

**ENSEÑANZA DE LA FACTORIZACIÓN A TRAVÉS DE LA CONSTRUCCIÓN  
DE MAPAS CONCEPTUALES, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER  
SEMESTRE DEL PROGRAMA DE CONTADURÍA PÚBLICA DE LA  
UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO**

**OLGA INÉS CEBALLOS RINCÓN**

**UNIVERSIDAD DE MANIZALES  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN-DOCENCIA  
ARMENIA 2005**

**ENSEÑANZA DE LA FACTORIZACIÓN A TRAVÉS DE LA CONSTRUCCIÓN  
DE MAPAS CONCEPTUALES, DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE PRIMER  
SEMESTRE DEL PROGRAMA DE CONTADURÍA PÚBLICA DE LA  
UNIVERSIDAD DEL QUINDÍO**

**OLGA INÉS CEBALLOS RINCÓN**

Trabajo final presentado como requisito para optar el título  
de Magister en Educación.Docencia

**ASESORA**

**Doctora: ANA PATRICIA LEÓN URQUIJO**

**UNIVERSIDAD DE MANIZALES  
MAESTRIA EN EDUCACIÓN.DOCENCIA  
ARMENIA 2005**

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Manizales, Agosto de 2005

## **DEDICATORIA**

*El éxito sin talento no existe, el  
triunfo sin esfuerzo mucho menos, sin  
tu apoyo mi visión sería un fracaso.  
Gracias Dios mío por concederme un  
Regalo ideal... ¡MI HIJO!  
KEVIN FELIPE JARAMILLO C.*

*A mi madre y hermanos:  
Porque con su apoyo y amor me dieron las  
fuerzas suficientes para hacer realidad este  
logro.*

*A Dios:  
Por permitirme alcanzar uno a uno  
Los peldaños de mi meta.*

## **AGRADECIMIENTOS**

*A la Dra. Martha Cecilia Gutiérrez G.*

*A la Dra. Ana Patricia León Urquijo.*

*Al Programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío.*

*Al Programa de Maestría en Educación. Docencia de la Universidad del  
Manizales.*

*A mis profesores.*

*A mis amigos*

*Cuando el ser humano aprende a valorar el significado de la palabra  
"GRACIAS", está reconociendo todo el apoyo, paciencia, comprensión y talento  
que han servido de base para transitar la difícil ruta que nos lleva a ser  
profesionales.*

*A todos mil gracias...*

## TABLA DE CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>4</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>5</b>
<b>1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>8-11</b>
1.1 Descripción del problema	8
1.2 Delimitación del problema	10
1.3 Pregunta de investigación	10
1.4 Objetivos	10
1.5 Justificación	11
<b>2. MARCO TEÓRICO</b>	<b>13-34</b>
2.1 Antecedentes	13
2.2 La factorización como base del aprendizaje	17
2.3 La didáctica de las Matemáticas	18
2.4 La estrategia didáctica	20
2.5 Unidad didáctica	22
2.6 La concepción constructivista para la enseñanza de la factorización	23
2.7 Los mapas conceptuales	25
2.8 La clase magistral	30
2.9 Formulación de hipótesis	32
2.9.1 Hipótesis general	32
2.9.2 Hipótesis específica	33
2.10 Variables	33
2.10.1 Definición y operacionalización de variables	34
<b>3. MARCO METODOLÓGICO</b>	<b>40-50</b>
3.1 Tipo de investigación	40

3.2 Metodología	40
3.3 Población	41
3.4 Muestra	42
3.5 Técnicas e instrumentos de recolección de la información	42
3.6 Tratamiento y análisis de datos estadísticos	45
3.7 Contraste de hipótesis	48
3.8 Proceso metodológico	50
<b>4. DESARROLLO DE LAS FASES DE LA INFORMACIÓN</b>	<b>52-74</b>
4.1 Fase I: Aplicación de la preprueba y procesamiento de la información	52
4.2 Fase II: Desarrollo de la unidad didáctica sobre el tema de factorización	56
4.3 Fase III: Aplicación de la postprueba	68
4.4 Fase IV: Análisis de los resultados	74
<b>5. CONCLUSIONES</b>	<b>78</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>81-83</b>
<b>TABLAS</b>	
Tabla 1: Datos derivados del análisis de la preprueba en los dos grupos	47
Tabla 2: Frecuencia de las notas obtenidas en la preprueba Grupo $X_1$	52
Tabla 3: Frecuencia de las notas obtenidas en la preprueba Grupo $X_3$	53
Tabla 4: Resumen de los estadísticos calculados para los dos grupos $X_1$ y $X_3$	55
Tabla 5: Resumen de los datos obtenidos al evaluar los indicadores de las Actividades desarrolladas por el docente (grupo $X_1$ )	65
Tabla 6: Resumen de los datos obtenidos al evaluar los indicadores de las Actividades desarrolladas por los estudiantes (grupo $X_1$ )	66
Tabla 7: Resumen de los datos obtenidos al evaluar los indicadores de las Actividades desarrolladas por el docente (grupo $X_3$ )	67
Tabla 8: Resumen de los datos obtenidos al evaluar los indicadores de las Actividades desarrolladas por los estudiantes (grupo $X_3$ )	68
Tabla 9: Frecuencias de las notas obtenidas en la postprueba por el grupo $X_2$ .	69
Tabla 10: Frecuencias de las notas obtenidas en la postprueba por el grupo $X_4$ .	70

Tabla 11: Resumen de los estadísticos calculados para el grupo experimental y

Para el grupo control en la postprueba. 71

**ANEXOS:**

1. Lista de estudiantes de contaduría admitidos primer periodo académico 2005	85
2. Lista de estudiantes grupo experimental	86
3. Lista de estudiantes grupo control	87
4. Plan de curso - Matemática General	89
5. Ficha técnica -Estudiantes- primer semestre	94
6. Ficha técnica - Estudiantes primer semestre	96
7. Prueba aplicada a estudiantes de primer semestre	98
8. Prueba aplicada a estudiantes de primer semestre	110
9. Evidencia fotográfica del desarrollo de la unidad didáctica.	120-122
10. Mapas Conceptuales elaborados por los estudiantes sobre el tema de la factorización	123-124

## RESUMEN

La investigación denominada "Enseñanza de la factorización a través la construcción de Mapas Conceptuales, dirigida a estudiantes de primer semestre del Programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío", proporciona elementos que clarifican el problema del aprendizaje significativo de la factorización de polinomios. La metodología utilizada fue la investigación comparativa, ya que contrasta el aprendizaje significativo con dos grupos de estudiantes. Para lograr lo anterior, se utilizó dos métodos de enseñanza-aprendizaje: la clase magistral y la construcción del conocimiento a través de la elaboración de mapas conceptuales.

Se utilizó una preprueba aplicada a un grupo experimental y a un grupo control, se identificó el nivel de conocimiento y las dificultades en el aprendizaje significativo de la factorización de polinomios en cuanto a dimensiones como: comprensión, ejemplificación, generalización, jerarquización, inclusión y transferencia; que presentaban estos estudiantes. Con base en los resultados obtenidos en la preprueba, se desarrolló con el grupo experimental la unidad didáctica sobre el tema de factorización de polinomios, apoyada en la construcción de mapas conceptuales. Con el grupo control se desarrolló el mismo tema a través de la clase magistral.

Luego se aplicó una postprueba a los grupos experimental y de control con el fin de comparar con qué método de enseñanza se alcanzaría un aprendizaje significativo aceptable.

Después se observó que el grupo de estudiantes obtuvo una calificación aceptable en el aprendizaje significativo de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales. Lo anterior, permite sugerir la construcción de mapas conceptuales como una alternativa para la enseñanza-aprendizaje de la factorización de polinomios.

## INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación realizado, tuvo como objetivo diseñar una unidad didáctica basada en el uso de los mapas conceptuales como instrumento de aprendizaje del tema factorización, como una alternativa en la enseñanza de las matemáticas que se imparten en el Programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío. Lo anterior, con el fin de permitir al estudiante la comprensión significativa del concepto de factorización y a partir de ello, construir los algoritmos para su aplicación en diferentes contextos matemáticos. Se buscó además, desarrollar en el estudiante un cambio de actitud en su forma de aprender para promover una participación más activa en la construcción de su conocimiento.

En este documento se presentan los aspectos fundamentales de la investigación: planteamiento del problema, marco teórico, marco metodológico, desarrollo de las fases de la investigación, conclusiones y bibliografía.

En el planteamiento del problema se hace una discusión de las dificultades que presentan los estudiantes del programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío en el aprendizaje de las matemáticas. Se delimitó el problema a las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje significativo de la factorización, tema que es eje para el desarrollo del cálculo y la estadística. Posteriormente se formula la pregunta de investigación, los objetivos y la justificación.

El marco teórico plantea las bases teóricas y las definiciones de términos básicos que sustentan el desarrollo adecuado del trabajo. Para ello se fundamenta en autores como:

**Baldor (1966):** Define los conceptos básicos que se tienen en cuenta para el desarrollo del tema de factorización como: expresión algebraica, polinomios, propiedades de los polinomios, propiedad distributiva y propiedad de los números reales.

**Ausubel (1983):** Tiene en cuenta la teoría del aprendizaje a partir de los conceptos previos y nuevos para generar aprendizaje significativo.

**Novak y Gowin (1999):** Se toma la teoría desarrollada por estos autores, como base para la construcción de los mapas conceptuales, teniendo en

cuenta todo los procesos y sugerencias planteadas en su libro para la elaboración de esta herramienta.

**Brousseau (1990):** Plantea el concepto de didáctica de las matemáticas como un campo de estudio de la comunicación de los conocimientos matemáticos y sus transformaciones en diferentes contextos.

**Gómez y Carulla (1998):** A partir de estos autores se indaga sobre los propósitos que se desean lograr al enseñar el tema de factorización; teniendo en cuenta el estado cognitivo de los estudiantes.

**Coll (1997):** Resalta la importancia de la concepción constructivista del aprendizaje escolar, considera que el aprendizaje es siempre una construcción interior; indica los procesos a seguir para implementar la enseñanza constructivista.

**Castillo y Olivares (2001):** Resaltan la importancia de los mapas conceptuales como herramienta de asociación, interrelación, discriminación, descripción y ejemplificación de contenidos en el desarrollo de una unidad didáctica.

**Monagas (1998):** Propone diferentes formas para la construcción de mapas conceptuales.

**Pujol (1978):** Con la teoría elaborada por este autor se desarrollo toda definición sobre el método de clase magistral, sus ventajas y desventajas, los procesos que se dan en el aula para definir una clase como tal.

Dentro de este mismo capítulo se plantean las hipótesis con sus respectivas definiciones; también se mencionan las variables que intervienen en la investigación, los indicadores de las variables sustentados con su respectiva operacionalización.

En el marco metodológico se describen las investigaciones exploratoria y comparativa utilizadas en este trabajo, el diseño metodológico cuasiexperimental, en el cual se tiene un grupo experimental y un grupo control, en donde no todas las variables son posibles de controlar. Además, la manera como se seleccionó la muestra de la población, la cual corresponde a los grupos de la asignatura de matemáticas generales, orientada en el programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío. Dentro de este capítulo se presentan las técnicas e instrumentos de

recolección de datos, los cuales fueron sometidos a un tamiz de expertos para su validación; también se describe el tratamiento y análisis estadístico.

En el desarrollo de las fases de la investigación, se describen los resultados obtenidos en cada una de las etapas de la misma, se aplica la metodología utilizada para realizar el contraste de hipótesis; para lo cual se ha respetado el diseño y las técnicas de investigación propuesta a través del tratamiento estadístico. Se describen con detalle los resultados y el análisis de los mismos que permiten presentar las conclusiones.

Finalmente se consignan las bibliografías consultadas y los anexos respectivos.

# 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

## 1.1 Descripción del problema

Los docentes del área de matemáticas en el Programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío, observan que los estudiantes adscritos al programa enfrentan dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Estadísticas de los últimos años muestran que de un total de 120 estudiantes que comienzan a cursar alguna asignatura del área, aproximadamente el 25% abandonan antes de completar el curso, el 40% desaprueban y sólo el 35% aprueban<sup>1</sup>. Entre las dificultades que inciden se encuentran: una valoración en general poco positiva por parte del estudiante sobre la utilidad e importancia de las matemáticas y un grado de dificultad generalmente alto debido a su nivel cognitivo; además, resulta muy difícil para el estudiante alcanzar una competencia y manejo adecuado del complejo lenguaje simbólico (haciendo referencia a la tarea de traducir problemas del lenguaje natural al lenguaje algebraico); provocando desviaciones en la concepción de los conocimientos matemáticos (qué son y para qué sirven).

