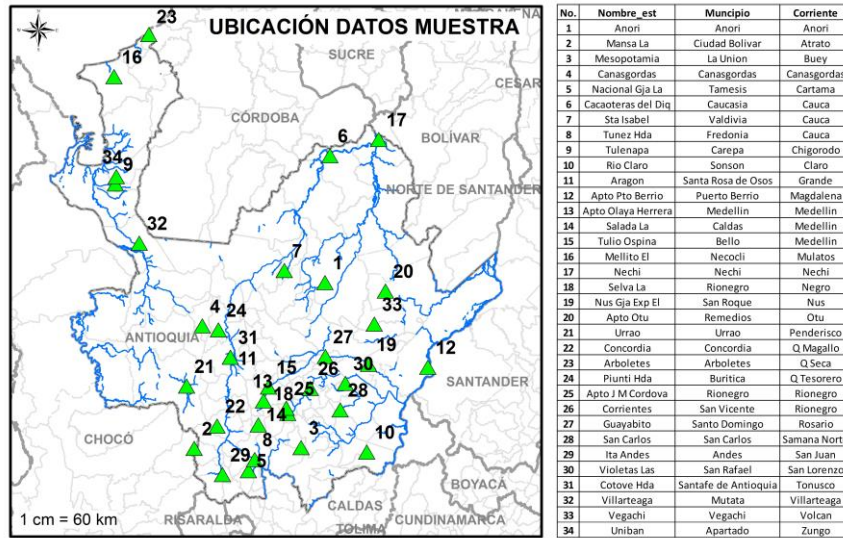
1.2. Delimitación

La zona de estudio corresponde al departamento de Antioquia localizado al noroeste de Colombia cuenta con una superficie de 6296 km² y se encuentra conformado por 125 municipios, su capital es la ciudad de Medellín.

La información base para realizar el estudio corresponde al promedio multianual de la evaporación calculado por el IDEAM entre el periodo de tiempo comprendido entre 1971 y el año 2000, es decir un total de 29 años, la muestra está conformada por 34 registros que ubicados en algunos municipios pertenecientes al departamento de Antioquia. Los datos fueron tomados y se encuentran disponibles en el siguiente enlace: <http://www.ideam.gov.co/web/tiempo-y-clima/clima> que corresponde al portal institucional del IDEAM->TIEMPO Y CLIMA-> CLIMA->Promedios Climatológicos. Los promedios climatológicos corresponden a los valores promedio multianuales obtenidos a partir del promedio aritmético de los valores medidos o promediados mes a mes durante un año.

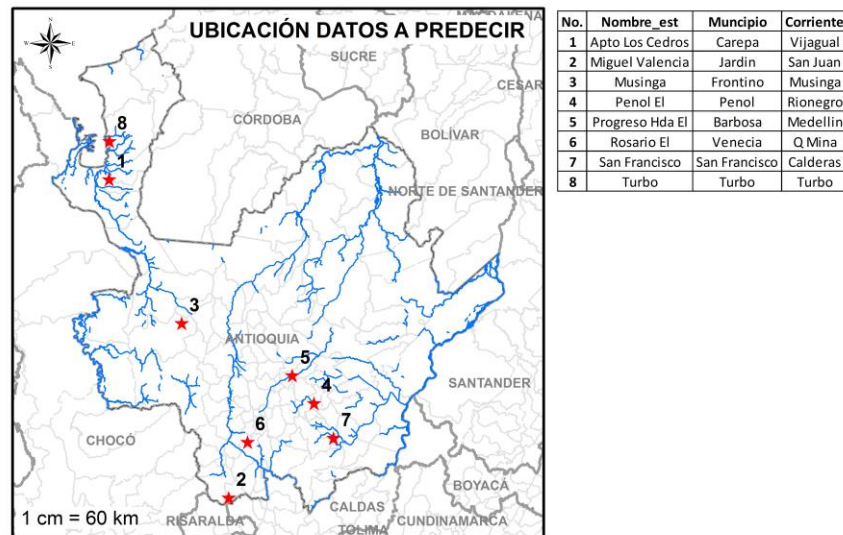
En la Figura 1 se observa la distribución espacial de los datos que conforman la muestra ubicados en el departamento de Antioquia, los cuales corresponden a estaciones meteorológicas donde fue observada la evaporación durante 29 años, la Figura 2 muestra la distribución espacial de las estaciones donde no fue medido el fenómeno y para las cuales, se pretende predecir el valor de la evaporación.

Figura 1. Ubicación puntos muestra



Fuente: Elaboración propia

Figura 2. Ubicación puntos a predecir



Fuente: elaboración propia

1.3. Formulación

En este trabajo se pretende analizar el comportamiento de la variable meteorológica evaporación de corrientes hídricas en el departamento de Antioquia en Colombia, en función de su ubicación espacial buscando predecir el valor de la evaporación promedio multianual en las estaciones de Mesopotamia, Apto Olaya Herrera, Mellito El, Concordia, Corrientes, Ita Andes, Cotove Hda, Turbo y Uniban ubicadas en el área de estudio para las cuales se desconocen dichos valores, a partir de una

interpolación usando métodos probabilísticos (Kriging) que requiere un análisis geoestadístico previo para ser implementado comparando el resultado al usar IDW (distancia inversa ponderada) que corresponde a un método determinístico. De igual forma se obtendrá un insumo base que servirá de apoyo en actividades relacionados con el manejo adecuado del recurso hídrico, planeación del territorio y ordenamiento de cuencas hidrográficas en función de la disponibilidad de fuentes de agua.

2. HIPÓTESIS Y OBJETIVOS

2.1. Hipotesis

La evaporación no es una variable fácil de medir y calcular dado que se encuentra sujeta a la disponibilidad de una estación meteorológica con instrumentos adecuados para su medición, por ello utilizar métodos de interpolación espacial para predecir el valor de evaporación en sitios donde no fue muestreado resulta ser una solución práctica, sin embargo existen diferencias a nivel estadístico al aplicar un método determinístico como lo es IDW (Distancia Inversa Ponderada) y comparar el resultado obtenido usando un método geoestadístico, se presume que el uso de Kriging por estar enmarcado en el área de la geoestadística y estar sometido al cumplimiento de supuestos presentara mayor bondad en el ajuste.

2.2. Objetivo general

Analizar el comportamiento de la variable meteorológica evaporación de corrientes hídricas en el departamento de Antioquia-Colombia, con el fin de obtener un insumo base estadísticamente significativo para estudios de almacenamiento, distribución y manejo adecuado del recurso hídrico.

2.3. Objetivos específicos

- Comparar los métodos de interpolación espacial Distancia Inversa Ponderada (IDW), Kriging y Cokriging en R y ArcGis.
- Obtener un mapa de la evaporación en Antioquia que sirva de insumo base para estudios sobre el recurso hídrico.
- Predecir el valor de la evaporación en estaciones meteorológicas ubicadas en la zona de estudio donde no se mide esta variable.
- Identificar los sectores del departamento de Antioquia donde se presentan valores altos y bajos de evaporación de corrientes hídricas los cuales serían catalogados como sitios de interés a tener en cuenta en los planes de ordenamiento territorial y manejo de cuencas hidrográficas.

3. JUSTIFICACIÓN

La necesidad de inventariar la disponibilidad de recurso hídrico en el país tiene asociado a su vez en la importancia de cuantificar la evaporación del recurso en una zona específica. En el continente y en regiones de Colombia donde no hay la disponibilidad de estaciones climatológicas o en zonas de difícil acceso por sus características geográficas físicas es de vital importancia el cálculo de la evaporación para evaluar el balance hídrico de un punto o zona de estudio. (Vargas, De la Fuente, & Gutiérrez, 2009).

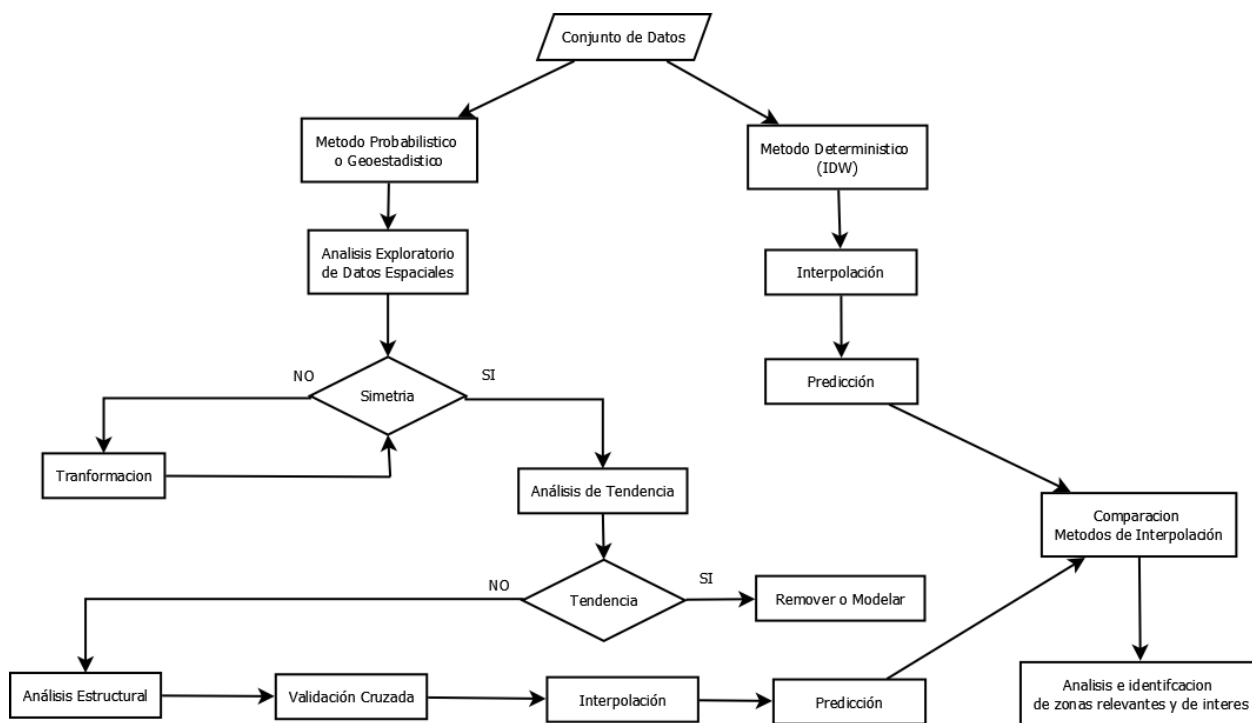
En las zonas agrícolas y ganaderas es indispensable conocer la disponibilidad de recurso hídrico, la temporalidad del mismo y la planeación acerca de la manera de disponer de este, debido a que este recurso representa el sostenimiento de sus actividades económicas y de las necesidades básicas de la población, hecho directamente relacionado con los planes de ordenamiento territorial de los municipios y los planes de ordenamiento y manejo de cuencas hidrográficas. (Vargas, De la Fuente, & Arumí, 2012).

Como alternativa para determinar el valor de la evaporación en sitios donde no se puede realizar el muestreo en Antioquia se plantea el uso de los métodos de interpolación, dado que la interpolación de datos ofrece la ventaja de generar mapas o superficies de valores continuos a partir de datos discretos pero estos métodos están limitados por la cantidad de puntos disponibles para el área de estudio (Villatoro, Henríquez, & Sancho, 2008)

4. METODOLOGÍA

A continuación, se presentan el diagrama de trabajo a desarrollar, donde se plantea el uso de métodos probabilísticos (Krigeados) y de un método determinístico (Distancia Inversa Ponderada – IDW), siendo este último un método de interpolación fácil de implementar debido a que la variable regionalizada no debe cumplir ningún supuesto geoestadístico. El procesamiento de datos se realizará principalmente en el software libre R y ArcGis.

Figura 3. Diagrama de Flujo Metodológico



Fuente: elaboración propia

El propósito principal de un estudio geoestadístico es construir un modelo matemático de la función aleatoria $Z(X)$, basado en un conjunto de datos experimentales $Z_{exp}(X_i)$, donde X y $X+h$ son dos puntos separados por una distancia h , $z(x)$ y $z(x+h)$ son variables aleatorias. (Njandjock Nouck, y otros, 2013)

En el figura 3 se presenta el diagrama de flujo metodológico utilizada en el desarrollo del presenta trabajo, en primera instancia se tiene un conjunto de datos con las variables evaporación y coordenadas cartesianas (x, y) , se escoge el uso del método probabilístico o geoestadístico para ello se realiza el análisis exploratorio de datos espaciales donde se obtienen estadísticas resumen o básicas (media, mediana, varianza, asimetría, etc), diagrama de caja, histograma, diagramas de

dispersión, diagrama de QQ-plot, test de normalidad, mapa de contornos y representaciones bidimensionales.

Se prosigue a evaluar si existe simetría en la variable respuesta, cuando se cumple el supuesto de normalidad la variable es simétrica, pero para ser simétrica no tiene que ser necesariamente normal de no cumplirse el supuesto de simetría estadística se transforma y en caso extremo (no recomendable) se remueven atípicos espaciales.

El análisis exploratorio de datos espaciales (AEDE) es la parte inicial del análisis de datos que permitirá describir la información y evaluar de manera previa algunos supuestos estadísticos para aplicar la teoría geoestadística y poder estimar los valores de evaporación para el departamento de Antioquia. Dentro de estos análisis se encuentran la identificación de valores extremos, forma de la distribución y el cálculo de medidas de localización, variabilidad y correlación (Giraldo, 2005).

Según Méndez Venegas & Díaz Viera (2013) en general el análisis exploratorio de datos es una combinación de estadística y técnicas graficas que permiten verificar las hipótesis a cumplir, en un análisis geoestadístico se requiere que el conjunto de datos cumplan lo siguiente:

- a) La muestra de datos se distribuye normalmente o al menos es simétrica.
- b) La muestra de datos no debe mostrar una tendencia significativa.
- c) No hay distribución de ningún atípico espacial. (Méndez Venegas & Díaz Viera, 2013)

Continuando con el diagrama metodológico planteado en la figura 3 sigue el análisis de tendencia a través del uso de la regresión lineal si existe tendencia en los datos se debe utilizar Kriging Universal para modelar o Kriging Residual para remover la tendencia y cuando no existe tendencia el método de interpolación podrá ser Kriging Simple cuando la media es conocida o Kriging Ordinario cuando la media es desconocida.

En ambos casos exista o no tendencia se prosigue con el análisis estructural para validar los modelos de dependencia espacial, es decir se construyen los semivariogramas experimentales y posterior los semivariogramas teóricos y haciendo uso del método de validación cruzada se selecciona el modelo de dependencia espacial con menor error, luego se obtiene el mapa de interpolación y se utiliza Kriging puntual para realizar la predicción en las estaciones meteorológicas donde no se muestreo la evaporación. En segunda instancia se hace uso del Método Determinístico en este caso se escogió IDW (distancia inversa ponderada) para hacer la interpolación y luego la predicción.

El análisis estructural es la parte más importante del análisis geoestadístico. Su objetivo es modelar la estructura espacial subyacente en la muestra de datos. De

acuerdo con el grado de estacionariedad existente en el conjunto de datos analizados, un variograma o una función de covarianza se pueden utilizar para determinar la estructura de la dependencia espacial. (Méndez Venegas & Díaz Viera, 2013)

El semivariograma es una herramienta geoestadística básica utilizada para visualizar, modelar y explorar la autocorrelación espacial de una variable regionalizada. El semivariograma mide la semivarianza entre los pares de datos separados a una distancia h , la cual puede ser analizada de forma global o en una dirección particular. (Quintero Silverio & Cuador Gil, 2000)

La función del semivariograma según Méndez Venegas & Díaz Viera, 2013 se define:

$$\gamma(\underline{h}) = \frac{1}{2} Var \left(Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x}) \right) \quad (1)$$

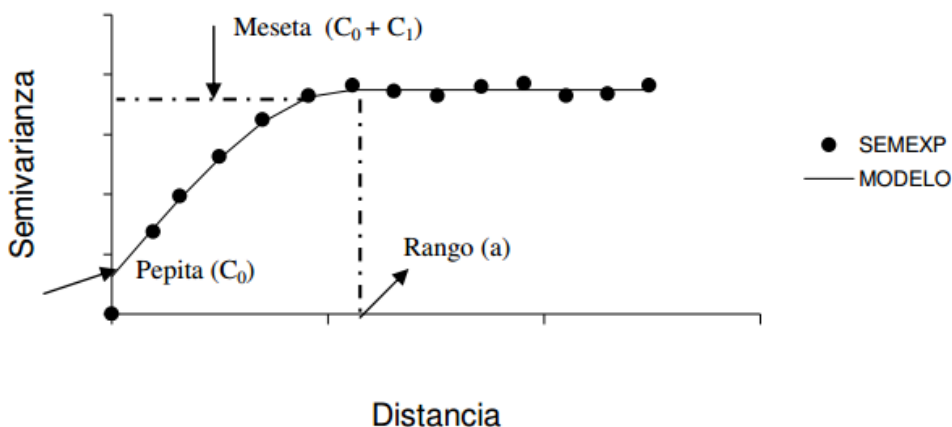
$$\gamma(\underline{h}) = \frac{1}{2} E \left[\left(Z(\underline{x} + \underline{h}) - Z(\underline{x}) \right)^2 \right] \quad (2)$$

El estimador común de semivariograma $\hat{\gamma}(\underline{h})$ se obtiene:

$$\hat{\gamma}(\underline{h}) = \frac{1}{2N(\underline{h})} \sum_{i=1}^{N(\underline{h})} \left[Z(\underline{x}_i + \underline{h}) - Z(\underline{x}_i) \right]^2 \quad (3)$$

Donde $N(\underline{h})$ es el número de observaciones pares $(Z(\underline{x}) \text{ y } Z(\underline{x} + \underline{h}))$ y $h = \|\underline{h}\|$ es la distancia de separación entre ellos.

Figura 4. Semivariograma Teorico (MODELO) y Experimental (SEMEXP)



Fuente: Giraldo, 2005

El efecto pepita se denota con C_0 representa una discontinuidad puntual del semivariograma en el origen; la meseta se denota por C_1 o por $(C_0 + C_1)$ cuando la

pepita es diferente de cero, representa la cota superior del semivariograma y el rango se denota como a y corresponde a la distancia a partir de la cual dos observaciones son independientes. (Giraldo, 2005).

Los últimos procesos del diagrama metodológico indican que después de correr los dos métodos de interpolación Kriging e IDW estos se comparan haciendo uso de validación cruzada para saber cuál presenta un mejor ajuste estadísticamente y por último se analiza e identifican los sectores relevantes de interés donde se presenta valores altos o bajos de evaporación que resultan ser significativos para estudios posteriores de manejo adecuado del recurso hídrico, influencia en la planeación del territorio y ordenamiento de cuencas hidrográficas.

La validación cruzada permite la selección entre diferentes modelos o métodos. Validación cruzada elimina cada dato o ubicación uno a la vez y predice el valor de los datos en esta ubicación. Este procedimiento se repite para todos los puntos experimentales. De este modo, el valor predicho se compara con el valor observado. Validación cruzada usa la regresión simple entre los valores predichos y observados. (Chica-Olmo, 2009).

5. ESTADO DEL ARTE

La estadística espacial es la rama de la estadística encargada de estudiar variables de interés en función de su ubicación en el espacio. Dentro de la estadística espacial encontramos tres áreas de estudio en función de la información o clase de datos espacial Bohórquez Castañeda (2009) las define así:

1. *Geoestadística*: es entendida como el estudio de las variables numéricas distribuidas en el espacio cuyo estimador es el kriging, término creado por G. Matheron en 1962, tiene como objetivo encontrar el mejor estimador lineal insesgado. (Cuador Gil, Quintero Silverio, & Estévez Cruz, 2000). El uso de la geoestadística se ha generalizado en los últimos años convirtiéndose en una herramienta útil para explicar la variación de propiedades en el espacio, donde se conoce el rango de influencia de la propiedad, se estima su valor en sitios donde no existe información y, por último, permite calcular el error de la estimación efectuada. (González, Guerra, & Gómez, 2007)

Los datos geoestadísticos corresponden a los datos espaciales con variación continua, donde D es un subconjunto fijo de \mathbb{R}^d ; esto es, D es continuo y fijo, $Z(s)$ es una variable aleatoria con ubicación s , ($s \in D$). El campo aleatorio espacial o variable regionalizada (entendida como una función que describe un fenómeno natural geográficamente distribuido. (González, Guerra, & Gómez, 2007) en este caso es continuo $\{Z(s): s \in D\}$; en general, no existen datos duplicados, dado que no es frecuente que durante el muestreo se tomaran medidas repetidas en cada una de las ubicaciones. Esto hace preciso, crear un mecanismo para generar estas replicas y poder hacer inferencia sobre los datos. Los dos componentes estructurales del campo aleatorio que permiten incorporar replicas son la estacionariedad y la isotropía.

El fundador de la geoestadística, el matemático y geólogo francés Georges Matheron en 1963 desarrollo la técnica del Kriging o krigeados, nombre que le dio en honor al pionero en el campo de la geoestadística, el ingeniero de minas, Danie Krige quien en 1951 realizo un estudio sobre minas en Sudáfrica.

2. *Lattices o Datos de área*: corresponde a los datos espaciales con variación discreta, donde D es un subconjunto contable y fijo de \mathbb{R}^d ; esto es, D es discreto y fijo, $Z(s)$ es una variable aleatoria con ubicación s , ($s \in D$).
3. *Patrones puntuales*: D es un proceso puntual en \mathbb{R}^d o en un subconjunto aleatorio de \mathbb{R}^d . D puede ser discreto o continuo, $Z(s)$ es una variable aleatoria con ubicación s ($s \in D$). Aquí el interés no recae en el valor de un atributo Z , sino en la ubicación en la cual ocurre un evento de interés.

La interpolación de datos ofrece la ventaja de generar mapas o superficies de valores continuos a partir de datos discretos pero estos métodos están limitados por la cantidad de puntos disponibles para el área de estudio (Villatoro, Henríquez, & Sancho, 2008)

Los metodos utilizados en la actualidad para llevar a cabo la interpolacion pueden clasificarse en dos grupos:

1. **Métodos estadísticos:** emplean las propiedades estadísticas de los datos para predecir se conocen como la familia de los Kriging, se encuentran el ordinario, el simple, el universal, el probabilístico, el indicador y el disyuntivo, entre otros.

El método de Krigeado se fundamenta en minimizar la varianza del error, simultáneamente se obtiene una medida del error en todos los puntos de la predicción (Funes, 2004).

Las técnicas de estimación geoestadística como los Krigeados son los mejores estimadores lineales recomendados dado que minimizan la estimación en la varianza del error, pero presentan fuerte dependencia en el número de datos, la posición espacial y no reproducen la correlación espacial. (Méndez Venegas J. , Díaz Viera, Herrera, & Valdés Manzanilla, 2013).

Kriging ordinario es un método de interpolación usado cuando la variable es estacionaria y tiene covarianza conocida, pero la media es desconocida, se puede expresar así:

$$Z(s) = \mu + e(s) \quad s \in D, \mu \in R, \text{ y } \mu \text{ desconocida} \quad (4)$$

Kriging simple se puede considerar como un caso particular del kriging ordinario en el cual la media es conocida. Se asume que el proceso espacial se puede expresar de la siguiente manera:

$$Z(s) = \mu + e(s) \quad s \in D, \mu \in R, \text{ y } \mu \text{ conocida} \quad (5)$$

2. **Métodos determinísticos:** no se le asigna ningún comportamiento aleatorio o estocástico a la variable de interés y las predicciones obtenidas dependen del grado de similitud o suavizamiento entre los puntos. (Bohórquez Castañeda, 2009)

Dentro de los métodos determinísticos se encuentran las funciones de base radial una de sus aplicaciones es el uso en imágenes 2D y 3D, como la corrección automática de huecos realizada por Branch, Prieto, & Boulanger (2007) para imágenes tridimensionales y el mejoramiento de imágenes bidimensionales aplicada por Echeverri Arias, Manrique Losada, Moreno, & Bravo (2009).

El método de interpolación determinístico comúnmente empleado es la ponderación en función inversa de la distancia o IDW-Inverse Distance Weighting, (Paredes Hernández, Salinas Castillo, Martínez Becerra, & Jiménez Hernández, 2013), se encuentra disponible en la mayoría de los programas de SIG (Sistemas de Información Geográfica)

El IDW – Distancia Inversa Ponderada es un método de interpolación no paramétrico, es decir, no se basa en supuestos de distribución de datos y no debe cumplir con el requisito de estacionariedad estadística. El método IDW tiene un comportamiento similar al Kriging Ordinario, ya que asigna peso a los valores más cercanos a un punto conocido, pero es mucho más sencillo en términos de cálculo. Este método usa un criterio simple basado en la distancia (Henríquez, Méndez, & Masís, 2013), puede representarse matemáticamente de la siguiente forma según Brejchaa, Stankováb, & Cernota (2016):

$$u^*(x_0y_0z_0) = \sum_{i=1}^k w_i x u(x_iy_iz_i) \quad (6)$$

Donde $u^*(x_0y_0z_0)$ es la estimación y $u(x_iy_iz_i)$ un valor conocido de la cantidad de u en un punto determinado o superficie elemental y w_i el peso.

Otro método de interpolación determinístico ampliamente utilizado es ANUDEM, desarrollado por Hutchinson (1988) para la generación de Modelos Digitales de Elevación usando curvas adaptivas (splines) locales según Paredes et. al (2013).

El Kriging es uno de los métodos más usados en los procesos de interpolación. Los krigeados asignan un valor a la estructura espacial de los datos haciendo uso de semivariogramas para realizar una predicción de la variable de estudio mediante el uso de estadística. En los métodos de kriging se asume que los datos más cercanos a un punto conocido tienen un peso mayor sobre la interpolación al momento de hacer la predicción. Este peso disminuye conforme aumenta la distancia entre el punto conocido y el punto interpolado. De acuerdo con Trangmar, Yost, & Uehara (1985) la estimación de probabilidad obtenida mediante métodos de krigeado es mucho más robusta que la obtenida mediante métodos determinísticos dentro de los que se destaca el método de Distancia Inversa Ponderada (IDW, en inglés).

Cokriging es un método geoestadístico que se origina en aplicaciones mineras, ciencia del suelo, biogeografía, climatología y estudios ambientales. Cokriging se utilizó en la estimación de las condiciones socioeconómicas en el estudio titulado “A cokriging method for estimating population density in urban áreas” (Changshan & Murray, 2005), donde la densidad de población se considera la principal variable a estimar y la fracción superficial impermeable residencial se considera una variable utilizada para aumentar la precisión de la estimación, concluyengo que cokriging puede mejorar la precisión de la estimación contabilizando simultáneamente la

autocorrelación espacial en la densidad de población y la fracción de superficie impermeable y la correlación cruzada entre estas variables espaciales.

El Cokriging es un método espacial multivariado para estimar variables correlacionadas. Este método permite realizar estimaciones y mapas de interpolación, por ejemplo: Kriging utiliza una variable de interés (precio de la vivienda) para hacer estimaciones en ubicaciones sin muestreo, y cokriging utiliza la variable de interés y variables correlacionadas auxiliares. (Chica-Olmo, 2009).

Otros ejemplos de uso del cokriging es en modelos de datos aerodinámicos, en su artículo "A new cokriging method for variable-fidelity surrogate modeling of aerodynamic data" (Han, Zimmermann, & Görtz, 2010) proponen un nuevo método de cokriging, se modela la variable sustituto de datos aerodinámicos obtenidos con un costoso código de CFD de alta fidelidad, asistida por datos calculados con códigos de fidelidad más económicos o por gradientes calculados con una versión adjunta del código CFD de alta fidelidad, o ambos.

En un estudio titulado "Interpolación espacial de concentraciones de ozono en la zona metropolitana del valle de México, basada en métodos de Kriging y Cokriging" se confirma la hipótesis de la influencia que tienen otras variables en la concentración de ozono, fundamentalmente la temperatura, y con ello, la validez del enfoque multivariado del problema. (Borrego Hernandez, Ojeda Ramirez, Garica Reynoso, & Castro Lopez, 2010)

Rodríguez Zayas (2000) habla sobre la importancia del estudio de la evaporación indicando: "La evapotranspiración es un componente esencial del balance de agua del suelo y su conocimiento es de gran importancia para diferentes fines, entre ellos, la determinación de los requerimientos hídricos de los cultivos, proyección y planificación de sistemas de riego, simulación de los rendimientos y estudios hidrológicos."

Existen muchos métodos de cálculo de la evaporación, tanto teóricos como empíricos, sin embargo, algunos modelos son más sencillos de implementar de acuerdo a la disponibilidad de información. A continuación, se presentan algunos de los métodos de cálculo de la evaporación presentados por Amaya, Restrepo, Vélez, Vélez, & Álvarez (2009) en su estudio sobre La modelación del comportamiento hidrológico de tres cuencas en el Urabá Antioqueño Colombia.