Estas dificultades vividas a través de la experiencia en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en los primeros semestres de la carrera de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío; obliga a replantear la metodología que utiliza el docente, con el fin de que el estudiante con el acompañamiento del docente construya los conceptos matemáticos básicos. Algunos de estos conceptos no representan para el estudiante mayor grado de dificultad, tanto en el aprendizaje como en su aplicación; no sucede así con la factorización que es prerequisite en el desarrollo y construcción de conceptos posteriores, ya sea en el mismo semestre o en los semestres siguientes, en los cuales la factorización es una herramienta fundamental en asignaturas como el cálculo, la estadística y el álgebra lineal.

De esta reflexión sobre las dificultades en el aprendizaje de la factorización, estudiantes y docentes están de acuerdo que la situación anterior se presenta por muchas razones entre las cuales se destacan:

---

<sup>1</sup> Estos resultados se obtuvieron a partir de las actas definitivas de la asignatura de matemáticas generales de los periodos académicos de los años 2001-2004, en el programa de contaduría de la Universidad del Quindío

- Los estudiantes no traen los prerrequisitos conceptuales necesarios en la factorización.
- Hay dificultades para correlacionar los fundamentos matemáticos específicos de la factorización con los campos de aplicación.
- Falta claridad en el desarrollo de los algoritmos algebraicos, propios de la factorización como una operación inversa de la potenciación.
- Prevalece el mito sobre la dificultad para aprender matemáticas; esto se manifiesta en la baja autoestima de los estudiantes cuando les toca aprenderlas y aplicarlas.
- La metodología empleada por los docentes universitarios, de educación básica y secundaria, está guiada por el mecanicismo, dado a través de la clase magistral; es decir, prevalece la idea errónea que el aprendizaje es fruto del esfuerzo y repetición del estudiante, quien debe aprender una serie de procedimientos reforzando su aplicación con una cantidad considerable de ejercicios. En el tema de factorización el docente da una serie de procedimientos y fórmulas, la tarea de éste termina ahí, para dar lugar a la mecanización por parte de los estudiantes. Generalmente cuando el estudiante intenta dar solución a los ejercicios propuestos por el docente, no los realiza, porque no alcanza durante la clase a: comprender, integrar, asociar, interpretar, ni aplicar acertadamente los distintos casos de factorización.

En coherencia con las consideraciones anteriores y partiendo de la experiencia de los docentes, se puede reflexionar sobre algunos interrogantes relacionados con la enseñanza-aprendizaje de la factorización, encaminados a descubrir o develar posibles alternativas de trabajo que permitan disminuir dicha problemática así:

- ¿Qué conceptos y conocimientos previos debe desarrollar el estudiante para poder entrar al tema de factorización?
- ¿Cuáles son los ejercicios tipo que pueden guiar mejor el aprendizaje y aplicación de este tema?
- ¿Cuál es el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes sobre el tema de factorización?
- ¿Cuál es el proceso hermenéutico que utiliza el docente para empezar el proceso de factorización?
- Para facilitar los procesos cognitivos en los estudiantes, ¿cómo debe diseñarse la unidad didáctica para la enseñanza de la factorización?

Si esta problemática de dificultad de aprendizaje del concepto de la factorización de polinomios continua, los estudiantes de Contaduría pública de la Universidad del Quindío:

- Seguirán utilizando este concepto de manera mecánica.
- No descubrirán la importancia del tema en el desarrollo de otros procesos matemáticos posteriores.
- Aumentará la deserción debido a la poca motivación.
- No podrán involucrarse en el proceso de construcción y reconstrucción de sus propios conocimientos, habilidades, actividades, efectos, formas de comportamiento y valores propios del ejercicio laboral de la contaduría.

Por lo tanto es necesario proponer el desarrollo de nuevas estrategias metodológicas para la enseñanza de la factorización de polinomios, que permitan evaluar el nivel de aprendizaje de los estudiantes a través de la práctica.

## **1.2. Delimitación del problema**

La dificultad en el aprendizaje de la factorización de polinomios, se presenta concretamente en los estudiantes de primer semestre de Contaduría Pública, que cursan la asignatura de matemática general.

La dificultad se manifiesta en indicadores tales como: el bajo rendimiento académico, la desmotivación, la deserción y la repetición sucesiva de la asignatura.

La dificultad en el aprendizaje de la factorización de polinomios incide en la poca comprensión que tiene el estudiante de su aplicabilidad, limitándolo para la asimilación de nuevos temas que requieren posteriormente del manejo de este concepto.

## **1.3. Pregunta de investigación**

La enseñanza apoyada en la construcción de mapas conceptuales, ***¿Promoverá el aprendizaje significativo y la aplicación de la factorización, a los estudiantes de primer semestre de contaduría Pública de la Universidad del Quindío?***

## **1.4 Objetivos**

### **Objetivo general**

Desarrollar una unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales para facilitar el aprendizaje de la factorización a estudiantes de primer semestre de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío.

### **Objetivos específicos**

- Identificar el nivel de conocimiento que sobre el tema de factorización tienen los estudiantes de primer semestre del programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío.
- Diseñar e implementar una unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales para el aprendizaje de la factorización, dirigida a estudiantes de primer semestre de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío.
- Evaluar la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales para el aprendizaje de la factorización, dirigida a estudiantes de primer semestre de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío.

### **1.5. Justificación**

Al iniciar el curso de matemática general en primer semestre del Programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío, tanto el docente como los estudiantes llegan con una serie de expectativas. Esta asignatura el docente choca con la actitud de los estudiantes que en su gran mayoría ingresan a esta carrera pensando que el contenido matemático que van a desarrollar en el plan de estudios es el más elemental del álgebra. Esta situación se agrava para ambas partes cuando los temas que se desarrollan tienen tal grado de complejidad que superan las expectativas que los estudiantes traían al momento de ingresar a la carrera. Entre los temas que ofrece mayor grado de dificultad esta la factorización. Debido a la complejidad del tema, se piensa que este merece ser tratado con especial interés, teniendo en cuenta que la factorización de polinomios es la base para el desarrollo eficaz de otros temas y otras asignaturas posteriores. La dificultad que los estudiantes presentan al aplicar este concepto en la construcción de nuevos aprendizajes matemáticos puede apreciarse cuando

desarrollan ejercicios de fijación o cuando hacen transferencia a otros ejercicios o problemas de aplicación.

Para superar estas dificultades, los mapas conceptuales pueden ser una herramienta de aprendizaje para que el estudiante entienda la importancia de la factorización de polinomios en el aprendizaje y aplicación de conceptos matemáticos; apoyado lo anterior específicamente con la línea de trabajo de Ausubel acerca del aprendizaje significativo (Ausubel et-al, 1983). De ahí la importancia de utilizar la construcción de mapas conceptuales con dos propósitos, en primer lugar como herramienta metodológica, que permitirá la explicación de las relaciones entre los conceptos a los estudiantes, y en segundo lugar como herramienta de observación del docente acerca de las lagunas conceptuales y relacionales de los estudiantes en el tema de la factorización. Su construcción se realizará como un proceso que:

- Está centrado en el estudiante y no en el docente.
- Permite el desarrollo de destrezas conceptuales y metodológicas.
- Facilita el desarrollo de procesos mentales en los estudiantes (asociación, relación, interpretación, abducción y transposición).

Así pues, se trata de una propuesta de carácter abierto y por tanto, lo importante es la revisión crítica y la adaptación a las necesidades curriculares de cada docente. Como ya se sabe, no todas las experiencias didácticas tienen los mismos resultados en los distintos grupos y niveles.

Conscientes de las connotaciones pedagógicas, personales y sociales de dicha problemática, es indudable que este proyecto es un primer acercamiento para proponer posibles soluciones desde la didáctica para la enseñanza-aprendizaje de la factorización. Se espera sirva de base para futuras investigaciones que lleven a un mayor conocimiento de esta situación.

Así, el mapa conceptual<sup>2</sup> puede llegar a ser una herramienta de asociación, interrelación, discriminación, descripción y ejemplificación de contenidos, en la enseñanza de la factorización de polinomios, con un alto poder visual.

---

<sup>2</sup> Mapa conceptual es una manera de presentar la información en forma gráfica para que de un solo golpe de vista se sepa lo que posee la estructura cognitiva del aprendiz. Esta técnica de aprendizaje fue creada por Joseph D. Novak (1999) quien la presentó como "estrategia" método y recurso esquemático.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 . Antecedentes

Al realizar una búsqueda a través de un rastreo bibliográfico utilizando las bases de datos PROQUET, SCIENCE@DIRECT e INTERNET@CORPORATION acerca de los trabajos relacionados con el tema de los mapas conceptuales, se identificó el grado de aplicación que tienen estos en el aprendizaje y desarrollo de un tema; aunque no se encontró específicamente artículos de investigación que plantearan los mapas conceptuales como una alternativa para la enseñanza de la factorización; la mayoría de las conclusiones o recomendaciones generales realizadas por los autores de las investigaciones relacionadas con el tema, enfatizan en la importancia de considerar la construcción de estos, en el proceso de planeación de una clase y en el momento de su desarrollo.

Es de resaltar que se encontró una gran cantidad de artículos de investigación en los cuales se propone el trabajo académico a través de la utilización de mapas conceptuales. Algunos de estos artículos son:

En él artículo **Visión constructivista dinámica para la enseñanza de las ciencias. (Marín y Benarroch; 1994)** se toma el constructivismo como soporte teórico, el cual está detrás de la mayoría de los trabajos que abordan problemas propios del ámbito de la Didáctica de las Ciencias. A la vez, en éste ámbito, existe diversos marcos teóricos comprometidos con el constructivismo (piagetiano, humano, radical, social, etc.) con apoyos y posiciones bien diferentes en otros planos disciplinares (filosofía, psicología, epistemología de las ciencias, didáctica, etc.). Esta diversidad hace que declararse constructivista sin matices o aclaraciones viene a decir bien poco y en ocasiones es motivo de controversias.

El esfuerzo de este trabajo se centra en explorar el tipo de compromiso teórico que mantienen las diferentes familias constructivistas con incidencia relevante en la enseñanza de las ciencias. Después, se desarrolla la posición Epistemológica y ontológica constructivista coherente con los detalles psicológicos que aporta una determinada opción sobre la construcción del conocimiento individual.

Todo ello perfila la visión constructivista dinámica que será comparada con

los planteamientos y modos de desarrollar otras opciones constructivistas, a fin de analizar posibles ventajas para resolver problemas ligados a la enseñanza de las ciencias.

En el artículo **El mapa conceptual como estrategia de enseñanza y aprendizaje en la resolución de problemas. (Ruiz y Shavelson 1996)**: se resalta la idea clave de la teoría de Ausubel el aprendizaje significativo en contraste con el aprendizaje memorístico. Un instrumento que ha demostrado gran utilidad para lograr el aprendizaje significativo es el Mapa Conceptual. En el presente trabajo se propone una metodología para la utilización del Mapa Conceptual en los diferentes momentos del proceso de enseñanza aprendizaje, como estrategia para guiar a los estudiantes a encontrar los procedimientos a seguir en la resolución de problemas.

Algunas conclusiones señaladas en este artículo son:

- Los mapas conceptuales pueden ser empleados en las conferencias como una estrategia de instrucción para brindar al alumno una orientación completa y generalizada sobre el tema a tratar; a la vez que se le suministra una estrategia valiosa para que él por sí mismo procese y resuma la información científica que debe aprender.
- En las clases de resolución de problemas, el mapa conceptual puede ser empleado como estrategia de aprendizaje, cuando el alumno lo construye de forma individual o en grupo. De esta forma, el estudiante realiza un análisis más integral del objeto de estudio, pues logra una mayor organización en la estructura de su conocimiento.
- El mapa conceptual puede ser una estrategia de control del aprendizaje porque revela la forma en que los conocimientos se encuentran organizados en la estructura mental del estudiante.