Uno de los métodos de cálculo de la evaporación es mediante la ecuación de Turc, la cual está basada en un balance de masas en funciones de otras variables meteorológicas simples como la temperatura y la precipitación para la determinación de la evaporación a largo plazo, la expresión de la ecuación de Turc es:

$$ETR = \frac{P}{\sqrt{0,9 + \frac{P^2}{L^2}}} \quad (7)$$

Esta ecuación de evaporación real (ETR) está en función de la precipitación (mm/año), el parámetro L que depende de la temperatura promedio ($^{\circ}\text{C}$) y se calcula mediante la ecuación $L = 300 + 25T + 0,05T^3$ en mm. La ecuación de ETR planteada anteriormente es válida cuando $P/L > 0,316$, de lo contrario la $ETR = P$ (Barco, y otros, 2000).

Otro método de cálculo de la evapotranspiración potencial en función de la elevación sobre el nivel del mar, es el método de Cenicafé – Budyko, cuya ecuación se obtuvo realizando una regresión de los valores obtenidos al aplicar el método de Penman a los datos de las estaciones climáticas de Colombia, dicha ecuación se expresa de la siguiente forma:

$$ETP = 1700.17 \exp(-0.0002 h) \quad (8)$$

Donde ETP es la evapotranspiración potencial (mm/año) y h es la altura sobre el nivel del mar, aplicando la expresión de Budyko se obtiene:

$$ETR = \left(ETP \cdot P \cdot \tanh\left(\frac{P}{ETP}\right) \cdot \left(1 - \cosh\left(\frac{ETP}{P}\right) + \sinh\left(\frac{ETP}{P}\right)\right) \right)^{0.5} \quad (9)$$

Donde ETR es la evapotranspiración real (mm/año) y P es la precipitación media de la cuenca (mm/año).

El método de Choudhury estima la evaporación real anual a través de la siguiente ecuación empírica:

$$ETR = \frac{P}{\left\{1 + \left(\frac{P}{R_n}\right)^{\infty}\right\}^{\frac{1}{\infty}}} \quad (10)$$

Donde R_n es el equivalente de agua de la radiación neta en (mm/año), y ∞ es el parámetro ajustable dependiente a la escala de estimación de la variable.

Otros modelos ampliamente utilizados por su simplicidad en el cálculo de la evapotranspiración de referencia son Holdrige y Hargreaves & Samani (Vega & Jara, 2009), cuyas ecuaciones se presentan a continuación:

Modelo de Holdrige:

$$ETp = C_{HO}T \quad (11)$$

Siendo:

$$C_{HO}T = 58.93 \left(\frac{PUT}{NUT}\right) \quad (12)$$

Donde:

ET_p es la evapotranspiración potencial, mm tiempo.

T es la temperatura del aire, °C

PUT es el periodo de unidades de tiempo, días

NUT es el número de unidades de tiempo en un año, 366 ó 365 días

La ecuación de Holdrige considera C_{HO} de 58,93 para estimaciones anuales y 0,161 para estimaciones diarias de evapotranspiración.

Modelo de Hargreaves & Samani

$$ET_o = KE R_s (TP + 17.8) \quad (13)$$

Siendo:

$$R_s = KTR_a \sqrt{TD} \quad (14)$$

Donde:

ET_o es la evapotranspiración de referencia, mm día.

KE es el coeficiente para reducir los valores a ET_o , (0,0135)

R_s es la radiación solar, mm día⁻¹ de evaporación.

17.8 es el valor que permite utilizar la temperatura del aire en grados Celsius.

TP es el promedio de la temperatura del aire entre la máxima y mínima del día, °C

TD es la amplitud térmica del día para períodos semanales o mensuales, °C

R_a es el valor de Angot de la radiación extraterrestre al tope de la atmósfera, mm día de evaporación.

KT es el coeficiente para reducir los valores de temperatura a radiación solar: 0,162 y 0,19 para regiones costeras e interiores, respectivamente.

6. PROCEDIMIENTO

6.1. Procedimiento en R

6.1.1. Análisis exploratorio de datos espaciales (AEDE)

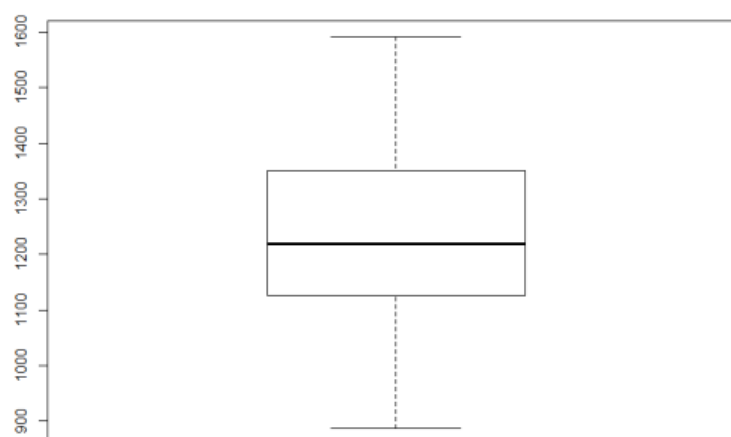
El análisis exploratorio de datos espaciales (AEDE) es la parte inicial del análisis de datos que permitirá describir la información y evaluar de manera previa algunos supuestos estadísticos para aplicar la teoría geoestadística y poder estimar los valores de evaporación para el departamento de Antioquia. Dentro de estos análisis se encuentran la identificación de valores extremos, forma de la distribución y el cálculo de medidas de localización, variabilidad y correlación (Giraldo, 2005).

Tabla 1. Estadísticos Resumen de la Variable Evaporación

Estadísticos Resumen	
Mínimo	887,00
Máximo	1592,00
Promedio	1239,21
Mediana	1219,00
Moda3	887,00
Desviación Estándar	184,31
Desviación Mediana	112,00
Asimetría	0,08
Kurtosis	2,16
Coef. Var. Promedio (%)	14,87
Coef. Var. Mediana (%)	9,19

Fuente: elaboración propia

Figura 5. Diagrama de Caja de la Variable Evaporación

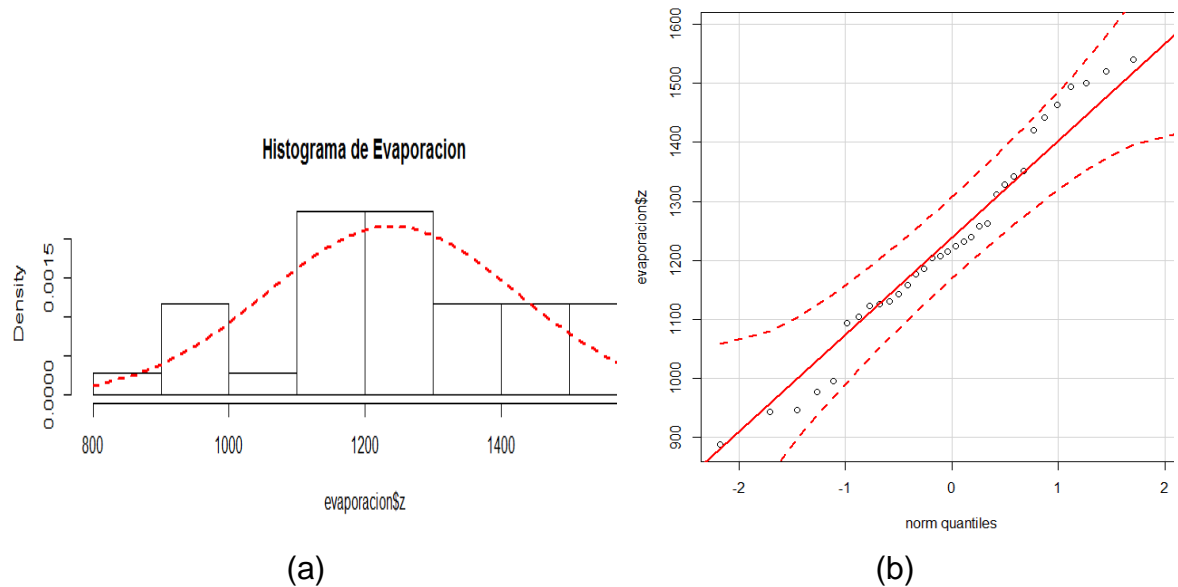


Fuente: elaboración propia

De acuerdo a los resultados de los estadísticos resumen es posible afirmar que el conjunto de datos es simétrico, ya que el valor de asimetría es cercano a cero. El valor para la curtosis es de 2,16 mayor a 0 lo que nos indica una distribución leptocurtica, es decir existe una elevada concentración de los datos de evaporación en torno a la media, obteniendo una curva puntiaguda. Como el valor del coeficiente de curtosis es menor a 5 no se evidencia la presencia de datos atípicos, lo cual se corrobora con el diagrama presentado en la Figura 5.

Según el coeficiente de variación promedio la muestra es homogénea (coef. var menor a 15). En el diagrama de caja se observa la distribución de los datos y se puede afirmar que estos son simétricos, ya que el valor de la mediana está muy cerca del centro de la caja, además los valores mínimo y máximo presentan una distancia similar al centro de la caja.

Figura 6. (a) Histograma y (b) QQ-plot para la Evaporación



Fuente: elaboración propia

Tabla 2. Resultado del test de normalidad para la Evaporación

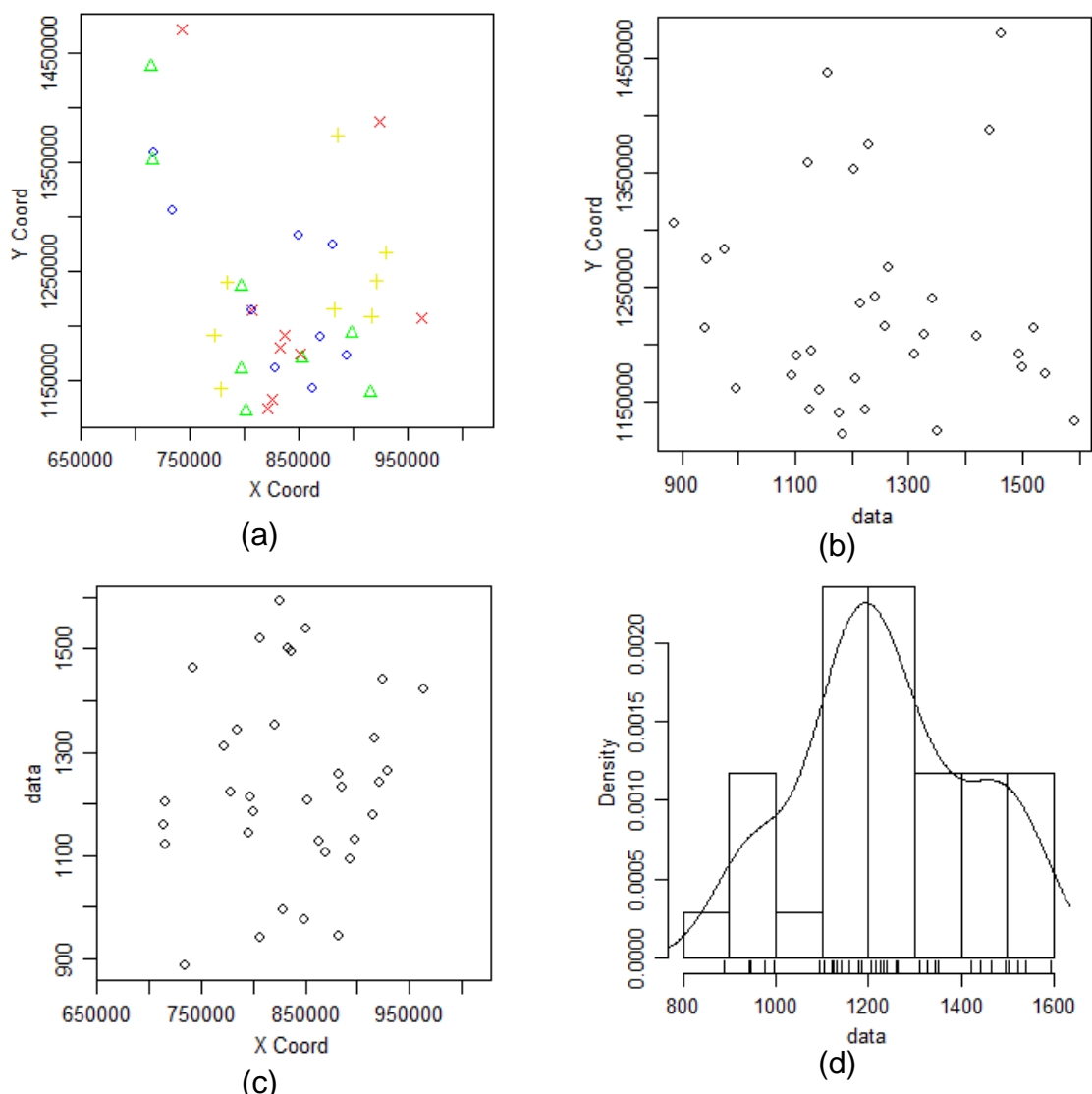
Test de Normalidad de Shapiro-Wilk	
W	P-value
0,9715	0,5055

Fuente: elaboración propia

Con base en los resultados de los histogramas es posible reafirmar la existencia de simetría y la posible existencia de normalidad. Además, por la distribución se puede afirmar que se tiene un conjunto de datos unimodal.

Con el gráfico de qq-plot se confirma la no existencia de valores atípicos, pues no existen puntos por fuera de las bandas rojas. Se corrobora que los datos siguen una distribución normal aplicando el test de normalidad de Shapiro-Wilk con un nivel de confianza del 0.95 ($p\text{-value} > 0.05$ acepto la hipótesis nula) por ende se cumple el supuesto de simetría y no es necesario transformar la variable de evaporación.