En el artículo **Mapas conceptuales y diagramas uve como herramientas para el aprendizaje de temas nuevos de matemáticas (Afamasaga-Fuata'i, k; 2002)**: se muestra el uso de las herramientas metacognitivas de mapas de concepto y el diagrama Uve para aprender y resolviendo problemas para los temas de matemática. Seis estudiantes utilizaron estas herramientas para aprender nuevos temas de matemática. Logrando comprensiones más profundas del tema seleccionado.

Algunas conclusiones señaladas en este artículo son:

- Los mapas conceptuales y el diagrama Uve permiten que los estudiantes mejoraren su comprensión sobre un tema con el tiempo como consecuencia de trabajo en grupo, trabajo individual, crítica de otros estudiantes y consultas.
- La complejidad estructural y conceptual aumentada reflejó el crecimiento en la magnitud y profundidad de la comprensión de los estudiantes de las conexiones entre los principios teóricos y métodos de soluciones.
- Las normas socio-matemáticas establecidas de críticas y presentaciones contribuyeron significativamente a la calidad en vías de desarrollo y refinamiento del aprendizaje de un tema.
- Los estudiantes comprendieron que la comunicación de su comprensión es más eficaz si se colocan conceptos en un orden jerárquico completo con etiquetas apropiadas, conexiones significantes con palabras concisas y convenientes.
- Los estudiantes apreciaron el valor de las herramientas para mejorar la comprensión de un tema y como medios de comunicar esa comprensión a otros en una escena social. Los hallazgos de esta cohorte sugieren que los mapas conceptuales y diagramas Uve son herramientas potencialmente viables para entender de manera más profunda las estructuras en la matemática.

En el artículo **Mapas conceptuales: elementos fundamentales para la intervención (Pérez, f.r; 2004)** se proporciona importantes instrumentos de trabajo para el aula, en el área de matemáticas, principalmente para el logro de aprendizajes significativos en el sentido Ausubeliano y en concordancia con los principios constructivistas actuales. El artículo versa sobre el papel fundamental que juegan los mapas conceptuales en el Programa de Intervención llamado SAM (Sistema de aprendizaje mediado). El Programa SAM armoniza las ideas fundamentales en torno a la construcción del conocimiento expuestas por Ausubel y Novak, sin olvidar algunos elementos en común que éstas tienen con las aportaciones de Piaget y Bruner, para lograr el desarrollo de capacidades cognitivas. El profesor del Programa, apoyado en mapas conceptuales y actuando como mediador entre el contenido y el alumno, contribuye para que el aprendiz logre un aprendizaje constructivo, significativo y por descubrimiento.

El Programa SAM fue diseñado en México para el aprendizaje del cálculo en

el nivel universitario. Junto con los mapas conceptuales elaborados por el profesor y por el estudiante, el Programa tiene como objetivo el desarrollar el razonamiento lógico y la orientación espacial. Como producto de la utilización de mapas conceptuales a través de la aplicación del Programa SAM se ha apreciado un aumento significativo en el cociente intelectual de los estudiantes y también un mejor rendimiento académico en el proceso de aprendizaje en las aulas universitarias.

Algunas conclusiones señaladas en este artículo son:

- El Programa SAM permite un aumento significativo de la inteligencia (entendida como mejora de la ejecución intelectual) en los estudiantes. Por otra parte, los aportes de los estudiantes, en los diferentes instrumentos, en torno a lo que han aprendido, proporcionan una evidencia de ese desarrollo.
- El estudiante tiene un Aprendizaje Significativo al construir la estructura cognitiva: al desarrollar la inteligencia. Este desarrollo se obtiene al vincular la nueva información a los conceptos que ya se tienen: cuando el estudiante encuentra sentido a lo que aprende.
- Gracias al uso de mapas conceptuales, los procesos implicados en su construcción: proceso inductivo entendido como un Aprendizaje Subordinado y el proceso deductivo entendido como un Aprendizaje Supraordenado. Contribuyen con el desarrollo cognitivo.
- El elemento Arquitectura del Conocimiento del Programa SAM, conformado por mapas conceptuales, al ser un apoyo para el profesor en cuanto a la manera de acomodar los contenidos, contribuye a la práctica de los procesos inductivos y deductivos. Favorece para que el estudiante contraponga conceptos con hechos y hechos con conceptos, para que el alumno parta de información particular percibida hasta la elaboración de generalidades y para que el estudiante, a través de su actividad en el aula, descubra por sí mismo.
- Los mapas conceptuales en los que se apoya el profesor del Programa SAM contribuyen con la práctica de pensamiento desarrollando así la inteligencia.

Por último, como propuestas para el futuro, el terreno universitario necesita de nuevas investigaciones que contemplen los procesos de aprendizaje y enseñanza. Investigaciones que conjuguen, entre otros, elementos técnicos (contenidos) y humanos (aprendices y docentes) que contribuyan al enriquecimiento del conocimiento pedagógico en la universidad.

## **2.2. La factorización como base del aprendizaje y aplicación de contenidos matemáticos**

La factorización es una herramienta fundamental en el desarrollo y construcción de conceptos matemáticos posteriores y su aplicación se puede observar en el desarrollo de asignaturas como el cálculo, estadística y álgebra lineal (Enciclopedia Temática Mega, 2000). Por lo tanto el estudiante debe:

- Comprender el concepto de factorización.
- Ejemplificar procesos de factorización.
- Explicar y resolver el caso de factorización a utilizar.
- Aplicar cada caso acorde al problema que se le presente.
- Operar la factorización de manera reversible.

"La factorización se puede definir como la transformación de una expresión algebraica racional entera en el producto de sus factores racionales y enteros, primos entre sí ." (Baldor, 1966). Es el primer método para obtener las raíces o ceros de la expresión. Para factorizar se comienza con una regla que permite desarrollar la destreza, para aplicarla a ejercicios de mayor dificultad.

Para comprender el concepto de factorización es necesario que el estudiante tenga unos conocimientos previos que le permitan: primero relacionar adecuadamente conceptos como suma, resta, multiplicación de polinomios, exponentes enteros y segundo la aplicación de algunas propiedades de los números reales como la propiedad distributiva.

Al factorizar un polinomio lo que pretende es representarlo como el producto de dos o más polinomios o expresiones algebraicas más sencillas llamadas factores. Factores que al aplicarle la multiplicación de polinomios o la propiedad distributiva nos debe llevar al polinomio inicial.

## **2.3. La didáctica de las matemáticas**

Aunque la enseñanza de los conocimientos matemáticos, ha sido una actividad realizada a lo largo de la historia de la humanidad, la reflexión centrada en ésta no había tenido un tratamiento tan especial como el que se le ha dado en las últimas décadas (Ortiz, 1990). Especialistas de diversas disciplinas han realizado trabajos y consideraciones importantes entorno a las dinámicas que utilizan los matemáticos, los docentes de matemáticas y el

común de las personas, para enseñar los conocimientos matemáticos. Trabajos en los cuales se analiza, estudia, conceptúa, juzga y polemiza, alrededor del currículo, de la enseñanza escolar de las matemáticas y del aprendizaje de las matemáticas.

Lo anterior, ha generado el ambiente propicio para el surgimiento de un campo de investigación, y de una comunidad académica, que desde una nueva posición asume el compromiso del estudio de la enseñanza y aprendizaje de los conocimientos matemáticos. Como resultado de esta dinámica investigativa se han venido acopiando teorías y estrategias investigativas que van configurando una naciente disciplina científica, a esta disciplina y a su campo investigativo asociado se le conoce con diversos nombres, tales como Educación Matemática, Didáctica de las Matemáticas, Matemática Educativa.

Se ha seleccionado el nombre de Didáctica de las matemáticas para hacer referencia tanto a la disciplina como al campo investigativo asociado. Esta selección no es del todo ingenua, se justifica parcialmente en la coincidencia en la manera de entenderla con el planteamiento de Guy Brousseau, quien sostiene que recientemente ha aparecido bajo el nombre de didáctica “un intento de constituir una ciencia de la comunicación de los conocimientos y de sus transformaciones; una epistemología experimental que intenta teorizar la producción y la circulación de los saberes...” (Brousseau, 1990: 259). Como también lo advierte Brousseau, la palabra didáctica ha tenido diferentes acepciones; basta reseñar que se emplea como adjetivo<sup>3</sup> y como sustantivo<sup>4</sup>, que puede ser o bien una palabra culta para designar la enseñanza, o la preparación de lo que sirve para enseñar, o bien el conocimiento del arte de enseñar.

Ahora bien, si se considera la didáctica como una disciplina cuyo objetivo es estudiar las condiciones que deben cumplir las situaciones planteadas que impliquen y comprometan los conocimientos anteriores de los estudiantes, los sometan a revisión, los modifique, los complemente o los rechace para formar concepciones nuevas, entonces la didáctica de las matemáticas se podría estimar como el campo de estudio de la comunicación de los conocimientos matemáticos y de sus transformaciones.

---

<sup>3</sup> “... Califica lo que es apropiado para la enseñanza, lo que tiene por finalidad la enseñanza y, más en general, lo que esta relacionado con la enseñanza.” (Brousseau, 1990:259)

<sup>4</sup> “ ... el arte de enseñanza, es decir, el conjunto de medios y procedimientos que entienden a hacer conocer, a hacer saber algo, generalmente una ciencia, una lengua un arte ... ) (Brousseau, 1990: 260)

Por ello, en esta propuesta de investigación, la didáctica de las matemáticas, es un campo de estudio de la comunicación de los conocimientos matemáticos y de sus transformaciones en el ámbito escolar y extraescolar, que tenga elementos esenciales desde el punto de vista didáctico como son: estructuras cognitivas, procesos de pensamiento, proceso de construcción, niveles de comprensión, errores y dificultades que se presentan al desarrollar el concepto de factorización de polinomios. Para ello, es necesario trazar un plan que lleve al estudiante a enfrentarse con el conocimiento, utilizarlo y producir otros más complejos; proporcionándole así herramientas que le permitan afrontar todas las dificultades académicas y sociales que puedan surgir.

Ahora bien, si se pretende con esta propuesta generar procesos de construcción de conocimientos matemáticos, es necesario rescatar como parte de los saberes, estos elementos que hacen parte esencial de los procesos de construcción y determinar en qué medida son vitales en la comunicación-construcción-aprendizaje de los conocimientos matemáticos y sobre todo a partir de los modelos de pensamiento inicial que tienen los estudiantes acerca de algunos conceptos matemáticos, para así poderlos orientar en la construcción de los procesos, en este caso en la factorización de polinomios, de modo que sea significativa para ellos.

Para trazar el plan antes mencionado, es necesario indagar sobre los propósitos que se desean lograr al enseñar el tema de la factorización de polinomios. A partir de estos propósitos y teniendo en cuenta el estado cognitivo del estudiante se debe determinar uno o más objetivos para desarrollar una actividad. El contenido, los objetivos y el estado cognitivo de los estudiantes componen la información de partida para el diseño de la actividad; este diseño requiere una serie de análisis denominados de manera genérica análisis didáctico, que se agrupa en cuatro categorías enunciadas a continuación, mencionadas por Gómez y Carulla (1998):

- ❖ **Análisis cognitivo:** Con este análisis se busca identificar y describir las dificultades que los estudiantes pueden enfrentar y los errores que ellos pueden llegar a cometer al realizar la tarea que componen la actividad.
- ❖ **Análisis de contenido:** Con este análisis el docente busca producir una descripción estructurada y sistemática del contenido matemático desde la perspectiva didáctica. Para ello, él debe construir la estructura conceptual de este contenido, en la que sea posible identificar los conceptos y procedimientos involucrados, junto con los sistemas de representación que permitan referirse a esos conceptos y procedimientos.

- ❖ **Análisis de instrucción:** En este análisis el docente produce y evalúa (a la luz de los análisis anteriores) diseños de las actividades que realizan los estudiantes.
- ❖ **Análisis de actuación:** éste es el análisis que el docente hace de las actuaciones recientes de los estudiantes y que le permite determinar su destreza o estado cognitivo.

Al realizar estos análisis, el docente obtendrá los siguientes resultados: una o más actividades para poner en práctica durante la clase; una justificación de esas actividades con respecto a: el estado cognitivo de los estudiantes, los contenidos, los objetivos; y una previsión de las posibles actuaciones de los estudiantes cuando la actividad se lleve a la práctica.

#### **2.4. La Estrategia didáctica**

La estrategia didáctica son todas aquellas maneras de proceder docente, organizadas en etapas o fases seguidas en una secuencia de enseñanza, fundamentadas y sustentadas en desarrollos teóricos, validadas, puestas en práctica y valoradas desde el punto de vista de los resultados obtenidos, para temáticas contenidas una asignatura (Gagne; 1985).

Se deben establecer criterios de carácter funcional, que aseguren la consideración de elementos esenciales para seleccionar una "estrategia didáctica". Estos criterios son:

- Indicar el tipo de ideas previas que se hayan identificado o se identifiquen en la estrategia didáctica en cuestión o manifiesten al menos referencias correspondientes en las cuales se pueda ahondar al respecto, así como manifestar el papel que juegan y cómo se espera modificarlas.
- Desglosar una estrategia de enseñanza que contenga, deseablemente, una introducción al tratamiento, un desarrollo y un cierre del mismo.
- Proporcionar posibles maneras de proceder a la evaluación del aprendizaje.

Los criterios prácticos que aseguren en lo posible la replicabilidad de las estrategias en el aula por el docente que así lo decida, a continuación se mencionan dos criterios viabilidad y capacidad heurística.

- ❖ Considerar condiciones de desarrollo acordes con las condiciones "normales" de clase, que no requieran el uso de condiciones o

dispositivos difíciles de conseguir.

- ❖ Proporcionar elementos al diseñar la estrategia didáctica que permitan su utilización como "modelos", que permitan instrumentar estrategias en temas diferentes a los originalmente planeados.

La estrategia didáctica se debe desarrollar en cuatro fases (Gagne; 1985):

#### ❖ **Fase introductoria**

La fase introductoria abarca todos aquellos elementos y procesos que sirven para dar inicio a la estrategia didáctica, como pueden ser: las ideas previas involucradas en la enseñanza del tema y la identificación o evocación de las mismas ya sea mediante procedimientos propuestos para ser llevados al cabo por el profesor o mediante la utilización de instrumentos o estrategias reportados en algún otro lado.

#### ❖ **Fase de desarrollo**

La fase de desarrollo implica la descripción del proceso seguido en la parte substancial de la estrategia didáctica basada en el conflicto cognitivo, la utilización de mapas representacionales, etc., en su parte de realización de actividades de aprendizaje; es decir, donde los estudiantes tienen que efectuar una serie de actividades experimentales que pueden solución de tareas o problemas que pueden integrar lecturas, predicción de fenómenos, de realización de investigaciones u otras actividades de aprendizaje.

#### ❖ **Fase de cierre**

La fase de cierre da cuenta de la forma en que se recuperan las experiencias de aprendizaje, ya sea en términos de los conflictos cognitivos que éstas propiciaron, de la insuficiencia de los mapas representacionales utilizados, etc. y que permiten procesos de análisis, reflexión y discusión y, posibilitan la transformación de las concepciones de los estudiantes acerca del tema a desarrollar

#### ❖ **Evaluación del aprendizaje**

La fase de evaluación del aprendizaje incluye el registro o comentario mediante descripción de sus características o por remisión a las referencias bibliográficas proporcionadas por la fuente de los instrumentos utilizados para realizar la evaluación de los aprendizajes y de las pretendidas transformaciones de las conceptualizaciones utilizadas por los estudiantes.

## **2.5. La unidad didáctica**

Las unidades didácticas están configuradas por una serie de componentes relativos al qué, cómo y cuándo enseñar y evaluar los objetivos y contenidos correspondientes a dicha unidad. Dichos componentes o elementos podrían configurarse de la manera siguiente, conviene indicar que el orden de presentación no prescribe la secuencia. (Escamilla; 1993)

### **• La presentación**

En toda unidad didáctica convendría dejar explícito inicialmente su “hilo conductor”, aquello que hace de ella precisamente una unidad de aprendizaje: la temática que aborda, la organización de sus componentes en torno a un proyecto a centro de interés, etc. Asimismo, en la presentación de cada unidad se debería hacer constar el diagnóstico inicial del contexto de trabajo, los conocimientos previos que se requieren, su situación respecto a las demás unidades didácticas, el momento del curso en que debe ser puesta en práctica, su duración, así como los recursos didácticos que se van a utilizar en su desarrollo. Es decir, que antes de determinar los objetivos, contenidos y demás elementos de la unidad, conviene explorar cuáles son las características del contexto en el cual va a ser desarrollada la unidad así como identificar los intereses, motivaciones de los alumnos.

Lograr esto, entre otras cosas, implicaría lo siguiente:

- Analizar las circunstancias bajo las que va a desarrollarse la unidad, y tenerlas en cuenta para la selección de los objetivos, contenidos, metodología y criterios de evaluación, con el fin de evitar crear una unidad “artificial” o “descontextualizada”.
- Tener en cuenta las características socio-ambientales evolutivas y de conocimiento de los alumnos, para lo que podría ser necesario que, programaciones, unidades didácticas y técnicas de comunicación previamente al diseño de la unidad, el profesor sondease las ideas previas de los alumnos sobre los conocimientos, actitudes e intereses de dicha unidad.
- Tener en cuenta la época del curso en que va a ser puesta en práctica la experiencia, así como la integración de la misma con lo que habitualmente está enseñando el profesor, es decir, que la unidad debe tener en cuenta las anteriores unidades y las consecuencias para las siguientes.

- Identificar que tipo de apoyo pueda necesitar en algunos de los aspectos del desarrollo de la unidad (materiales, medios, espacios, tiempos,...).

## **2.6. La concepción constructivista para la enseñanza de la factorización**

Para el desarrollo de esta investigación se utilizó la concepción constructivista, apoyado en mapas conceptuales. La concepción constructivista del aprendizaje escolar, se sustenta en la idea de que la finalidad de la educación que se imparte, es promover los procesos de conocimiento personal del estudiante, en el marco de la cultura del grupo. Desde la concepción constructivista, se rechaza la idea del estudiante como un mero receptor de los saberes culturales, así como tampoco se acepta la idea de que el desarrollo es una simple acumulación de aprendizaje específico.

La concepción constructivista del aprendizaje sitúa la actividad mental del estudiante en la base de los procesos del desarrollo personal. Mediante la realización del aprendizaje significativo, el estudiante construye, modifica, diversifica y coordina sus esquemas, estableciendo de este modo redes de significados que enriquecen su conocimiento (Coll, 1997).

La concepción constructivista plantea "que el verdadero aprendizaje humano, es una construcción de cada estudiante que logra modificar su estructura mental; alcanzando un mayor nivel de: diversidad, complejidad e integración" (Flores, 1998).

La enseñanza constructiva considera que el aprendizaje humano es siempre una construcción interior, aún en el caso de que el educador acuda a una clase magistral, pues ésta no puede ser significativa si sus conceptos no encajan ni se ensartan en los conceptos previos de los estudiantes. En la actualidad la mayoría de los docentes que enseñan la factorización utilizan el método de clase magistral, logrando con ello que los estudiantes sólo repitan lo que el maestro dice sin que a su vez lo comprendan, con la enseñanza constructivista se podrá lograr potenciar al máximo ese procesamiento interior del estudiante.

Las condiciones necesarias para potenciar la enseñanza constructiva según Flores (1998: 237) son:

- a) "Generar insatisfacción con los prejuicios y los preconceptos. (Para facilitar que los estudiantes se percaten y tengan en cuenta sus errores).
- b) Que la nueva concepción empiece a ser clara y distinta de la vieja.
- c) Que el estudiante comprenda y critique las causas que originaron sus prejuicios y nociones erróneas.
- d) Crear un clima para la libre expresión del estudiante sin coacciones ni temor a equivocarse.
- e) El estudiante podrá ser participe del proceso de enseñanza, desde la planeación, incluyendo las fuentes de información..."

Las recomendaciones que Flores (1998:238) hace a un docente que desea utilizar un modelo de enseñanza constructivista son:

- a) "La representación se aclara mediante el uso de modelos: verbal, gráfico, matemático... (ojalá aprendiera a diseñar "mapas" conceptuales). Qué fue lo que se utilizó para desarrollar la investigación.
- b) Relacionar el conocimiento con sus aplicaciones.
- c) A medida que se avanza en la discusión, vuelva a repetir la pregunta para precisar mejor su sentido y sus verdaderas premisas, supuestos y restricciones".

Por las condiciones anteriormente mencionadas se encuentra una gran coherencia y relación entre la enseñanza constructivista y la utilización y/o implementación de los mapas conceptuales. Es por ello, que se propuso desarrollar la construcción de una estrategia didáctica que facilitara el aprendizaje de los procesos de factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, en la medida que permitan realizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la factorización de manera más flexible, lógica y significativa tanto para el estudiante como para el docente.

La elaboración de mapas conceptuales tiene como objetivo que el docente construya con los estudiantes conocimientos nuevos partiendo y explorando los conocimientos previos de los mismos; logrando que ellos organicen, interrelacionen y fijen el conocimiento del contenido estudiado (Novak y

Gowin, 1999). El ejercicio de la elaboración de mapas conceptuales fomenta la reflexión, el análisis y la creatividad.

## 2.7. Los mapas conceptuales

En el marco de esta investigación los mapas conceptuales son la mediación didáctica para entender la importancia de la factorización en el aprendizaje y la aplicación de conceptos matemáticos desde una perspectiva del procesamiento de información y más específicamente en la línea de Ausubel y sus colaboradores del aprendizaje significativo. De ahí la importancia de los mapas conceptuales, en primer lugar como herramienta metodológica que permite la explicación de las relaciones entre los conceptos de los estudiantes, en segundo lugar como herramienta de observación del docente, que le ayuda a medir las destrezas cognitivas de los mismos en el tema de factorización.

Novak y Gowin (1999) afirman que los mapas conceptuales facilitan el desarrollo de las destrezas cognitivas tales como:

- a) **Las conexiones de nuevos conocimientos con ideas previas**, tanto en su confección antes del desarrollo del tema de factorización, como en su tratamiento posterior.
- b) **La capacidad de inclusión**, dada la jerarquización de los conceptos que se utilizan al realizar procesos de factorización y el nivel de comprensión que implica sus relaciones.
- c) **La diferenciación progresiva** entre conceptos, sobre todo si se elaboran en diferentes momentos del desarrollo del tema.
- d) **La integración** o asimilación de nuevas relaciones cruzadas entre conceptos.

Con relación a lo antes expuesto, del Castillo y Olivares Barberán (2001), expresan que “el mapa conceptual aparece como una herramienta de asociación, interrelación, discriminación, descripción y ejemplificación de contenidos, con un alto poder de visualización”. Los autores señalados exponen que los mapas no deben ser principio ni fin de un contenido, siendo necesario seguir “adelante con la unidad didáctica programada, clases expositivas, ejercicios-tipo, resolución de problemas, tareas grupales... etc.”. Lo que permite inferir que es una técnica, que si se usa desarticulada de otros procesos no genera un aprendizaje significativo, es por eso que se

recomienda utilizar como parte de un proceso en donde deben incluirse otras técnicas como el análisis crítico reflexivo, la exposición, análisis de conceptos, discusiones grupales, etc. Esta técnica simplifica la comprensión de un tema o nuevo contenido, estableciendo una relación entre el nuevo conocimiento y el que ya se tiene; a su vez facilita la interrelación de los diferentes elementos que posee un contenido logrando así obtenerse una visión global del tema abordado.

El uso del mapa conceptual como estrategia de enseñanza-aprendizaje de la factorización de polinomios, permite al estudiante participar en la construcción de su propio conocimiento y compartirlo con sus compañeros. Además, le ayuda a fijar su atención en los conceptos más importantes, a hacer conexión entre los conocimientos previos con los nuevos y organizarlos de forma lógica. De otra parte, le ayuda a desarrollar actitudes de cooperativismo y respeto por las opiniones ajenas, adiestrándolos en todos aquellos procesos que llevan consigo la participación (Novak y Gowin, 1999).