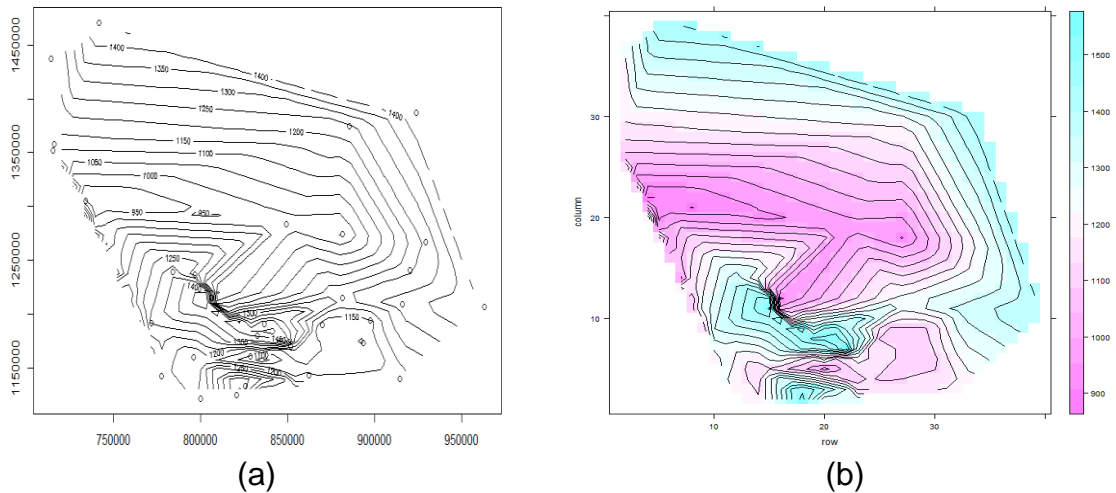
Figura 7. (a) Diagrama de dispersión en (X, Y), (b) Diagrama de dispersión de la evaporación con respecto a Y, (c) Diagrama de dispersión de la evaporación con respecto a X, (d) Histograma



Fuente: elaboración propia

Según la graficas presentadas en la Figura 7 no se observa tendencia analizando la variable vs cada coordenada en un diagrama de dispersión por separado (grafico 7b y 7c).

Figura 8. (a) Mapa de Contorno y (b) Representación Bidimensional de la Variable Evaporación



Fuente: elaboración propia

El mapa de isoclinas o contornos indica que el comportamiento de la evaporación es especialmente heterogéneo y existe concentración alta de valores en el centro. Por otro lado, la representación bidimensional indica concentración de valores altos en el centro y en la zona occidental. En la parte sur-occidental del área de estudio los valores de evaporación son bajos, no se evidencia gráficamente en la muestra que exista tendencia, es decir, hasta el momento se cumple el supuesto de estacionariedad fuerte, en el que se afirma que el proceso aleatorio alcanza un estado de equilibrio y esto se da cuando las coordenadas absolutas en las que se midió el fenómeno de estudio no tienen ninguna influencia sobre el resultado de la variable (Bohorquez, 2009), sin embargo para confirmar se continua con el análisis de tendencia de forma más rigurosa.

6.1.2. Análisis de tendencia

Para verificar la existencia de tendencia en los datos se hace uso de los modelos de regresión y se ejecutan polinomios hasta tercer orden, para ello es necesario validar las dos pruebas de hipótesis y verificar el resultado del coeficiente de determinación según los criterios presentados en la tabla 3.

Tabla 3. Lineamientos para validar la tendencia usando un modelo de regresión.

1. Prueba para el modelo de regresión	Regla de decisión
<i>H₀: El modelo no ajusta lo datos.</i>	<i>P-valué > α entonces</i>
<i>H_a: El modelo ajusta lo datos.</i>	<i>Acepto H₀</i>
2. Prueba para los parámetros	Regla de decisión
<i>H₀: El parámetro β_i no es significativo estadísticamen</i>	<i>P-valué > α entonces</i>
<i>H_a: El parámetro β_i es significativo estadísticamente.</i>	<i>Acepto H₀</i>
3. Coeficiente de determinación R ²	

Indica el grado o porcentaje de variabilidad en que las covariables explican la variación de z. Se asume que con un coeficiente de determinación - R² menor al 25% no existe tendencia, es decir se cumple el supuesto de estacionariedad

Fuente: elaboración propia

El análisis de los modelos de regresión corresponde a una técnica estadística aplicada a una variable dependiente en la que se pretende ajustar una superficie matemática al conjunto de datos espaciales. Este procedimiento se realiza generalmente usando el método de mínimos cuadrados.

El análisis de tendencia a través de modelos de regresión de primero, segundo y tercer orden relaciona una variable de estudio con sus coordenadas geográficas de tal manera que los resultados representan las tendencias de la variable en alguna dirección (Norte, Sur, Este, Oeste).

El análisis de los resultados obtenidos a partir de los modelos de regresión de primero, segundo y tercer orden, según las ecuaciones (1), (2) y (3) permitirán evaluar la existencia de tendencia considerando que, si los parámetros son significativos y el modelo de regresión ajusta los datos, estos a su vez tendrán un comportamiento matemático, lo cual nos indicara la existencia de tendencia.

Se espera que el modelo no ajuste a los datos, los parámetros no sean significativos estadísticamente y el coeficiente de determinación sea muy bajo, lo cual indicaría que la evaporación no es explicada por las coordenadas (x,y) y no tiene un comportamiento modelable matemáticamente (Alfaro, 2010).

Se trabaja con un nivel de significancia (α) del 0,05 y un nivel de confianza del 95%.

$$z = \beta_0 + \beta_1x + \beta_2y + e \quad (15)$$

$$z = \beta_0 + \beta_1x + \beta_2y + \beta_3xy + \beta_4x^2 + \beta_5y^2 + e \quad (16)$$

$$z = \beta_0 + \beta_1x + \beta_2y + \beta_3xy + \beta_4x^2 + \beta_5y^2 + \beta_6x^3 + \beta_7y^3 + \beta_8yx^2 + \beta_8xy^2 + e \quad (17)$$

Tabla 4. Resultado del modelo de regresión de primer, segundo y tercer orden

Residuales					
Regresión	Min	1Q	Mediana	3Q	Max
Primer orden	-318,7129	-116,6165	-15,0833	117,3281	351,1029
Segundo orden	-320,5871	-113,4349	-19,9715	113,1314	350,6728
Tercer orden	-320,5871	-113,4349	-19,9715	113,1314	350,6728
Coeficientes					
		Estimación	Error Estándar	t-value	Pr(> t)
Primer orden	Intercepto	1,05E+03	7,28E+02	1,44E+00	1,61E-01
	x	2,98E-04	5,16E-04	5,77E-01	5,68E-01
	y	-4,61E-05	3,79E-04	-1,22E-01	9,04E-01
Segundo orden	Intercepto	2342,0376	5934,3017	0,3947	0,6959
	X	-0,0013	0,0073	-0,1786	0,8595
	Y	-0,0011	0,0046	-0,2292	0,8203

	x:y	0	0	0,2199	0,8274
	Intercepto	2342,0376	5934,3017	0,3947	0,6959
Tercer orden	X	-0,0013	0,0073	-0,1786	0,8595
	Y	-0,0011	0,0046	-0,2292	0,8203
	x:y	0	0	0,2199	0,8274
Regresión	Error Est. Residual:	R² Múltiple	Estadístico F	R² Ajustado	p-value:
Primer orden	188,8393	0,0138	0,2173	-0,0497	0,8058
Segundo orden	191,8062	0,0154	0,1566	-0,083	0,9246
Tercer orden	191,8062	0,0154	0,1566	-0,083	0,9246

Fuente: elaboración propia

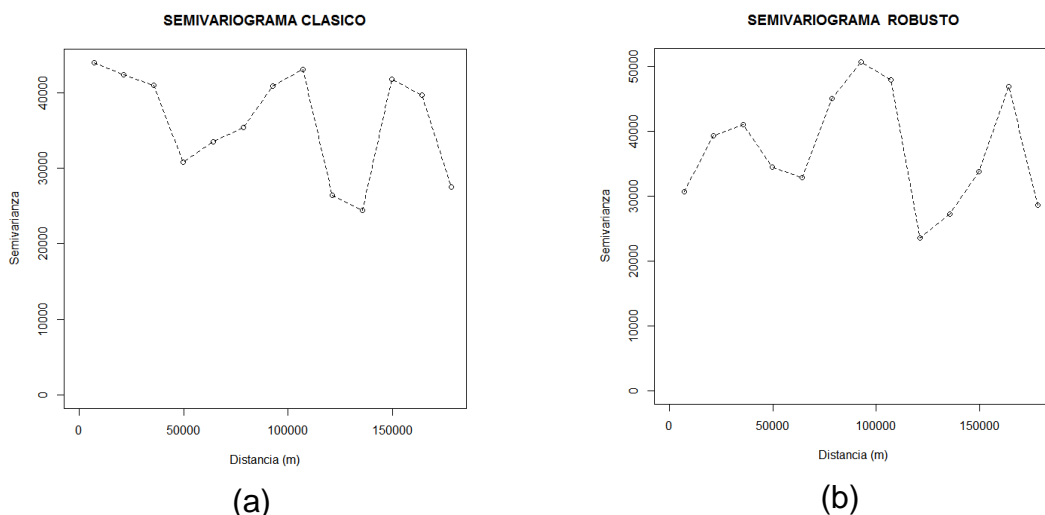
Analizando los criterios presentados en la tabla 3 se concluye que ninguno de los modelos (superficie de tendencia lineal, cuadrático y cubico) ajusta a los datos, pues el $p\text{-value}(F) > 0.05$, por otro lado, ningún parámetro (β_0, β_1 etc.) es significativo estadísticamente, pues el $p\text{-value}(t) > 0.05$ en todos los casos y por último el coeficiente de determinación (R^2) es menor a 0.25.

Con lo anterior se confirma que no existe tendencia en el conjunto de datos, es decir se cumple el supuesto de estacionariedad para la evaporación de las corrientes hídricas, por ende, se sigue trabajando con la variable regionalizada.

6.1.3. Análisis estructural

El siguiente paso corresponde a un análisis estructural cuyo objetivo es determinar el grado de dependencia espacial de la evaporación encontrando el mejor modelo o Semivariograma que describa el fenómeno climático, este empieza con la construcción de los semivariogramas experimentales usando la variable regionalizada (evaporación).

Figura 9. (a) Semivariograma Experimental Clásico y (b) Semivariograma Experimental Robusto



Fuente: elaboración propia

De los gráficos anteriores se considera que el mejor semivariograma experimental es el robusto, puesto que este estimador presenta una corrección por sesgo que evita los problemas presentados en la varianza muestral generados cuando el estimador es sensible a datos atípicos (Bohorquez, 2009).

Después de tener un semivariograma experimental establecido este se compara con los modelos teóricos utilizando el método de ajuste a sentimiento para obtener los parámetros de meseta, rango y pepita (ver tabla 5).

Existen numerosos modelos que se utilizan en geoestadística, los más comunes son el modelo esférico, el modelo exponencial, el modelo gaussiano y el modelo lineal, por otro lado, los modelos de dependencia espacial tienen aplicaciones como, por ejemplo: el modelo circular no es muy utilizado en ecología, el modelo esférico y el penta-esférico son apropiados para análisis de datos en tres dimensiones. (Gallardo et. al, 2008).

En un estudio realizado por Cortéz et. al (2005) sobre la variabilidad temporal de parámetros climáticos: precipitación y temperatura usando métodos geoestadísticos se construyó el modelo usando el Semivariograma esférico. Se encontró que en un estudio de balance hídrico (Ruiz Canales et. al, 2005) para la descripción de los patrones de movimiento del agua en el suelo en riego localizado teniendo en cuenta los datos de humedad y tensión del agua en el suelo de los árboles de una parcela experimental el modelo de semivariograma ajustado corresponde al exponencial.

Tabla 5. Parámetros de los modelos ajuste a sentimiento

Semivariogramas Teóricos	Meseta Cs	Rango a	Pepita Co
Cauchy	42468.98	4822.8	1369.97
Circular	35619.14	33759.62	2739.93
Cubic	35619.14	48228.03	2739.93
Exponencial	36989.11	14468.41	2739.93
Gaussiano	34249.18	19291.21	4109.9
Gneiting	34249.18	19291.21	4109.9
Matern	35619.14	14468.41	2739.93
Powered exponencial	36989.11	9645.61	4109.9
Esférico	35619.14	53050.83	4109.9

Fuente: elaboración propia

El siguiente paso evalúa los parámetros óptimos de los Semivariogramas teóricos utilizando como métodos de ajuste: Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), Mínimos Cuadrados Ponderados, Máxima Verosimilitud (ML) y Máxima Verosimilitud Restringida (REML), (ver tabla 6).

El método de mínimos cuadrados busca obtener los parámetros estimados que minimizan el error cuadrático medio y el método de ajuste máxima verosimilitud

tiene por objetivo obtener los parámetros estimados que maximizan el valor de la probabilidad de la muestra aleatoria observada (Bohorquez, 2009).