Como sistema de representación, los mapas conceptuales tienen las siguientes ventajas importantes para el estudiante (Novak y Gowin, 1999):

- Seleccionar y extraer los elementos más significativos para ubicarlos dentro del mapa.
- Interpretar, comprender e inferir de la lectura realizada.
- Integrar la información en un todo, estableciendo relaciones de subordinación e interrelación.
- Intercambiar puntos de vista sobre una proposición particular permitiendo ver si es buena, válida, si hace falta enlaces, y así reconocer la necesidad de un nuevo aprendizaje.
- Organizar el material de estudio.
- Desarrollar ideas y conceptos.
- Organizar el pensamiento.
- Expresar el propio conocimiento actual acerca de un tópico.
- Insertar nuevos conceptos en la propia estructura de conocimiento.
- Al utilizarse imágenes y colores, la fijación en la memoria es mucho mayor, dada la capacidad del ser humano de recordar imágenes.

Estas ventajas son muy importantes para la descripción de objetos matemáticos y su correspondiente discurso matemático, ya que la estructura del contenido matemático no es lineal. Por un lado, todo concepto se encuentra relacionado con otro concepto y, en general, todo procedimiento está relacionado con uno o más conceptos y procedimientos adicionales.

El mapa conceptual condensa conceptos y proposiciones que contiene de un tema específico. Aunque esta representación no es única (una organización jerárquica de conceptos se puede estructurar de varias maneras) todas las posibilidades deben reflejar la inclusión de conceptos, de lo más específico a lo más general. Al construir un mapa conceptual el estudiante debe hacer un esfuerzo consciente para organizar de modo jerárquico y tomar la decisión sobre conceptos supraordinados y subordinados. Esta operación implica un proceso activo por parte del estudiante para confirmar el manejo adecuado de los conocimientos previos, e identificar lo que es confuso respecto a cada uno de los conceptos que se poseen acerca de la factorización (Novak y Gowin, 1999). El mapa conceptual permite un intercambio de puntos de vista sobre la razón de validez de una conexión entre dos o más conceptos, o el reconocimiento de la carencia de ciertas asociaciones entre esos conceptos. Esto sugiere a quien lo construye, la necesidad de un estudio más profundo evitando sus falsas interpretaciones, o "formas de ver" que se tienen acerca de la factorización de polinomios. Dada las características del mapa conceptual, el proceso y las actividades mentales que implican su elaboración se constituye en una herramienta apropiada para el trabajo con aquellos estudiantes a quienes les favorece el aprendizaje significativo de conceptos relacionados con la factorización polinomios.

Para introducir a los estudiantes en este tipo de trabajo se puede proceder de diferentes maneras así:

- Se solicita a cada estudiante, **seleccionar los conceptos** básicos contenidos en el tema propuesto; los cuales deben ser escogidos con gran acierto dado que son la clave para permitir la coherencia en la construcción del mapa conceptual.

Ejemplo de conceptos claves para la construcción del mapa conceptual en el tema de factorización de polinomios:

- Variables y constantes.
- Polinomios.
- Multiplicación de polinomios.
- Términos semejantes.
- Ley distributiva.
- Operaciones y propiedades de la potenciación.
- Simplificación.

La sola selección de los conceptos dará evidencia de cómo piensa cada uno de los estudiantes.

- **Jerarquizar** los conceptos seleccionados teniendo en cuenta su generalidad. El concepto más general será el de mayor jerarquía; dos conceptos de la misma jerarquía estarán en el mismo nivel, esta parte del ejercicio demanda la participación consciente en la toma de decisiones acerca del conocimiento que posee. Se deben unir con líneas los conceptos claves seleccionados, de tal manera que expresen lo que se está pensando en cuanto a **cómo se relacionan** esos conceptos para explicar la temática; sobre la línea de unión entre los conceptos, escribir una palabra o varias (no más de cuatro) que expliciten el sentido de la relación (Novak y Gowin, 1999).
- El éxito de esta herramienta de trabajo radica en el cambio metodológico y actitudinal de quien aprende (Novak y Gowin, 1999).

Es indispensable que al estudiante de matemáticas incorpore a su lenguaje los conceptos básicos involucrados en la elaboración de un mapa conceptual, tales como: conceptos claves, conceptos generales, palabras-enlaces, proposiciones, líneas y flechas de enlace, conexiones cruzadas, jerarquización y representación de mapas conceptuales.

- a) **Concepto:** Un **concepto** es un evento o un objeto que con regularidad se denomina con un nombre o etiqueta (Novak y Gowin, 1999) por ejemplo variable, constante, suma. El concepto, puede ser considerado como aquella palabra que se emplea para designar cierta imagen de un objeto o de un acontecimiento que se produce en la mente del individuo (Segovia, 2001). Existen conceptos que nos definen elementos concretos (variable, constante) y otros que definen nociones abstractas, que no podemos tocar pero que existen en la realidad (binomio, polinomios).
- b) **Palabras de enlace:** Son las preposiciones, las conjunciones, el adverbio y en general todas las palabras que no sean concepto y que se utilizan para relacionar estos y así armar una "proposición" Ej. : para, por, donde, como, entre otras (Novak y Gowin, 1999). Las palabras enlace permiten, junto con los conceptos, construir frases u oraciones con significado lógico y hallar la conexión entre conceptos.
- c) **Proposición:** Una proposición es dos o más conceptos ligados por palabras enlace en una unidad semántica.
- d) **Líneas y flechas de enlace:** En los mapas conceptuales convencionalmente, no se utilizan las flechas porque la relación entre conceptos está especificada por las palabras de enlace, se utilizan las líneas para unir los conceptos. Las Flechas: Novak y Gowin (1999) reservan el uso de flechas "... solo en el caso de que la relación de que se trate no sea de subordinación entre conceptos", por lo tanto, se pueden utilizar para representar una relación cruzada, entre los conceptos de una sección del mapa y los de otra parte del "árbol"

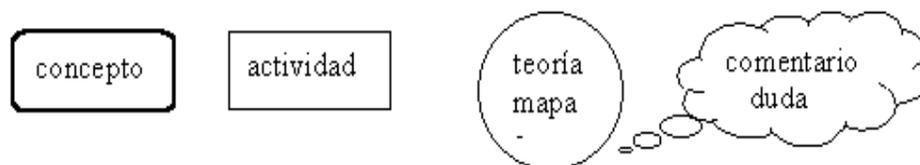
conceptual. La flecha nos indica que no existe una relación de subordinación.

- e) **Conexiones cruzadas:** Cuando se establece entre dos conceptos ubicados en diferentes segmentos del mapa conceptual una relación significativa. Las conexiones cruzadas muestran relaciones entre dos segmentos distintos de la jerarquía conceptual que se integran en un solo conocimiento. La representación Gráfica en el mapa para señalar la existencia de una conexión cruzada es a través de una flecha.
- f) **Jerarquización:** es ordenar los conceptos de manera que se puedan mostrar diferencias entre las interrelaciones conceptuales; se puede empezar con conceptos amplios e inclusivos y continuar luego con conceptos más específicos y menos inclusivos.
- g) **Representación de mapas conceptuales:** El mapa conceptual es un entramado de líneas que se unen en distintos puntos, utilizando fundamentalmente dos elementos gráficos:

La elipse u ovalo  y la línea 

Los conceptos se colocan dentro de la elipse y las palabras enlace se escriben sobre o junto a la línea que une los conceptos.

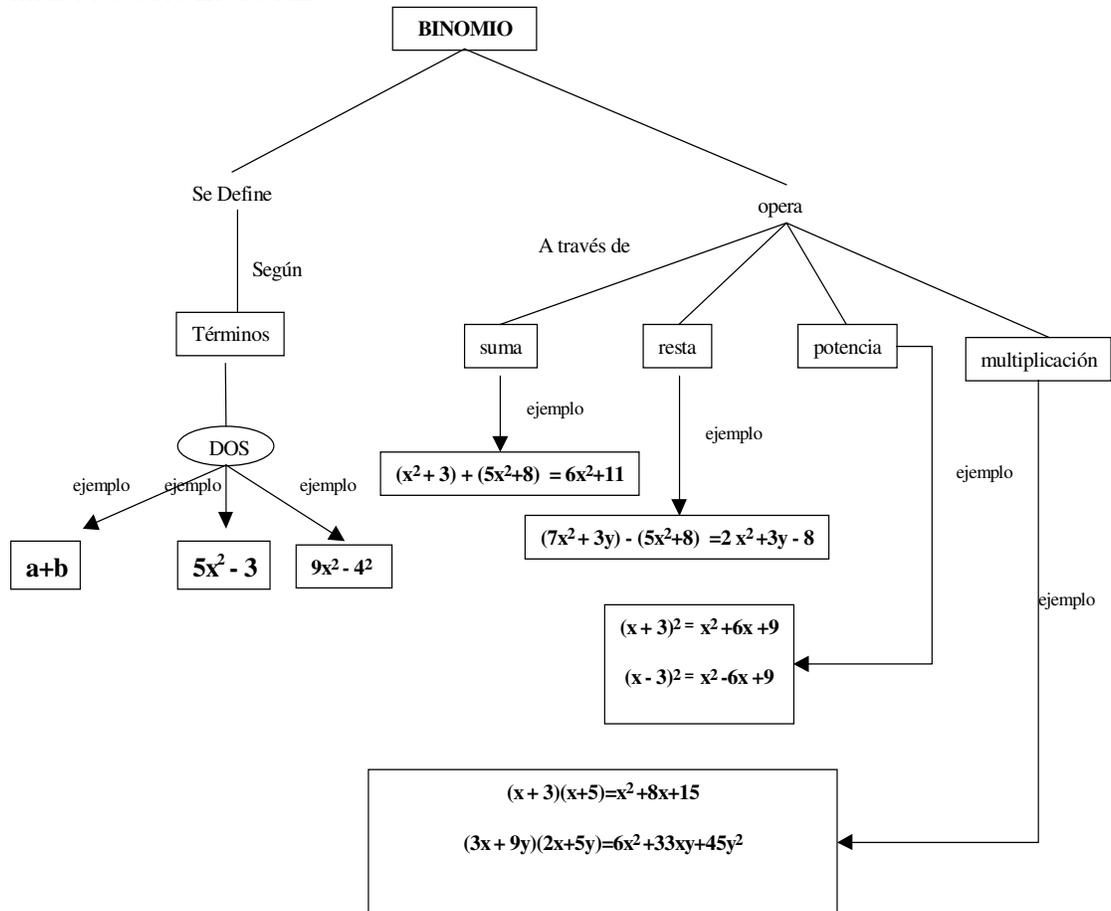
También se está empleando algunos símbolos para incluir, además de los conceptos y proposiciones, otra información como: actividades, comentarios, dudas, teorías... En la representación visual, adoptan formas y eventualmente colores distintos para cada uno (Monagas, 1998):



*Tomado de: Oswaldo Monagas. Universidad Nacional Abierta, Venezuela julio, 1998.*

El siguiente es un ejemplo de la estructura de un mapa conceptual

### MAPA CONCEPTUAL <sup>5</sup>



### 2.8. La clase magistral

La clase magistral "Como método de enseñanza, nació con la misma universidad" (Pujol, 1978), y a través de la historia ha recibido muchas críticas debido a que es un modelo de enseñanza cuyo fin es transmitir un conocimiento a un grupo de estudiantes que en forma pasiva escuchan y toman nota, es decir, la actividad principal está en la acción que desarrolla el docente, quien es el que despliega el mayor esfuerzo por hacer que los estudiantes entiendan o comprendan el tema de factorización de polinomios;

<sup>5</sup> Diseñado por Olga Inés Ceballos

la receptividad le corresponde al estudiante cuyo esfuerzo es tomar nota lo más clara y precisa de lo que el docente está tratando en su exposición.

La clase magistral es transmisión de conocimientos, ofrecimiento de un enfoque crítico de la disciplina, y reveladora de un método. En la práctica sólo se aplica el primer elemento descuidando los dos siguientes, la clase magistral se convierte en un simple monólogo.

Como en cualquier otro tema existe defensores y detractores de una determinada posición. La clase magistral no es la excepción, hay docentes y expertos que hacen la defensa de este método didáctico, argumentando que la clase magistral se destaca por lo siguiente:

- El ahorro de tiempo y recurso que supone impartir una clase sobre todo si la cantidad de estudiantes es numerosa.
- Es un buen medio para hacer accesible el conocimiento en las disciplinas cuyo estudio necesita la presencia del docente.
- Permite, a través de una primera y sintética explicación capacitar al estudiante para la ampliación del tema.
- El docente puede mostrar una visión más equilibrada que la que dan los libros.
- En numerosas ocasiones es un medio necesario porque existen demasiados libros sobre un tema, y otras veces porque hay muy pocos.
- Los estudiantes suelen aprender más fácil escuchando que leyendo.
- Las clases magistrales ofrecen al estudiante la oportunidad de ser motivados por los que son expertos en el conocimiento de una determinada materia.

Por otro lado los críticos no aceptan del todo las conclusiones señaladas y manifiestan que las clases magistrales:

- No permiten un adecuado control del aprendizaje significativo de los temas desarrollados por el docente.
- Sólo responde a estímulos que el docente plantea.
- No favorece el sentido crítico sino a la repetición y memorización de información.

- El estudiante queda abrumado por demasiados conceptos, lo cual no le permite la reflexión personal.
- Conlleva a una falta de contacto más estrecho entre estudiante docente.

Es importante tener consideración con los aspectos relevantes que permiten desarrollar la clase magistral de manera eficiente, estos están enmarcados en tres acciones o dimensiones: preparación de la clase, presentación o comunicación de los conocimientos y fijación de los mismos. Cada una de las acciones se debe desarrollar a través de tareas y actividades que accedan a una adecuada aplicación del método de clase magistral, y de esa manera evitar caer en errores que lleven a confundir las acciones docentes.

En la planificación y preparación de clase se debe tener en cuenta: claridad en el planteamiento de objetivos; definición de temas manejados con coherencia, estructura lógica y profundidad; planeamiento de actividades que debe realizar el estudiante; selección del material didáctico que se empleará y la forma de evaluación.

En la presentación de contenidos, debe primar una comunicación efectiva, capaz de lograr el entendimiento del tema de factorización de polinomios, por eso el desarrollo del tema debe estar enmarcado en las características de una buena clase magistral, de manera que se tenga una buena fijación de los conocimientos, labor que se desarrolla a través de ejercicios complementarios, tareas y trabajos prácticos entre otros.

## 2.9. Formulación de la hipótesis

### 2.9.1. Hipótesis general

#### Plantear la hipótesis nula ( $H_0$ )

En el programa de contaduría pública de la universidad del Quindío, el aprendizaje significativo de la factorización, desarrollando la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales ( $X_2$ )<sup>6</sup>, no es diferente al aprendizaje significativo de la factorización, desarrollando la unidad didáctica a través de clase magistral ( $X_4$ )<sup>7</sup>. Simbólicamente la hipótesis nula se expresa:  $H_0: X_2 = X_4$

---

<sup>6</sup>  $X_2$  = es la nota promedio obtenido por los estudiantes del grupo experimental en la postprueba.

<sup>7</sup>  $X_4$  = es la nota promedio obtenido por los estudiantes del grupo control en la postprueba

### **Plantear la hipótesis alterna ( $H_a$ )**

En el programa de contaduría pública de la universidad del Quindío, el aprendizaje significativo de la factorización, desarrollando la unidad didáctica través de la construcción de mapas conceptuales ( $X_2$ ), es diferente al aprendizaje de la factorización, desarrollando la unidad didáctica a través de clase magistral ( $X_4$ ). Simbólicamente la hipótesis alterna se expresa:  $H_a: X_2 \neq X_4$

## **2.9.2. Hipótesis específicas**

### **Plantear la hipótesis nula ( $H_0$ )**

El aprendizaje significativo de la factorización, no se incrementa significativamente desarrollando la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales. Simbólicamente la hipótesis nula se expresa:  $H_0: X_2 = X_4$

### **Plantear la hipótesis alterna ( $H_a$ )**

El aprendizaje significativo de la factorización, se incrementa significativamente desarrollando la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales. Simbólicamente la hipótesis alterna se expresa:  $H_a: X_2 > X_4$ .

## **2.10. Variables**

- **DEPENDIENTE:** aprendizaje significativo de la factorización.
- **INDEPENDIENTE:** enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales.
- 
- **CONTROL:** Enseñanza de la factorización a través de la clase magistral

### **2.10.1 Definición y operacionalización de variables**

#### **Variable dependiente: Aprendizaje significativo de la factorización**

El aprendizaje significativo de la factorización se da cuando el estudiante realiza actividades de comprensión que le permiten explicar, ejemplificar y generalizar de manera no arbitraria los conceptos de expresión algebraica y polinomios; las correlaciones con las técnicas de factorización, modificando

su estructura cognitiva de manera que pueda hacer transferencia de lo aprendido a otros campos de las matemáticas.

### Variación

- El aprendizaje significativo de la factorización es deficiente si  $\bar{X} < 3.0$
- El aprendizaje significativo de la factorización es bajo si  $3.0 \leq \bar{X} < 3.5$
- El aprendizaje significativo de la factorización es aceptable si  $3.5 \leq \bar{X} < 4.0$ .
- El aprendizaje significativo de la factorización es alto si  $\bar{X} \geq 4.0$

Donde  $\bar{X}_i$  representa la calificación promedio obtenido en la preprueba y postprueba por los estudiantes del grupo experimental y de control.

**Operacionalización de la variable dependiente:** Aprendizaje significativo de la factorización.

Se dice y considera que se obtiene aprendizaje significativo aceptable en el tema de factorización polinomios, cuando al aplicar el estimador a cada grupo la calificación promedio obtenida es tres con cinco o mayor que tres con cinco y menor que cuatro. Se obtiene aprendizaje significativo alto, si la calificación promedio obtenida por el grupo es cuatro o mayor que cuatro en los indicadores de la dimensión comprensión. Se debe señalar que se utiliza el método estadístico para muestras grandes, criterio que será válido para el análisis de los resultados del experimento (Mason, 2001).

- **Dimensión comprensión:** El conocimiento es un estado de posesión, y de allí que sea más fácil averiguar si los estudiantes tienen o no un determinado conocimiento. Pero la comprensión va mucho más allá de la posesión de un conocimiento.

Se puede decir que la comprensión no es un estado de posesión sino un estado de capacitación, ya que no solo el estudiante tiene información sino que es capaz de hacer determinadas cosas con ese conocimiento. La comprensión consiste en un estado de capacitación que deben tener los estudiantes para: explicar, ejemplificar, generalizar, incluir y transferir.

- El estudiante explica los algoritmos utilizados al factorizar un polinomio, apoyado en los conocimientos que posee sobre polinomios y operaciones con polinomios, potenciación y casos de factorización.
- El estudiante argumenta por medio de ejemplos novedosos, partiendo de niveles de profundidad básicos a niveles de profundidad complejos.
- El estudiante generaliza sistematizando los conceptos previos y nuevos para crear nuevas ideas cognitivas.
- El estudiante vincula los nuevos conceptos (redes conceptuales) y proposiciones con los conocimientos que existen en su estructura cognitiva, realiza inclusiones y jerarquiza conceptos en cuanto a niveles de abstracción.
- El estudiante hace transferencia y elabora procesos más abstractos sobre un determinado conocimiento y los aplica a varias situaciones para modificarlas o para dar solución a problemas de su entorno.

**Variable independiente: Enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales.**

La unidad didáctica para la enseñanza de la factorización a través de la elaboración de mapas conceptuales, es una herramienta metodológica que sirve para ilustrar la estructura cognoscitiva o de significados que tienen los individuos, permite trabajar y corregir los errores conceptuales del estudiante; así, como facilitar la conexión de la información con otros conceptos relevantes de la persona. Facilita la organización lógica y estructurada de los contenidos de aprendizaje, ya que son útiles para separar la información significativa de la información trivial, logrando fomentar la cooperación entre los estudiantes, el respeto a las opiniones de los demás y poder vencer la falta de significatividad de la información.

Facilita planificar el desarrollo de los contenidos del tema de factorización y a la vez ayuda a los estudiantes a aprender a aprender, puesto que permite medir qué concepto hay en la asignatura que el estudiante puede aprender; además, favorece la creatividad y autonomía.

Con esta estrategia se puede lograr un aprendizaje interrelacionado, al no aislar los conceptos, las ideas de los estudiantes, y la estructura de la disciplina.

**Operacionalización de la variable independiente:** Enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales.

Se operacionalizó de la siguiente forma:

Se desarrolla la unidad didáctica sobre el tema de factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, y se acepta como tal, cuando cada uno de los elementos y acciones desarrolladas por parte del docente y el estudiante, cumple al menos el 90% de las siguientes dimensiones: planificación, preparación del tema y desarrollo del tema, con sus respectivos indicadores.

- **Dimensión planifica y prepara el tema:**

- El docente planteó los contenidos a desarrollar en el tema de factorización.
- El docente indica bibliografías y/o trabajos preliminares que permiten desarrollar la unidad didáctica en el tema de la factorización, los estudiantes extraen lo más importante que encuentran sobre el tema de factorización de polinomios.

- **Dimensión desarrollo del tema**

- El docente expone lo fundamental del tema y algunos ejercicios.
- Los estudiantes individualmente construyen y exponen un mapa conceptual de cada contenido a desarrollar en el tema de la factorización de polinomios.
- Los estudiantes exponen con claridad el resultado de su trabajo; indicando cuáles son los conceptos nuevos y previos que han utilizado para la construcción de los mapas, defendiendo y aclarando dudas planteadas por sus compañeros y/o el docente. Además se dialogará sobre los conceptos y relaciones que les generan mayor grado de dificultad.
- El docente y los estudiantes seleccionan el mapa conceptual mejor elaborado sobre el contenido propuesto, debaten sobre el contenido y completan la construcción del mismo; teniendo presente las investigaciones preliminares realizadas sobre el tema, hasta lograr un mapa lo mejor estructurado sobre factorización de polinomios.

- El docente presenta ayuda en algunos puntos no clarificados asegurándose que el mapa tenga todo el contenido necesario para que el estudiante aprenda el tema de factorización de polinomios.
- Los estudiantes con apoyo del docente construyen un mapa conceptual, el cual se tomará como guía para el aprendizaje de algunos contenidos a desarrollar en el tema de factorización de polinomios.
- Los estudiantes prepararán adecuadamente sus tareas previas.
- Los estudiantes utilizan la herramienta de mapas conceptuales.
- El docente propone los subtemas para trabajar de manera individual y por grupo.
- El docente da normas complementarias.
- El docente proporciona ejercicios complementarios y bibliografía adicional sobre el tema.

NOTA: El docente actúa como moderador; su tarea es liderar el trabajo de los estudiantes, aclarar las dudas y errores que vayan surgiendo en la construcción de cada mapa conceptual y en el desarrollo de ejercicios posteriores.

**Variable de control: Enseñanza de la factorización a través de la clase magistral.**

Se operacionalizó de la siguiente forma:

La factorización a través de la clase magistral, es un modelo de enseñanza cuyo fin es el de transmitir un conjunto de temas o conceptos a un grupo de estudiantes que en forma pasiva escuchan y toman nota lo más clara y precisa de lo que el docente está tratando en su disertación, la actividad principal está en las acciones que desarrolla el docente, las cuales se reducen en la mayoría de los casos, a mostrar o instruir a los estudiantes sobre el tema de la factorización. Las actividades que desarrolla el docente y que más sobresalen son: preparación de la asignatura, presentación o comunicación de conocimientos y fijación de los conocimientos.

**Operacionalización de la variable:** Enseñanza de la factorización a través de la clase magistral.

Se operacionalizó de la siguiente forma:

Se desarrolla el tema de factorización a través de la clase magistral, y se acepta como tal, cuando cada uno de los elementos y factores que intervienen en su desarrollo cumplen al menos el 90% de las siguientes dimensiones: planificación y preparación del tema, presentación de los contenidos a desarrollar en el tema de factorización y fijación de los conocimientos, con sus respectivos indicadores, medidos tanto al docente como al estudiante.

### *El docente*

- **Dimensión planifica y prepara el tema**
  - Objetivos del tema de factorización.
  - El tema es: coherente, con un nivel de profundidad adecuado, organizado.
  - Actividades que desarrollan los estudiantes.
  - Preveé el uso de material didáctico.
  - Procedimientos de evaluación.
- **Dimensión presentación de los contenidos a desarrollar en el tema de factorización**
  - Introduce adecuadamente la lección.
  - Conoce adecuadamente el tema de factorización.
  - Relaciona el tema de factorización con la realidad.
  - Utiliza una comunicación adecuada.
  - Tiene en cuenta el tiempo de la clase.
  - Desarrolla el tema de factorización con un tono de voz adecuado.
  - Refuerza con variado material audiovisual.