Tabla 6. Parámetros óptimos para el semivariograma

Semivariograma		MCO	MCP
Cauchy	Co	0	0,062747066
	Cs	38052,37527	38147,99863
	a	1060,466706	406,7159355
Circular	Co	16700,30338	16074,60883
	Cs	20908,61556	21934,173
	a	12908,69381	12966,71395
Cubic	Co	24593,89817	24184,13051
	Cs	13015,0212	13824,62481
	a	21540,31123	21458,90423
Exponencial	Co	0	0
	Cs	37612,88	38013,02374
	a	4164,655784	4148,518701
Gaussiano	Co	14468,72505	8516,472272
	Cs	23140,16668	29492,27826
	a	6518,430661	6063,269875
Gneiting	Co	14367,47103	8614,831869
	Cs	23241,44911	29393,9235
	a	6471,605311	6044,513577
Matern	Co	0	0
	Cs	37612,88001	38013,04356
	a	4164,65577	4148,543326
Powered Expo.	Co	0	0
	Cs	37642,40468	38032,50911
	a	1820,777594	1376,941252
Esférico	Co	23934,72659	16733,71464
	Cs	13674,20509	21275,04056
	a	21021,54417	15182,30835

Fuente: elaboración propia

6.1.4. Validación cruzada

Usando el método de validación cruzada se busca encontrar el mejor modelo para interpolar y se calculan las siguientes medidas:

ME: Error medio

MSE: Error medio estandarizado

ASE: Promedio de los errores estandarizados

RMSE: Error medio cuadrático

RMSSE: Error medio cuadrático estandarizado

Tabla 7. Métricas variogramas

MODELO		ME	MSE	ASE	RMSE	RMSSE
Cauchy	MCO	-0,367748071145	-0,000283303226	184,997357514000	221,559275053000	17,376478272800
	MCP	0,077524103699	0,000721724448	187,340887303000	221,788807307000	6,719863763310
Circular	MCO	-0,545886098044	-0,001416740307	193,755538943000	204,838437025000	1,114959087160
	MCP	-0,588331062227	-0,001521602338	194,521456586000	205,611479969000	1,122553299510
Exponencial	MCO	-0,779391994096	-0,001811818817	185,679089889000	221,293793956000	5,058467492400
	MCP	-0,770945349141	-0,001778494601	186,680075720000	221,305223542000	5,022310489640
Gaussian	MCO	-0,765917024988	-0,002027365413	192,810289919000	207,622939932000	1,162151295960
	MCP	-0,955083950002	-0,002548819815	191,502115938000	214,592589825000	1,356195501780
Gneiting	MCO	-0,751629760816	-0,001991272079	192,780861974000	207,859458965000	1,164880704540
	MCP	-0,934132672740	-0,002494688517	191,540230902000	214,622836347000	1,351819761120
Matern	MCO	-0,779391985646	-0,001811818793	185,679089919000	221,293793967000	5,058467482520
	MCP	-0,770958128592	-0,001778530089	186,680100072000	221,305206263000	5,022323537420
Powered	MCO	-0,437056913129	-0,000967956846	190,416981828000	214,959954458000	1,565990911240
	MCP	-0,241806712027	-0,000492069173	192,155143769000	214,531316261000	1,486841002220
Esférico	MCO	-0,650039612431	-0,001676144039	194,687477043000	204,330041871000	1,108674652360
	MCP	-0,770442195461	-0,001976651348	195,090946336000	195,434364741000	1,018131915670

Fuente: Elaboración propia

En general los modelos más utilizados para análisis de variables climáticas corresponden a los modelos convencionales como el esférico o el exponencial, desde el punto de vista estadístico se escoge el modelo Esférico, pues presenta el menor Error medio cuadrático y por ende menor varianza usando el método de Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP) y Mínimos cuadrado Ordinarios (MCO)

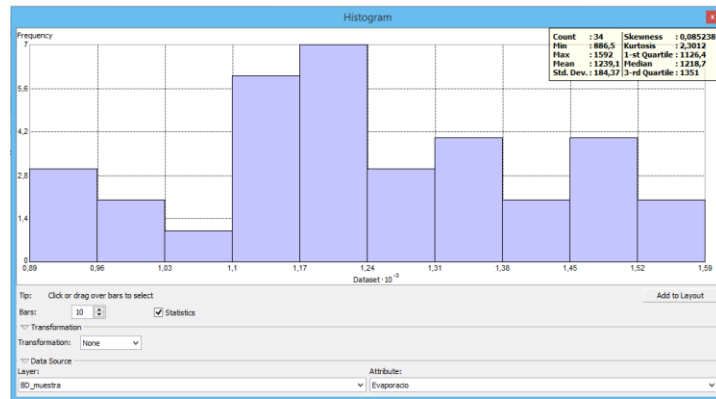
Se decide interpolar ajustando los datos al Semivariograma Esférico, el cual se caracteriza por tener un crecimiento rápido cerca al origen, pero la función se estabiliza completamente en la meseta (Giraldo, 2005). Algunos autores consideran que es un comportamiento un poco ilógico porque la dependencia espacial va decreciendo, pero es casi imposible que llegue a cero (Bohorquez, 2009). Este modelo es muy usado en fenómenos continuos, pero no derivables, lo que quiere decir que representa fenómenos que en su representación presentan quiebros (Funes, 2004). Su función de semivarianza está representada en la ecuación (4):

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C_1 \left(\frac{3}{2} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right) & h \leq a \\ C_0 + C_1 & h > a \end{cases} \quad (18)$$

6.2. Procedimiento en ArcGis Kriging

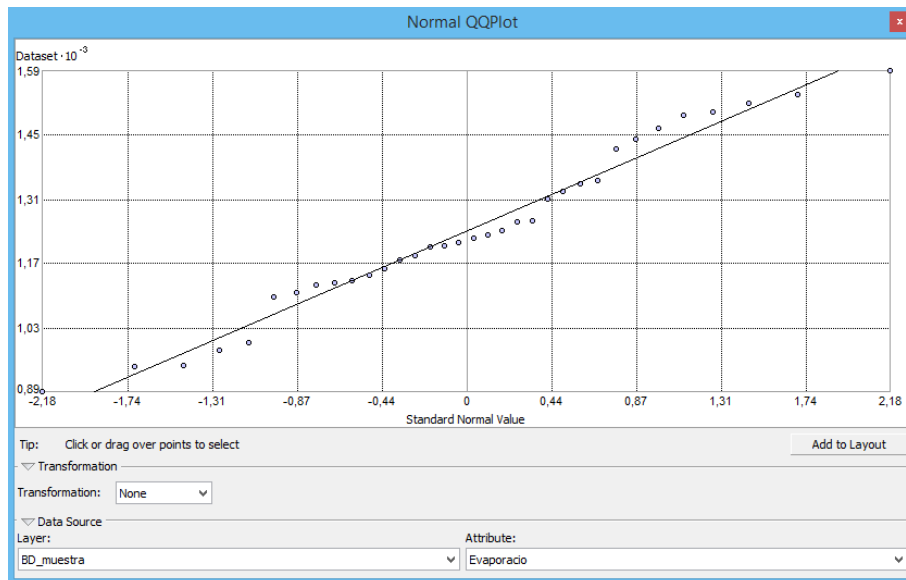
6.2.1. Análisis exploratorio de datos espaciales (AEDE)

Figura 10. Histograma y medidas estadísticas de la evaporación (mm)



En la figura 10 se observa el histograma de la variable evaporación, donde el valor de la media es similar a la mediana (media=1239.1 y mediana=1218.7) lo cual indica la existencia de simetría, la kurtosis es igual a 2.3 ($k < 3$) es decir la distribución es platicúrtica o achatada y el coeficiente de Skewness es 0.08, es decir la función es simétrica, dado que $sk=0$.

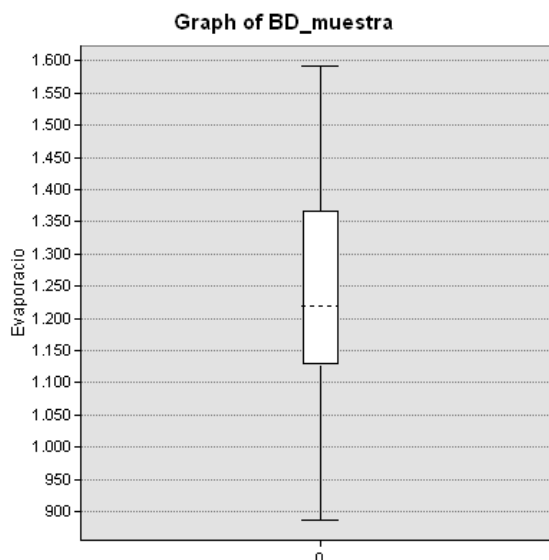
Figura 11. QQ plot de la variable evaporación (mm)



En la figura 11 se presenta el QQ plot de la variable evaporación, lo ideal es que los puntos estén sobre la línea de ajuste, se observa que Existen algunos datos

alejados de la línea de ajuste sin embargo las distancias de los puntos a la línea no son extremas.

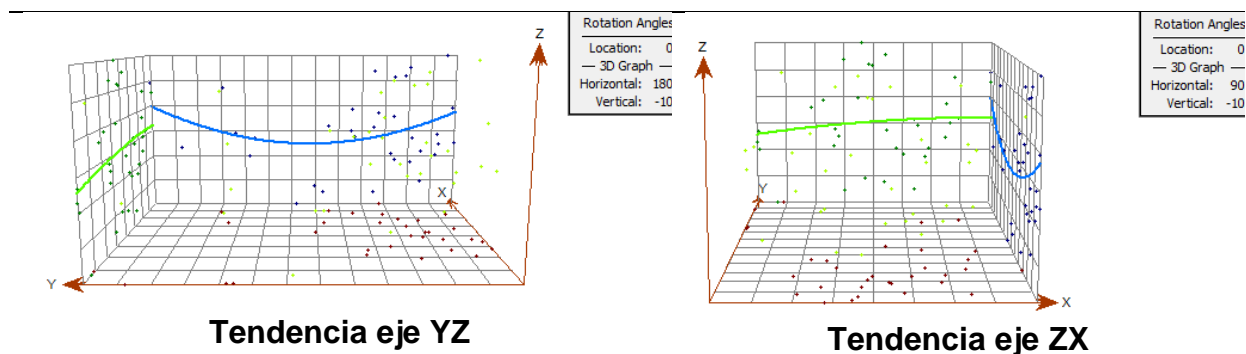
Figura 12. Box-plot de la variable evaporación (mm)



En la figura 12 se presenta el box-plot o caja de bigotes de la variable evaporación, no se observa ningún punto por fuera de la caja, lo cual indica que no existen datos atípicos en la muestra.

6.2.2. Análisis de tendencia visual

Tabla 8. Análisis de tendencia visual variable evaporación (mm)



En ArcGis el análisis de tendencia se hace de forma visual, en la tabla 8 no se aprecia la existencia de tendencia al observar el gráfico de tendencia para los ejes YZ y XZ, dado que no se observa que los puntos se ajusten a la línea de tendencia dibujada en color verde y azul

6.2.3. Análisis estructural

Tabla 9. Análisis estructural semivariograma evaporación



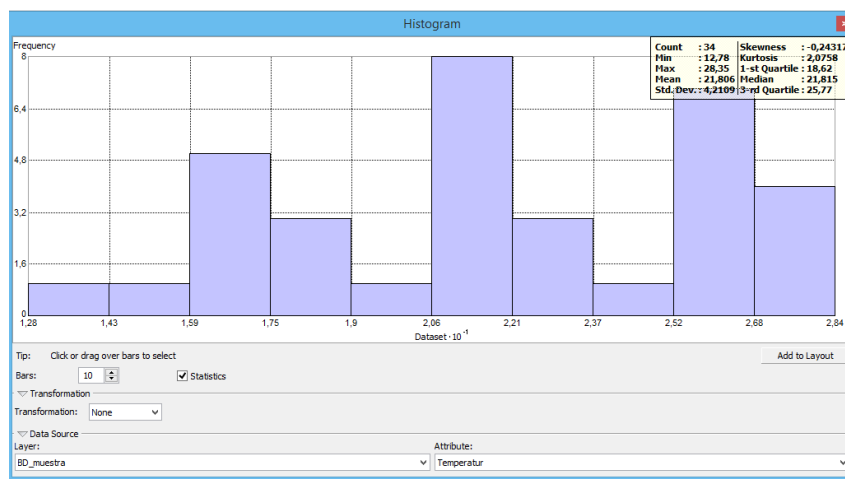
Se observa que al cambiar la dirección del semivariograma la nube de puntos no varía de forma significativa esto indica que existe isotropía, ideal en geoestadística.

En conclusión, el AEDE indica que no es necesario transformar la variable evaporación dado que el conjunto de datos corresponde a una distribución simétrica según el histograma y el coeficiente de skewness, por otro lado, no existe tendencia ni anisotropía y tampoco se encontraron datos atípicos dentro de la muestra.

6.3. Procedimiento en ArcGis Cokriging análisis covariable temperatura

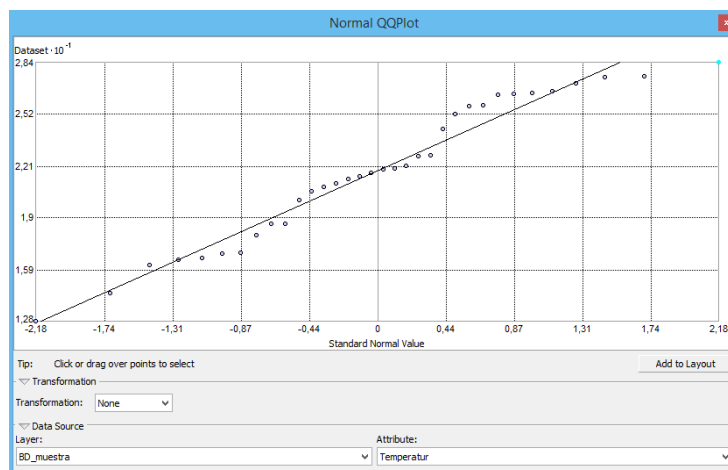
6.3.1. Análisis exploratorio de datos espaciales (AEDE)

Figura 13. Histograma y medidas estadísticas de la temperatura (°C)



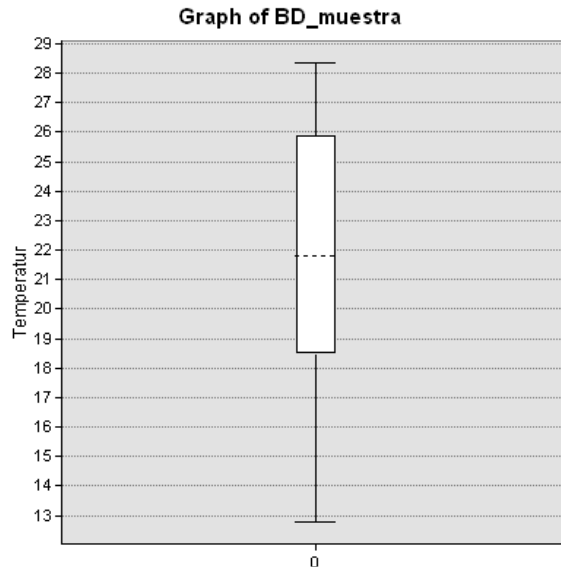
En la figura 13 se observa el histograma de la variable temperatura, donde el valor de la media es similar a la mediana (media=21.806 y mediana=21.815) lo cual indica la existencia de simetría, la kurtosis es igual a 2.07 ($k < 3$) es decir la distribución es platicúrtica o achatada y el coeficiente de Skewness es 0.24, es decir la función es simétrica, dado que $sk=0$.