- Ilustra con ejemplos significativos.
- Permite la participación de los estudiantes, a través de preguntas y dudas sobre el tema de factorización.
- Resume de manera apropiada.
- **Dimensión fijación de los conocimientos**
- Plantea ejercicios de aplicación.
- Propone lecturas.
- Otras actividades de refuerzo.

### *El estudiante*

- **Dimensión planifica y prepara el tema**
- No tiene ninguna participación.
- **Dimensión presentación de los contenidos a desarrollar en el tema de factorización**
- Escucha la exposición del docente.
- Toma apuntes e interviene algunas veces.
- **Dimensión fijación de los conocimientos**
- Desarrolla los ejercicios y trabajos planteados por el docente.
- Participa en la evaluación propuesta por el docente.

### 3. MARCO METODOLÓGICO

#### 3.1. Tipo de investigación

En el trabajo de investigación es de tipo comparativo, a través del estudio se estableció el nivel de conocimiento que tenían los estudiantes sobre factorización de polinomios. Se realizó comparando el aprendizaje significativo de dos grupos de estudiantes por dos métodos de enseñanza-aprendizaje: la clase magistral y construcción de mapas conceptuales.

#### 3.2. Metodología

La investigación fue de corte pedagógico, de orientación práctica y con un enfoque cuasiexperimental, porque tuvo la finalidad de resolver problemas concretos que el educador puede encontrar en su actividad cotidiana y su resultado permite tomar decisiones prácticas. Se realizó a través de la utilización de acciones investigativas tomando como supuesto de referencia un grupo de control y un grupo experimental. Por medio de este tipo de investigación se puede aproximar a los resultados de una investigación experimental en situaciones en las que no es posible el control y manipulación absoluta todas de las variables de importancia (Hernández, Fernández y Baptista, 1999).

**Diseño:** cuasiexperimental con preprueba-postprueba y grupo de control

En este diseño se incluyó la manipulación de la variable independiente enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales que sirve de intervención. Se utilizaron dos grupos. "El grupo 1" será el grupo experimental y "El Grupo 2" el grupo control; a los grupos se les administró una preprueba, la cual sirvió para verificar la equivalencia inicial de los grupos y así se identificó el nivel de conocimiento que tenían los estudiantes en el tema de factorización; esta verificación se realizó usando diferencia de medias muestrales. Posteriormente con el grupo 1 se realizaron actividades de aprendizaje sobre el tema de factorización, a través de la construcción de mapas conceptuales. Con el grupo 2 se realizaron actividades de aprendizaje sobre el mismo tema mediante una clase magistral. Posteriormente a ambos grupos se les aplicó una postprueba para evaluar si la enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, produjo una diferencia significativa o no. Nuevamente esta verificación se realizó utilizando el método de diferencia de medias

muestrales. Los sujetos de ambos grupos (grupo experimental y de control) no fueron seleccionados aleatoriamente, porque cuando se seleccionaron los grupos en primer semestre, se hizo de acuerdo a un código asignado y la asignación del código fue aleatoria; si se realizará una nueva selección se sobrealeatorizaría la muestra.

El diseño cuasiexperimental se trabajó con el siguiente esquema (Campbell y Stanley; 1966):

$$\begin{array}{l} G_1 \quad X_1 \quad + \quad X_2 \\ G_2 \quad X_3 \quad - \quad X_4 \end{array}$$

En donde

- G<sub>1</sub>= El grupo experimental (se desarrollará la unidad didáctica sobre la factorización a través de la construcción mapas conceptuales).
- G<sub>2</sub>= El grupo control (se desarrollará la unidad didáctica sobre la factorización a través de la clase magistral).
- X<sub>1</sub>= Medición del aprendizaje significativo de la factorización al grupo experimental (antes del experimento).
- X<sub>2</sub>= Medición del aprendizaje significativo de la factorización al grupo experimental (después del experimento).
- X<sub>3</sub>= Medición del aprendizaje significativo de la factorización al grupo control (antes del experimento).
- X<sub>4</sub>= Medición del aprendizaje significativo de la factorización al grupo control (después del experimento).

### 3.3. Población

Se consideró como población objetivo, a todos los estudiantes matriculados en la asignatura de matemáticas generales. Para un total de 150 estudiantes de primer semestre del programa de Contaduría Pública en el primer período académico del año 2005 (Anexo N°1).

De los grupos experimental y de control se descartaron aquellos estudiantes que restaban repitiendo la asignatura o que la hubiesen cursado en otras instituciones de estudios superiores.

Los estudiantes tenían las siguientes características comunes:

- Estrato socioeconómico medio.
- Edades entre 17 y 22 años.

- Sexo femenino en un 67%.
- Sexo masculino en un 33%.
- La mayoría provenían del departamento del Quindío, de los municipios aledaños al municipio de Armenia, donde se encuentra ubicada la Universidad del Quindío.
- Ingresaron al programa de contaduría pública, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la prueba de estado ICFES, de la siguiente manera: Se suman los promedios ponderados de las asignaturas matemáticas 30%, lenguaje 30%, filosofía 20%, historia 10% y geografía 10%. El primer estudiante seleccionado es el que obtenga el promedio ponderado más alto y así sucesivamente hasta seleccionar los 150 estudiantes que ingresan.
- Para este estudio se tuvo presente que los estudiantes no hubiesen cursado asignaturas del área de matemáticas como parte del plan de estudio de educación superior, sólo a nivel de educación secundaria; provinieran de diferentes colegios de la región, en su mayoría de instituciones de carácter oficial.

### 3.4. Muestra

La muestra estuvo conformada por 77 estudiantes de un total de 88 inscritos en primer semestre del programa de Contaduría Pública, horario diurno del primer periodo académico del año 2005; de los cuales 35 corresponden al grupo 1 y 42 al grupo 2, descartando 11 repitentes. La edad de los estudiantes que conforman la muestra oscilaba entre 17 y 22 años; 52 eran de sexo femenino y 25 del masculino (Anexo N°2 y N°3). Estos grupos se encontraban ya organizados por la administración del programa cuando se dio inicio a esta investigación, el grupo 1 lo conformaron los estudiantes que tenían código que terminaba en número par y el grupo 2 los que tenían código que terminaba en número impar.

### 3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Las técnicas e instrumentos que se tuvieron en cuenta para la recolección de la información se desarrollaron de acuerdo con las características de la variable independiente, dependiente y de control. Es conveniente mencionar que la unidad didáctica desarrollada para efecto de la presente investigación correspondió al tema: **Casos de factorización**, desarrollada de acuerdo al plan de asignatura (Anexo N°4), la que estuvo programada para ejecutar su

desarrollo en 6 horas de clase, lo que corresponde a una semana y media considerando una asignación horaria de 4 horas semanales.

**Técnicas e instrumentos de recolección de datos de la variable independiente:**

Como se mencionó anteriormente, la variable independiente estuvo constituida por la enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales con los que interactúan el docente y el estudiante; para lo cual se elaboró una ficha (Anexo N°5), que permitió verificar las acciones desarrolladas por el docente y el estudiante. Antes de aplicar la ficha, ésta fue evaluada por un tamiz de ocho (8) expertos todos con título en Licenciatura de Matemáticas y Maestría<sup>8</sup>, los cuales dieron algunas sugerencias en cuanto a su elaboración y la construcción de las preguntas

Por otra parte la enseñanza de la factorización a través de la clase magistral, también se contrastó en el proceso de su desarrollo a través de una ficha (Anexo N°6), para el docente y el estudiante, la que permitió verificar con cierta rigurosidad el desarrollo de dicho método; esta ficha fue validada por el mismo grupo de expertos.

En ambos casos la finalidad de las fichas a desarrollar tenía como función determinar el cumplimiento de los indicadores mínimos necesarios para ser considerado aceptable el método de enseñanza aplicado, las cuales se aplicaron durante el desarrollo del trabajo.

- **Técnicas e instrumentos de recolección de datos de la variable dependiente:** para la recolección de la información que corresponde al aprendizaje significativo de la factorización; se elaboró una prueba (prueba escrita, que se aplica como preprueba), la cual estaba compuesta por 12 (doce) ítems con temas de la unidad didáctica desarrollados en el experimento.

Las preguntas de la preprueba evaluaban los indicadores de la variable dependiente: comprensión del tema de factorización, ejemplificación, argumentación, trasferencia, inclusión y generalización. Es importante

---

<sup>8</sup>I, Especialista en Docencia Universitaria, Magister En Administración de la Educación-Énfasis en dirección. II. Especialista en Biomatemáticas, Magister en Educación-Énfasis Desarrollo Humano III, Magister en biomatemáticas. IV, Magister en biomatemáticas. V, Magister en Educación, VI , Magister en Educación-Énfasis Desarrollo Humano. VII, Magister en Educación-Énfasis Desarrollo Humano. VIII, Magister en Ciencias- Matemáticas.

mencionar que en este instrumento, además, se evaluaron las competencias básicas: interpretativa, argumentativa y propositiva, las cuales se evidenciaron en el uso y manejo de los conceptos estructurantes en el tema de factorización, a través de diversos procesos y acciones tales como:

- El reconocimiento.
- La identificación.
- La representación.
- El contraste de los diferentes conceptos que se tienen en cuenta para resolver problemas específicos a través de las explicaciones, las razones y las justificaciones que puede elaborar el estudiante.

La preprueba también se aplicó con el propósito de identificar el nivel de conocimiento que los estudiantes tenían sobre la factorización, de tal manera que se pudiera diseñar y desarrollar la unidad didáctica sobre la factorización.

Siete preguntas de la preprueba fueron de selección múltiple con única respuesta; constaban de un enunciado y cinco opciones de respuesta identificadas con las letras A, B, C, D, y E; sólo una de estas opciones respondía correctamente la pregunta. Cinco preguntas en la preprueba constaban del enunciado y se le dejaba un espacio en blanco para que el estudiante realizara el proceso matemático y argumentara teóricamente la respuesta. Las preguntas se evaluaron con una nota de 1 (uno) a 5 (cinco), el uno correspondía a la nota más baja y el cinco la nota más alta. En el Anexo N°7 se justifica el porqué se realizó cada pregunta y lo que se deseaba medir con cada una de ellas.

Antes de aplicar la preprueba, ésta fue evaluada por el grupo de expertos anteriormente mencionados. Ellos dieron algunas sugerencias en cuanto a su elaboración y al valor asignado a cada respuesta; estas sugerencias se tuvieron en cuenta para mejorar la precisión del instrumento.

La postprueba fue aplicada una vez desarrollada la unidad didáctica para la enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, al grupo experimental y al grupo control la clase magistral. Con la postprueba se pretendía medir la efectividad de la variable dependiente en el aprendizaje significativo de la factorización y verificar utilizando contraste de hipótesis, y si había diferencias significativas en el aprendizaje de la factorización a través de la aplicación de mapas conceptuales y la clase magistral; además se contrastó si el aprendizaje de la factorización se incrementaba o no al desarrollar la unidad didáctica del

tema de factorización a través de la construcción de mapas conceptuales (Anexo N°8).

La postprueba era en esencia la misma preprueba, pero con algunas variaciones como inversión de las preguntas y cambio de orden, para poder comparar los dos instrumentos y determinar si había o no cambio en el aprendizaje significativo de la factorización. Esta prueba se aplicó en forma simultánea en ambos grupos, con la finalidad de controlar posibles distorsiones en los resultados.

### **3.6. Tratamiento y análisis estadístico de datos**

A continuación se describe en forma explícita, los procedimientos estadísticos y de análisis que se desarrollaron con los resultados obtenidos en el experimento.

#### **Proceso de validación de la variable independiente**

La variable enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, se observó y evaluó a través de la ficha que le corresponde con la finalidad de conocer si cumplía con las acciones mínimas. Se verificaba que cumpliera con el 90% de los indicadores.

Por su parte la enseñanza de la factorización a través de la clase magistral, también se evaluó con su ficha correspondiente, al igual que en el caso anterior, el porcentaje de acierto se verificaba con el 90% de los indicadores.

Esto mostraría si los métodos motivos de estudio cumplían con los indicadores, verificados con las fichas<sup>9</sup>, cuyo objetivo era el de controlar distorsiones.