Figura 14. QQ plot de la variable temperatura (°C)



En la figura 14 se presenta el QQ plot de la variable temperatura lo ideal es que los puntos estén sobre la línea de ajuste, se observa que existen algunos datos alejados de la línea de ajuste sin embargo las distancias de los puntos a la línea no son extremas, a diferencia del dato resaltado en azul claro corresponde a la observación 12 cuyo valor de temperatura es el más alto 28.35 °C en el municipio de Puerto Berrio

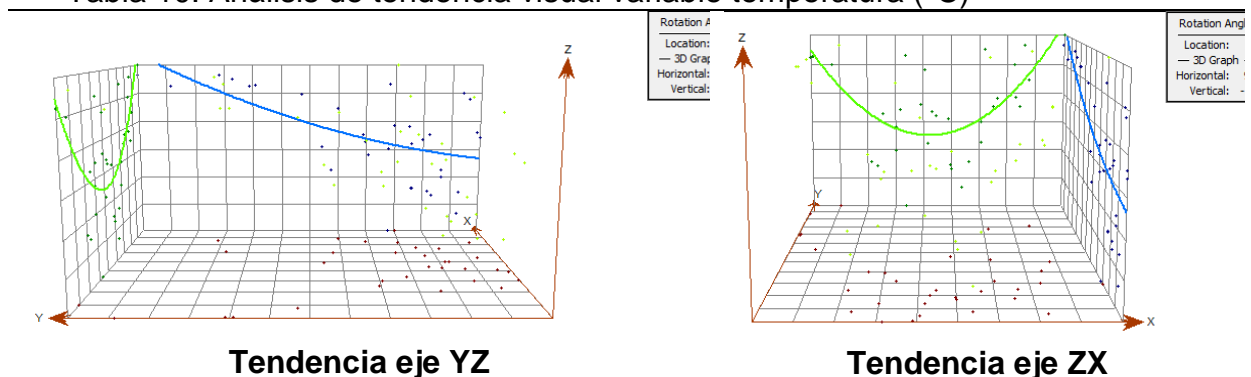
Figura 15. *Box-plot* de la variable temperatura (°C)



En la figura 15 se presenta el box-plot o caja de bigotes de la variable temperatura, no se observa ningún punto por fuera de la caja, lo cual indica que no existen datos atípicos o extremos en la muestra.

6.3.2. Análisis de tendencia visual

Tabla 10. Análisis de tendencia visual variable temperatura (°C)

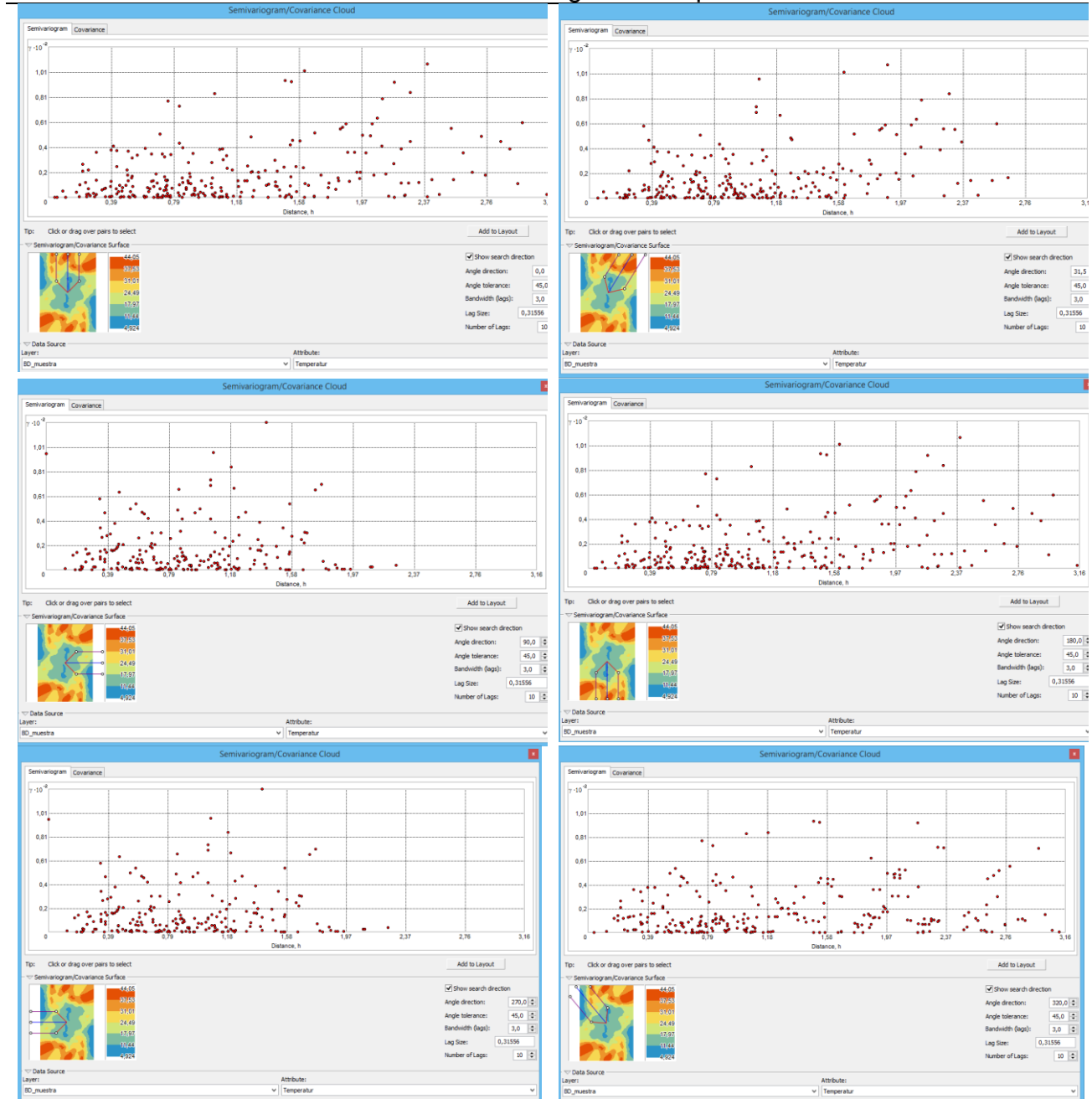


En ArcGis el análisis de tendencia se hace de forma visual, en la tabla 10 no se aprecia la existencia de tendencia al observar el gráfico de tendencia para los ejes

YZ y XZ, dado que no se observa que los puntos se ajusten a la línea de tendencia dibujada en color verde y azul

6.3.3. Análisis estructural

Tabla 11. Análisis estructural semivariograma temperatura



Se observa que al cambiar la dirección del semivariograma la nube de puntos no varía de forma significativa esto indica que existe isotropía, ideal en geoestadística.

En conclusión, el AEDE indica que no es necesario transformar la variable temperatura dado que el conjunto de datos corresponde a una distribución simétrica según el histograma y el coeficiente de skewness, por otro lado, no existe tendencia ni anisotropía y tampoco se encontraron datos atípicos dentro de la muestra.

7. RESULTADOS

7.1. Resultados en R

7.1.1. Interpolación método: Kriging Ordinario

Luego de seleccionar el mejor modelo se usó el método de Kriging Ordinario para encontrar la superficie de interpolación, kriging ordinario es un método de interpolación usado cuando la variable es estacionaria y tiene covarianza conocida pero la media es desconocida.

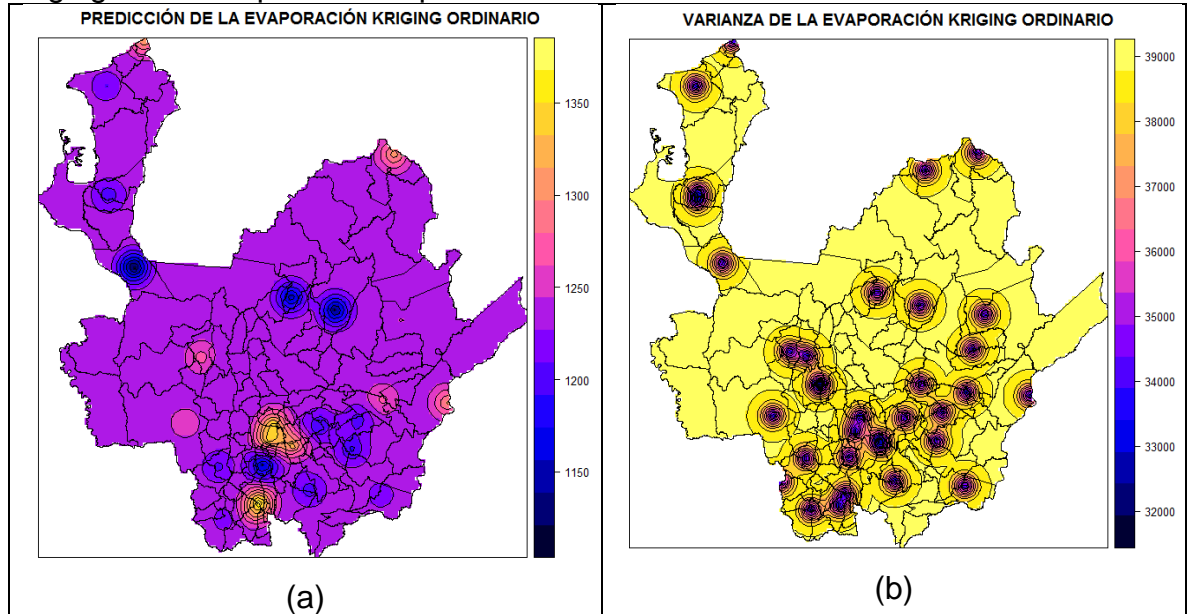
$$Z(sx) = m + \varepsilon(sx) \quad s \in D, m \in R \text{ y } m \text{ desconocida} \quad (19)$$

El propósito de usar Kriging Ordinario es predecir los valores de evaporación en cualquier punto en el departamento de Antioquia a partir de la muestra de las estaciones climatológicas del departamento. El método de Kriging se fundamenta en minimizar la varianza del error, simultáneamente se obtiene una medida del error en todos los puntos de la predicción (Funes, 2004).

Finalmente se obtienen los mapas de predicción y varianza de la evaporación promedio multianual para el departamento de Antioquia, para la interpolación se usa el modelo esférico dado que presenta mejores resultados gráficos ajustándose a la realidad del fenómeno.

Los mapas de varianza reflejan el grado de error de la superficie de interpolación donde los valores más bajos de varianza corresponden a los puntos muestra y aquellos sitios donde no se tiene información reflejarán un mayor error e incertidumbre.

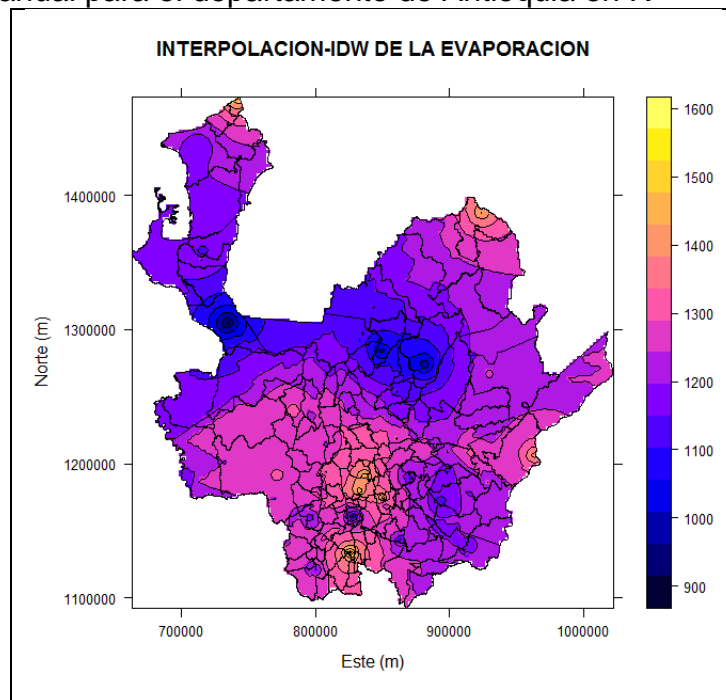
Figura 16. Mapas de la Predicción (a) y la Varianza (b) obtenidos con el método de Kriging Ordinario para la Evaporación usando el modelo teórico Esférico en R



Fuente: Elaboración propia

7.1.2. Interpolación método: IDW

Figura 17. Mapa de Interpolación obtenido con el método IDW para la Evaporación Promedio Multianual para el departamento de Antioquia en R



Fuente: Elaboración propia

Las zonas que presentan mayor evaporación se encuentran en el sector central-sur del departamento de Antioquia. También se puede observar como al norte del departamento existen valores críticos de evaporación mínima.

Por otro lado, usando el método determinístico de la Distancia Inversa Ponderada (IDW) el resultado de la interpolación IDW con $n=10$ y $p=1.095$, donde n es el número de vecinos y p es el peso asignado a los valores cercanos donde los valores de evaporación se han extendido para todo el departamento de Antioquia de acuerdo al número de vecinos y pesos seleccionados para la interpolación.

El valor de p se determina usando una función de optimización que para este caso es la fórmula del método determinístico IDW usando los datos de la variable evaporación. Este valor de potencia óptimo se determina minimizando el error medio cuadrático de la predicción (RMSPE, en inglés). El RMSPE es una medida estadística que se calcula durante el proceso de validación cruzada. El valor RMSPE cuantifica el error de la superficie de predicción (Murillo et. al, 2012).

El valor de n se determina empíricamente haciendo iteraciones donde se encuentre que el resultado representa la realidad y presente las menores variaciones posibles. Para muestras grandes se ha encontrado que valores de n superiores a 30 se consideran extremadamente grandes y su resultado es cuestionable. Para este caso donde la muestra disponible es pequeña se requiere hacer una verificación más exhaustiva de los posibles valores de n (Murillo et. al, 2012).

7.1.3. Predicción puntual evaporación

Como parte de los resultados se consideró predecir los valores de evaporación para las estaciones climatológicas que no presentaban medidas de esta variable y que se encuentran al interior del departamento de Antioquia, usando Kriging puntual como método probabilístico y la predicción del IDW como método determinístico. Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

Tabla 12. Resultados de la predicción puntual de Evaporación en R

Nombre Estación	Predicción de la Evaporación	
	Kriging Ordinario	IDW
Apto Los Cedros	1214,1601	1157,70415
Miguel Valencia	1234,7446	1280,21181
Musinga	1236,4660	1255,54977
Penol El	1221,3865	1227,99901
Progreso Hda El	1237,2405	1268,68312
Rosario El	1135, 6267	1285,82059
San Francisco	1235,3707	1210,56334
Turbo	1235,3707	1178,37934

Fuente: elaboración propia

Comparando los valores de predicción obtenidos por cada método de interpolación se tiene una variación de 14.47 mm de evaporación en la media entre IDW y Kriging ordinario, para saber cuál método es más confiable se realiza el proceso de validación cruzada.

7.1.1. Comparación Métodos de Interpolación

Por último, en la tabla 13 se observan los resultados de métricas provenientes del proceso de validación cruzada donde el método probabilístico (kriging ordinario) presenta menor error medio y error medio cuadrático en comparación con el método determinístico (IDW), por ende, se considera que estadísticamente son más confiables y presenta un mejor ajuste.

Tabla 13. Métricas resultantes del proceso de Validación Cruzada

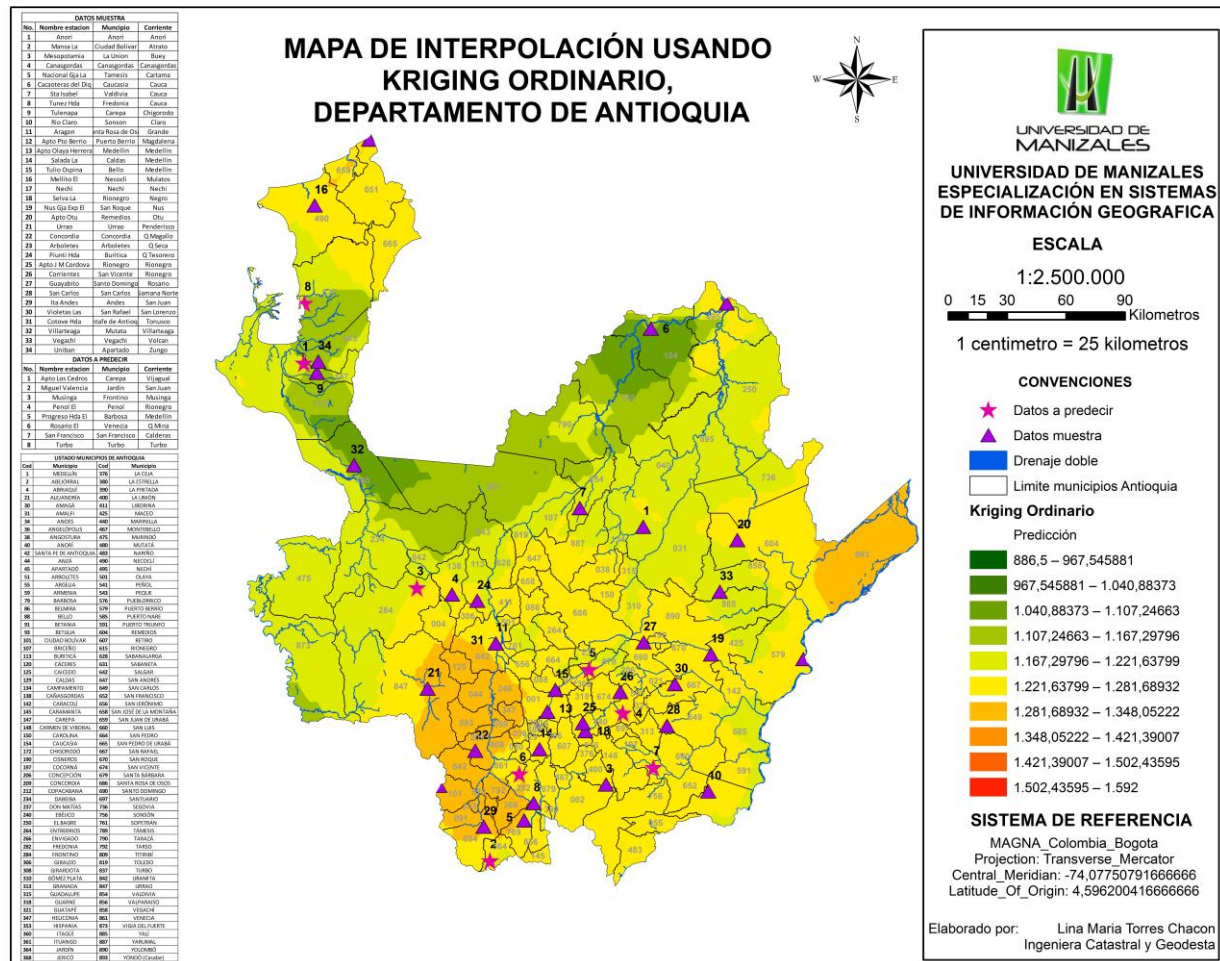
Método de interpolación	Error medio (ME)	Error cuadrático medio (RMSE)
Kriging Ordinario	-0.77	195.43
IDW	-16.61	224.84

Fuente: elaboración propia

7.2. Resultados en ArcGis

7.2.1. Interpolación método: Kriging Ordinario

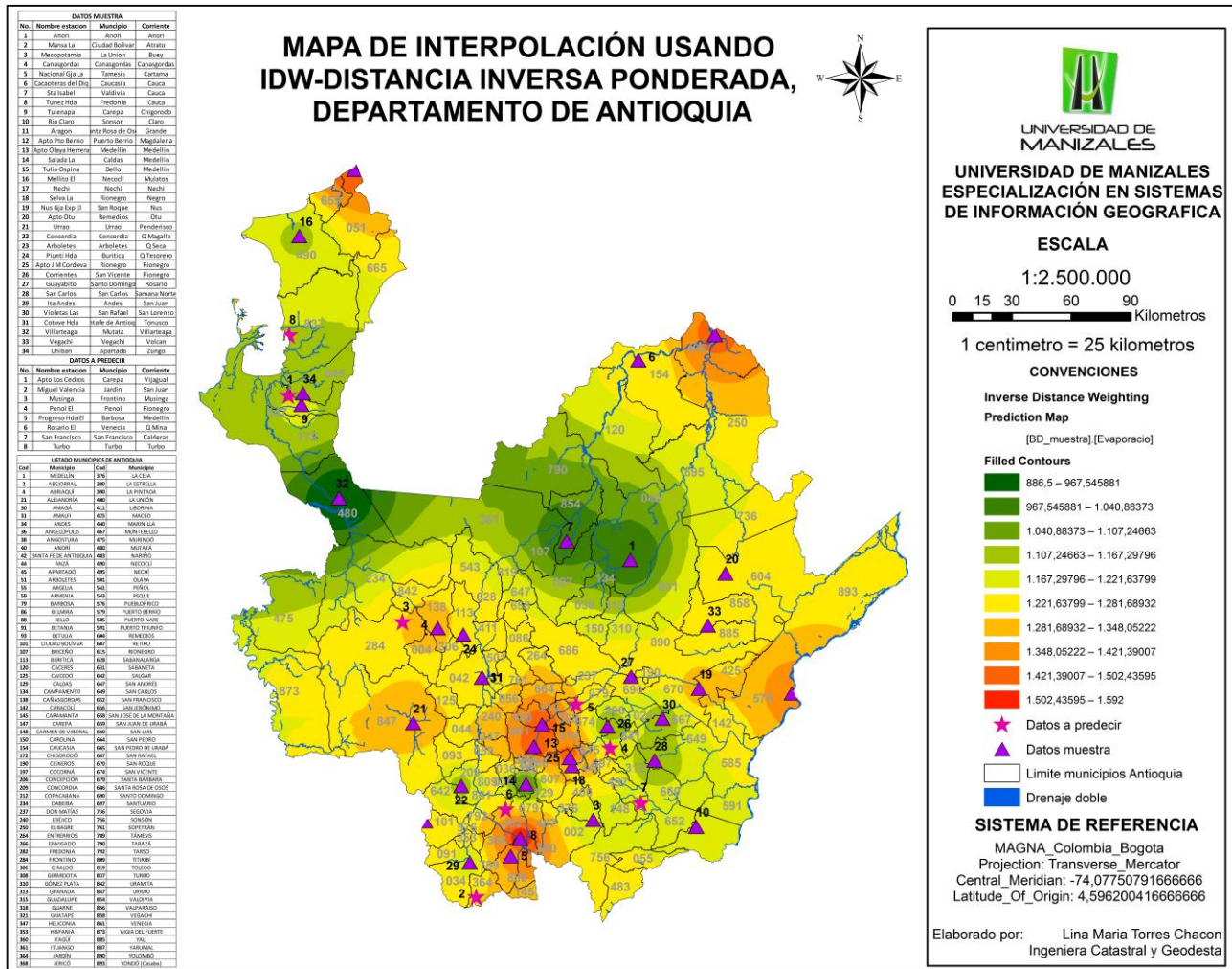
Figura 18. Mapa de Interpolación obtenido con el método Kriging Ordinario para la Evaporación Promedio Multianual en el departamento de Antioquia usando ArcGIS



Fuente: Elaboración propia

7.2.2. Interpolación método: IDW

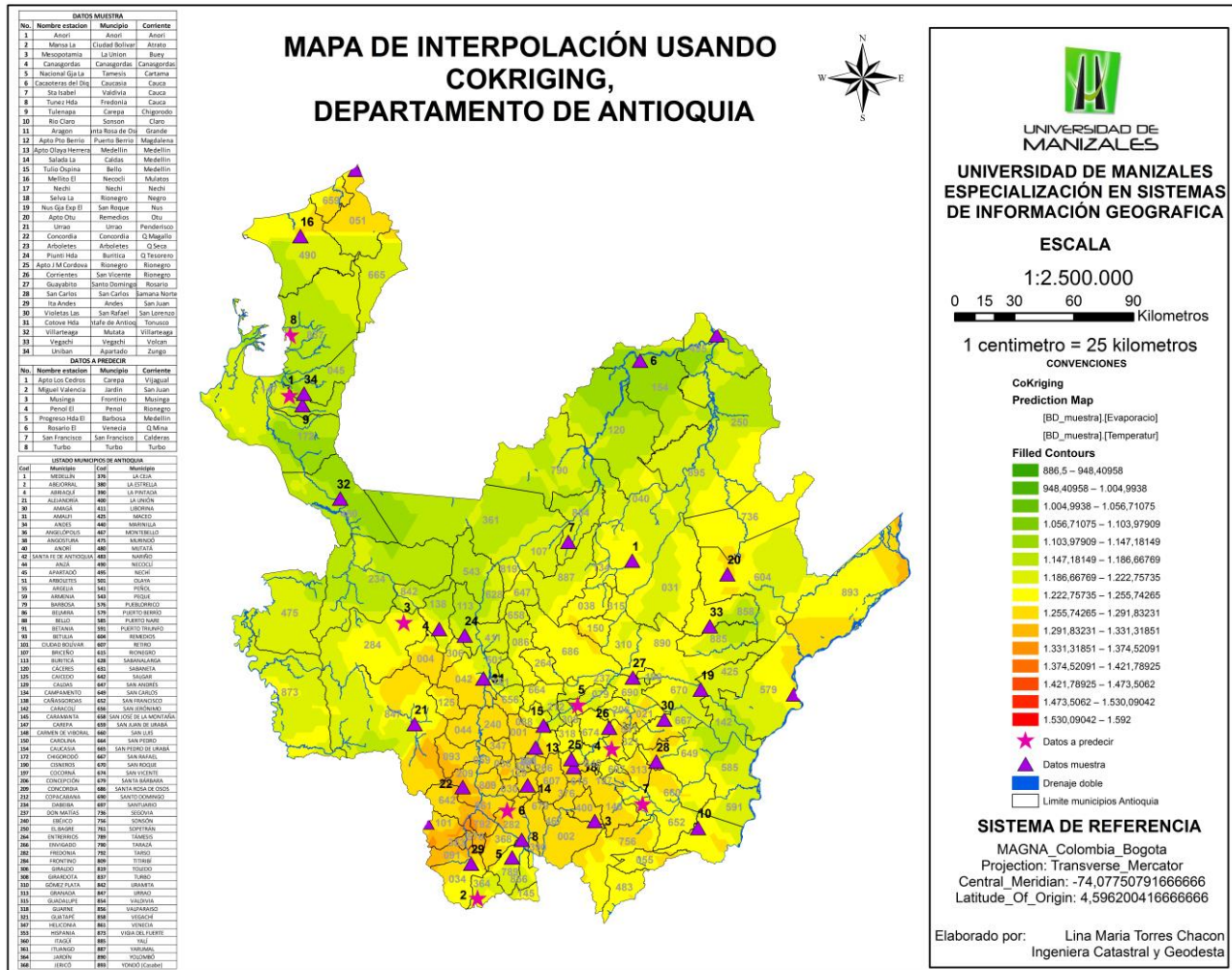
Figura 19. Mapa de Interpolación obtenido con el método IDW para la Evaporación Promedio Multianual en el departamento de Antioquia usando ArcGIS



Fuente: Elaboración propia

7.2.3. Interpolación método: Cokriging

Figura 20. Mapa de Interpolación obtenido con el método Cokriging para la Evaporación Promedio Multianual en el departamento de Antioquia usando ArcGIS



Fuente: Elaboración propia

7.2.4. Predicción puntual evaporación

Tabla 14. Resultados de la predicción puntual de Evaporación en ArcGis

Nombre Estación	Predicción de la Evaporación		
	Kriging Ordinario	IDW	Cokriging
Apto Los Cedros	1196,118333	1156,791965	1196,118333
Miguel Valencia	1213,58625	1271,456237	1224,505556
Musinga	1228,433333	1277,366373	1229,857692
Penol El	1254,830625	1207,85283	1264,644444
Progreso Hda El	1234,5335	1292,81032	1206,834706
Rosario El	1270,430625	1288,105785	1270,430625
San Francisco	1267,085385	1201,546147	1240,009167
Turbo	1148,791429	1162,376611	1148,791429
Promedio	1226,726185	1232,288283	1222,648994

Fuente: elaboración propia

Según la tabla 14 el método de interpolación Cokriging y Kriging Ordinario presentan valores de predicción iguales para algunas estaciones como el apto los cedros, Rosario El, y Turbo. Una vez promediado los valores de predicción para las estaciones meteorológicas de interés se observa que el método de interpolación IDW presenta el promedio más alto, seguido de Kriging Ordinario y por ultimo Cokriging.

7.2.5. Comparación Métodos de Interpolación

Figura 21. Error cuadrático medio Kriging ordinario, IDW y Cokriging

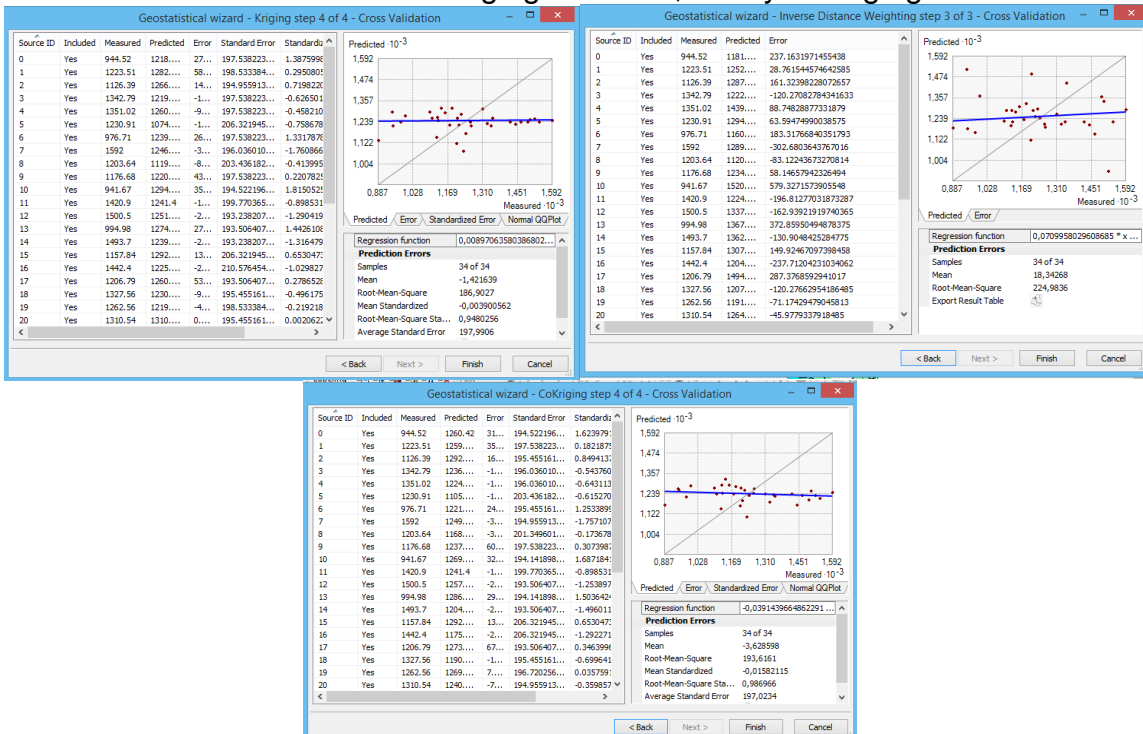


Tabla 15. Error cuadrático medio Kriging ordinario, IDW y Cokriging

Método de interpolación	Error cuadrático medio
Kriging ordinario	186.9
IDW	224.98
Cokriging	193.61

Fuente: elaboración propia

Según la información presentada en la tabla 14 el método de Kriging Ordinario presenta un menor error cuadrático medio en comparación con IDW y Cokriging.

7.3. Análisis resultados en R y ArcGis

Tabla 16. Comparación valores de predicción en R y ArcGis

Nombre Estación	Kriging Ordinario		IDW	
	Predicción en R	Predicción en ArcGis	Predicción en R	Predicción en ArcGis
Apto Los Cedros	1214,160116	1196,118333	1157,70415	1156,791965
Miguel Valencia	1234,744647	1213,58625	1280,21181	1271,456237
Musinga	1236,466002	1228,433333	1255,54977	1277,366373
Penol El	1221,386536	1254,830625	1227,99901	1207,85283
Progreso Hda El	1237,240577	1234,5335	1268,68312	1292,81032
Rosario El	1135, 626780	1270,430625	1285,82059	1288,105785
San Francisco	1235,370743	1267,085385	1210,56334	1201,546147
Turbo	1235,370743	1148,791429	1178,37934	1162,376611
Promedio	1230,677052	1226,726185	1233,113891	1232,288283
Diferencia	3,950867076		0,825607795	

Fuente: elaboración propia

Tabla 17. Comparación Error cuadrático medio en R y ArcGis

Método de interpolación	Error cuadrático medio en R	Error cuadrático medio en ArcGis	Diferencia
Kriging Ordinario	195,43	186,9	8,53
IDW	224,84	224,98	-0,14

Fuente: elaboración propia

En las tablas 16 y 17 se presenta la comparación de los resultados de predicción y error cuadrático medio al usar ArcGis o R, en términos generales el método de Kriging Ordinario es el que presentan mayor variación en las predicciones, sin embargo, el error cuadrático medio es muy similar, por otro lado, IDW resulta ser prácticamente igual en ambos softwares.

8. CONCLUSIONES

1. Tanto en R como en ArcGis se comprobó que el método de Kriging presenta menor error cuadrático medio, es decir estadísticamente presenta un mejor ajuste
2. Las diferencias entre los valores observados y estimados, en términos absolutos, son mínimas de acuerdo a las características del Kriging Ordinario, por lo que se considera que las ecuaciones representan una buena aproximación a los valores de evaporación.
3. Los valores de evaporación más altos según el mapa de interpolación usando Kriging ordinario (ver figura 18) corresponden a los municipios de: Yondo (oriente de Antioquia), Caicedo, anza, santa fe de Antioquia, ebejico, betulia, concordia, salgar, ciudad bolívar, helioconia, tarso y jerico (sector suroccidental de Antioquia). Los valores más bajos de evaporación en los municipios Caceres, Caucasia, Mutata, Ituango y Chigorodo.
4. Los valores de evaporación más altos según el mapa de interpolación usando IDW (ver figura 19) corresponden a los municipios de: Medellín, Bello, Copacabana, Fredonia, Jericó y La pintada ubicados en el centro sur de Antioquia, por el norte se encuentra Nechi y Arboletes. Los valores más bajos de evaporación en los municipios Anori, Valdivia, Mutata, Ituango y Chigorodo.
5. Teniendo en cuenta la variable temperatura según el mapa de interpolación usando Cokriging (ver figura 20) los valores más altos de evaporación corresponden a los municipios de: Concordia, Betulia, Tarso, Venecia, Hispania y Pueblorrico ubicados en el sur occidente del departamento de Antioquia. Los valores más bajos de evaporación se registran al norte de Antioquia en los municipios Caucasia, Caceres, Mutata, Ituango y Chigorodo.
6. Se observa que el mapa de Cokriging es muy similar al de Kriging la diferencia es que al incluir la variable de temperatura se suaviza la superficie de interpolación y el valor de las predicciones son menores para la evaporación.
7. Al comparar los dos métodos de interpolación se concluye que kriging brinda un mejor ajuste que el interpolador determinístico de distancia inversa ponderada – IDW tanto en R como en ArcGIS
8. Los valores de evaporación más altos predominantes en los mapas de interpolación corresponden a los municipios de: Medellín, Bello, Fredonia, Tamesis, Nechi, Arboletes, San Juan de Urabá y Puerto Berrio.
9. Los valores más bajos de evaporación predominantes en los mapas de interpolación corresponden a los municipios Mutata, Valdivia, Anori, Caldas, Concordia, San Vicente y San Rafael.

9. RECOMENDACIONES

Como estudio futuro se recomienda utilizar el método de interpolación cokriging para estudiar el fenómeno de la evaporación en función de otras variables meteorológicas como el suministro de energía, la humedad relativa, la velocidad del viento, la precipitación, la presión atmosférica y otros factores físicos, que pueden mejorar el ajuste de los datos y brindar resultados interesantes o incluso usar el valor de altitud (Z) para evaluar la relación de la variable evaporación con la altitud.

10. BIBLIOGRAFÍA

- Alfaro, G. (2010). Análisis de la superficie de tendencia para cobre en sedimentos fluviales de la region cordillerana de Ñuble. *Revista Geológica de Chile*, 49-58.
- Amaya, G., Restrepo, C., Vélez, M., Vélez, J., & Álvarez, O. (2009). Modelación del comportamiento hidrológico de tres cuencas en el Urabá Antioqueño - Colombia. *Avances en Recursos Hidráulicos*, 21-38.
- Barco, J., Cuartas, A., Mesa, O., Poveda, G., Veléz, J., Mantilla, R., . . . Montoya, M. (2000). Estimación de la Evaporación en Colombia. *Avances en Recursos Hidráulicos*, 43-51.
- Bohórquez Castañeda, M. P. (2009). *Estadística espacial*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Bohorquez, M. (2009). *Estadística Espacial*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Borrego Hernandez, O., Ojeda Ramirez, M., Garica Reynoso, J., & Castro Lopez, C. (2010). Interpolación espacial de concentraciones de ozono en la zona metropolitana del valle de México, basada en métodos de Kriging y Cokriging. *Centro de Ciencias de la Atmósfera*.
- Branch, J., Prieto, F., & Boulanger, P. (2007). Corrección automática de huecos en objetos de forma libre empleando funciones de base radial. *Avances en Sistemas e Informática*, 43-51.
- Brejchaa, M., Stankováb, H., & Cernota, P. (2016). Landscape modelling of past, present and future state of areas affected by mining. *Perspectives in Science*, 151-155.
- Changshan , W., & Murray, A. (2005). A cokriging method for estimating. *Computers, Environment and Urban Systems*, 29(5), 558-579.
- Chica-Olmo, J. (2009). Prediction of housing location price by a multivariate spatial method: cokriging. *Journal of Real Estate Research*.
- Cortéz, A., Ovalles, F. A., Rodríguez, M. F., Rey, J. C., & Núñez, M. C. (2005). Análisis geoestadístico de la variabilidad temporal, a una escala anual y mensual, de parámetros climáticos en un campo experimental, estado Aragua, Venezuela. *Agronomía Tropical*.
- Cuador Gil, J. Q., Quintero Silverio, A., & Estévez Cruz, E. (2000). La simulación condicional en Geoestadística. *Minería & Geología*, 47-50.

- Echeverri Arias, J. A., Manrique Losada, B., Moreno, F. J., & Bravo, A. (2009). Mejoramiento de imágenes usando funciones de base radial. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 21-28.
- Funes, H. (2004). *Métodos Estadísticos en Problemas Espaciales*. San Miguel de Tucumán: Universidad Nacional de Tucumán.
- Gallardo, A., & Maestre, F. (2008). *Métodos geoestadísticos para el análisis de datos ecológicos espacialmente explícitos*.
- Giraldo, R. (2005, Marzo 30). *Introducción a la Geoestadística*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia. Retrieved from Sitio Web Red Colombiana de Agricultura de Precisión - Universidad Nacional: <http://www.reddeagriculturaprecision.unal.edu.co/>
- González, J., Guerra, F., & Gómez, H. (2007). Conceptos básicos de geoestadística en geografía y ciencias de la tierra: manejo y aplicación. *Geoenseñanza*.
- Han, Z.-H., Zimmermann, R., & Görtz, S. (2010). A New Cokriging Method for Variable-Fidelity Surrogate. *AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 1225.
- Henríquez, C., Méndez, J. C., & Masís, R. (2013). Interpolación de variables de fertilidad de suelo mediante el análisis kriging y su validación. *Agronomía Costarricense*, 71-82.
- Hutchinson, M. (1988). Calculation of hydrologically sound digital elevation models. *In Proceedings of the Third International Symposium on Spatial Data Handling*, (pp. 117-133). Ohio: International Geographical Union.
- Instituto de Hidrología Meteorología y Estudios Ambientales. (2016, 03 03). *Tiempo y Clima*. Retrieved from Clima: <http://www.ideam.gov.co/web/tiempo-y-clima/clima>
- Jaramillo, A. (2006). Evapotranspiración de Referencia en la Región Andina de Colombia. *Cenicafé*, 288-298.
- Krige, D. (1951). A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 119-139.
- Matheron, G. (1963). Principles of Geostatistics. *Economic Geology*, 1246-1266.
- Méndez Venegas, J., & Díaz Viera, M. (2013). Geostatistical modeling of clay spatial distribution in siliciclastic rock samples using the plurigaussian simulation method. *Geofísica internacional*, 229-247.
- Méndez Venegas, J., Díaz Viera, M., Herrera, G., & Valdés Manzanilla, A. (2013). Geostatistical simulation of spatial variability of convective storms in Mexico City Valley. *Geofísica internacional*, 111-120.
- Murillo, D., Ortega, I., Carrillo, J. D., Pardo, A., & Rendon, J. (2012). Comparación de Métodos de Interpolación para la Generación de Mapas de Ruido en Entornos Urbanos. *Revista de Ingenierías USBMed*, 62-68.
- Njandjock Nouck, P., Kenfack, C., Diab Diab, A., Njeudjang, K., Jorelle Meli'I, L., & Kamseu, R. (2013). A geostatistical re-interpretation of gravity surveys in the Yagoua, Cameroon region. *Geofísica internacional*, 365-373.
- Paredes Hernández, C. U., Salinas Castillo, W. E., Martínez Becerra, X., & Jiménez Hernández, S. B. (2013). Evaluación y comparación de métodos de interpolación determinísticos y probabilísticos para la generación de modelos digitales de

- elevación. *Investigaciones Geográficas, Boletín del Instituto de Geografía*, 118-130.
- Parra, R., Cortez, A., Rodríguez, M. E., Rey, J. C., Ovalles, F., & González, W. (2007). Construcción y análisis de modelos empíricos para la estimación de la evaporación en Venezuela. *Agronomía Tropical*, 45-49.
- Quintero Silverio, A., & Cuador Gil, J. (2000). Análisis estructural de la porosidad efectiva en el horizonte tobas finas del yacimiento Pina. *Minería & Geología*, 3-4.
- Rodríguez Zayas, T. E. (2000). Comparación de métodos propuestos por la FAO para estimar la evapotranspiración de referencia. *Ingeniería Hidráulica y Ambiental*, 17-21.
- Ruiz Canales, A., Plana, V., Ruiz-Sánchez, M., Franco, J., & Abrisqueta, J. M. (2005). Modelo de distribución temporal y espacial del balance de agua en el suelo para riego localizado en parcela.
- Trangmar, B. B., Yost, R. S., & Uehara, G. (1985). Application of Geostatistics to Spatial Studies of Soil Properties. In *Advances in Agronomy* (pp. 45-94). Orlando: Academic Press, Inc.
- Vargas, J., De la Fuente, L., & Arumí, J. (2012). Balance hídrico mensual de una cuenca Patagónica de Chile: Aplicación de un modelo parsimonioso. *Obras y Proyectos*, 32-41.
- Vargas, J., De la Fuente, L., & Gutiérrez, A. (2009). Análisis geoestadístico para describir la distribución espacial de la precipitación de una cuenca patagónica. *Revista Aqua-LAC*, 5-17.
- Vega, E., & Jara, J. (2009). Estimación de la evapotranspiración de referencia para dos zonas (costa y región andina) del Ecuador. *Engenharia Agrícola*, 390-403.
- Villatoro, M., Henríquez, C., & Sancho, F. (2008). Comparación de los interpoladores IDW y Kriging en la variación espacial de PH, CA, CICE y P del suelo. *Agronomía Costarricense*, 95-105.