#### **Proceso de validación de la variable dependiente**

**Análisis de la preprueba:** el empleo del diseño experimental con preprueba, tuvo como finalidad determinar el nivel de conocimiento de los estudiantes que participaron del experimento del tema de factorización de la signatura de matemáticas generales al inició de esta investigación, ya que fue necesario controlar algún tipo de distorsión que pudiera presentarse en los resultados finales obtenidos por los participantes, y que esto pudiera conducir a interpretaciones no reales.

---

<sup>9</sup> Estas fichas son diligenciadas por los estudiantes y docentes que participan en la investigación

Así se evaluó al grupo experimental, cuyos resultados se denominaron ( $X_1$ ) y el grupo control, a cuyos resultados se denominaron ( $X_3$ ). La información obtenida en la preprueba se procesó teniendo en cuenta los lineamientos estadísticos que permitieran manipular coherentemente la información, y por lo tanto se hizo más manejable y más sencillo de interpretar y operar. Para que esto fuera posible se siguió con el procedimiento del manejo de la información teniendo en cuenta los siguientes pasos:

- a. Construcción de la tabla de frecuencia de  $X_1$ .
- b. Cálculo de los estadígrafos Media aritmética (promedio de  $X_1$ )

Para el cálculo del promedio se utilizó la fórmula: 
$$\bar{X}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_{1i} f_i}{n_1}$$

- c. Desviación estándar: otra información que reviste importancia y que ayudó en el análisis de los resultados es la desviación estándar, estadígrafo que permitió conocer el grado de dispersión de los datos con relación a la media aritmética. Para obtener el valor de este estadígrafo de dispersión del grupo experimental antes de aplicar el experimento se utilizó la siguiente fórmula:

$$S_{x1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{1i} - \bar{X})^2 f_i}{n_1 - 1}}$$

- a. Construcción de la tabla de frecuencia de  $X_3$ .
- b. Cálculo de los estadígrafos Media aritmética (promedio de  $X_3$ )  
De la misma manera, el cálculo del promedio para la enseñanza de la factorización a través de la clase magistral se manejó con la fórmula:

$$\bar{X}_3 = \frac{\sum_{i=1}^n X_{3i} f_i}{n_2}$$

- c. El procedimiento seguido para obtener el valor de la desviación estándar del grupo que corresponde a la enseñanza de la factorización a través de la clase magistral se hizo utilizando la

fórmula: 
$$S_{x3} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{13} - \bar{X})^2 f_i}{n_2 - 1}}$$

En resumen, luego de procesar la información requerida para el análisis de la preprueba en ambos grupos se obtuvo la información que se presenta en la tabla siguiente:

**Tabla N°1: Análisis de la preprueba en los dos grupos**

Preprueba Estadígrafo	$X_1$	$X_3$
Promedio	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_3$
Desviación Estándar	$S_{x1}$	$S_{x3}$
Total de participantes	$n_1$	$n_2$

Una vez obtenida la información concerniente a la preprueba, las cuales son mostradas en la anterior tabla; se utilizó **UN ESTIMADOR PUNTUAL DE LA DIFERENCIA DE MEDIAS**, para poder determinar si entre los dos grupos se podían hallar indicios de diferencias significativas en los conocimientos del tema de factorización, a través de los promedios, previos al desarrollo del experimento, para esto se procedió de la siguiente manera:

Cálculo del estimador diferencia de medias  $\bar{X}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_3} = (\bar{X}_1 - \bar{X}_3)$ , y la desviación estándar de la diferencia de medias se obtuvo como:

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_3} = \sqrt{\frac{S_{x1}^2}{n_1} + \frac{S_{x3}^2}{n_2}}. \text{ La cota de error fue } Ce = 2(S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_3}).$$

La técnica estadística que se planteó a través del estimador puntual permitió identificar un punto crítico al que se le conoce como cota de error. El cual determina la decisión en el sentido de que si la diferencia de medias ( $\bar{X}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_3}$ ) es mayor que la cota de error (**Ce**), entonces si se presentaban diferencias entre promedios obtenidos por los dos grupos que participaron en el experimento, de lo contrario se podía afirmar que no hay diferencias significativas entre los promedios obtenidos por los dos grupos y esto permitió analizar si los dos grupos tenían igual conocimiento sobre el tema de factorización o no; Además se pudo confirmar si los dos grupos realizaron el experimento en igualdad de condiciones sobre el tema de factorización (Mason, 2001).

**Análisis de la postprueba:** es el punto sustancial de este trabajo porque está encaminado a verificar o rechazar las hipótesis planteadas para esta investigación, las que se han tratado y mencionado anteriormente. Para tal

fin, se desarrollaron cálculos estadísticos correspondientes a la prueba de hipótesis de muestras grandes, por las condiciones mencionadas en párrafos anteriores, que permitieron tener los estadígrafos necesarios que se utilizaron para el contraste de hipótesis.

Los procedimientos y fórmulas que se tuvieron en cuenta para calcular los estadígrafos para el análisis de la postprueba, son los mismos que se utilizaron en la preprueba, con la única diferencia que en esta parte el análisis se desarrolló a través del contraste de hipótesis.

### 3.7. Contraste de hipótesis

El proceso que permitió realizar la verificación de hipótesis requirió de cierto procedimiento, se analizaron planteamientos de diversos autores, y fue necesario decidir por uno de ellos para que fuese aplicado en este trabajo.

Como menciona Mason (2001: 311), "existe un procedimiento de cinco pasos que sistematiza la prueba de hipótesis, al llegar al paso cinco, se tiene ya la capacidad de tomar decisiones rechazar o no la hipótesis". Tomando como base este planteamiento que a criterio del investigador y como parte de su experiencia en el área estadística es el más viable, y sin la intención de rechazar otro planteamiento, se siguieron los siguientes pasos para la verificación de la hipótesis:

**Paso 1: Plantear la hipótesis nula ( $H_0$ ) y la hipótesis alterna ( $H_a$ ):** En términos comunes y sencillos lo que se desarrolló en este paso fue la formalización de las hipótesis, tanto de la general como de las específicas, enunciadas en el capítulo 2 del presente trabajo.

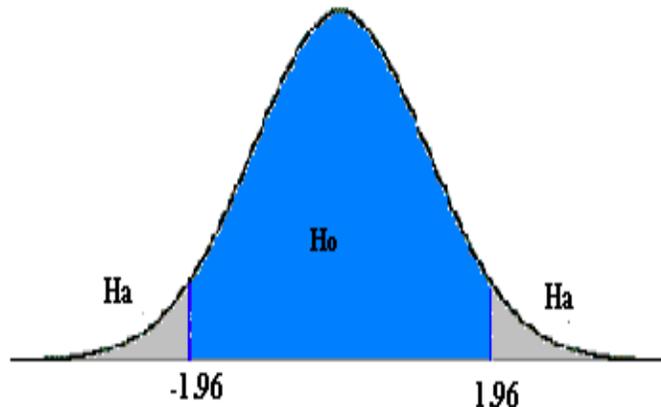
**Paso 2: Seleccionar el nivel de significancia:** El nivel de significancia es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera, a esto se le denomina error tipo 1, a este nivel de significancia se denota mediante la letra griega alfa ( $\alpha$ ). "Tradicionalmente se selecciona el nivel de 0.05, el de 0,01 o el de 0.10" para efectos del presente trabajo determinó que  $\alpha=0.05$ .

Paso 3: **Escoger el valor estadístico de prueba:** el valor estadístico de prueba que se ha considerado para la verificación de la hipótesis fue el que correspondía una **distribución normal**, y está representado por la fórmula:

$$Z = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_4}{\sqrt{\frac{S_{x2}^2}{n_1} + \frac{S_{x4}^2}{n_2}}}$$

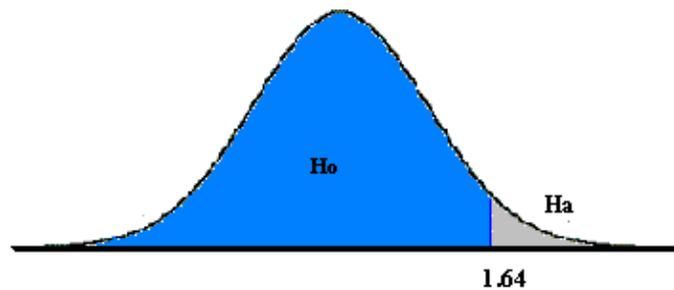
Paso 4: **Formular la regla de decisión:** una regla de decisión es un enunciado de las condiciones según las que se acepta o rechaza la hipótesis nula, para lo cual es imprescindible determinar el valor crítico, que es un número que divide el rango de aceptación y la región de rechazo. Como se determino que  $\alpha=0.05$ , y utilizando la tabla que determina el área bajo la curva de la normal estándar.

Para la **Hipótesis general:** como la hipótesis no menciona direccionalidad, entonces se determinó que era una prueba de dos colas, lo que hizo establecer que se tomaba de la tabla de la normal el valor correspondiente a  $\alpha/2=0.025$  el valor que le correspondía al  $Z=1.96$ , gráficamente



La regla de decisión estaba dada de la siguiente manera, si el valor de Z calculado da por debajo de -1.96 o por encima de 1.96 se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alterna, y si el valor de Z calculado da entre -1.96 y 1.96 se acepta la hipótesis nula.

Para la **Hipótesis específica**: la hipótesis específica estaba planteada para tener un tratamiento de una cola, entonces se determinó el valor de Z en una tabla de la curva de la normal estándar con un  $\alpha=0.05$ , cuyo valor es  $Z=1.645$ , gráficamente



La regla de decisión estaba dada de la siguiente manera si el valor de Z calculado da por debajo de 1.645 se aceptaba la hipótesis nula y se rechaza la alterna, y si el valor de Z calculado da por encima de 1.645 se aceptaba la hipótesis alterna.

Paso 5: **Tomar una decisión**: Los estadígrafos explicados anteriormente se calcularon para este estudio, y esto permitió tomar las decisiones correspondientes.

### 3.8. Proceso metodológico

#### ❖ Fase I: Aplicación del preprueba y procesamiento de la información

En la fase I se aplicó una preprueba (Anexo N°2 y N°3 resultados obtenidos por los dos grupos el experimental y el control) para verificar la equivalencia inicial de los dos grupos experimental y de control e identificar el nivel de conocimiento que tenían los estudiantes de estos dos grupos sobre el tema de factorización. Se procesaron los resultados en el programa estadístico **Statgraphics plus**.

### ❖ **Fase II: Desarrollo de la unidad didáctica sobre el tema de factorización**

En esta fase se desarrolló el tema de factorización, al grupo experimental aplicando la enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales; y el mismo tema al grupo control aplicando la clase magistral<sup>10</sup>.

Además se aplicaron las fichas, para verificar si los dos grupos trabajaron la unidad didáctica de manera adecuada con la variable independiente y de control (Anexo N°5 y N°6).

### ❖ **Fase III: Aplicación de la postprueba**

En esta fase de la investigación se aplicó el mismo instrumento con algunas variaciones en el orden de las preguntas, en valores de los enunciados y en la forma de su formulación, para conocer los cambios en el aprendizaje de la factorización. (Anexo N°2 y N°3 Resultados obtenidos por los dos grupos el experimental y el de control); se realizó la interpretación, análisis de los mismos, y el contraste de la hipótesis general y específica planteadas; se procesaron los resultados en el programa estadístico **Statgraphics plus**.

### **Fase IV: Análisis de resultados**

En esta fase se presentaron los resultados finales haciendo un análisis del proceso mismo y la discusión de la teoría inicial frente a los resultados de la investigación. Y se redactaron las conclusiones.

---

<sup>10</sup> El docente **Franklin Cataño R** titular de la asignatura Matemáticas Generales desarrolló el tema de factorización por el método de clase magistral al grupo control.

## 4. DESARROLLO DE LAS FASES DE LA INVESTIGACIÓN

### 4.1. Fase I: Aplicación del preprueba y procesamiento de la información

En la fase I se aplicó una preprueba (Anexo N°2 y N°3: resultados obtenidos por los dos grupos el experimental y el de control). La información obtenida en la preprueba se procesó teniendo en cuenta los lineamientos estadísticos mencionados anteriormente, que permitieron utilizar coherentemente la información.

Así se procedió a evaluar al grupo experimental ( $X_1$ ) y el grupo control ( $X_3$ ), cuyos resultados se resumen en la Tabla de Frecuencia N°2 y N°3 siguientes:

**Tabla N°2: Tabla de frecuencia de las notas obtenidas en la preprueba por el grupo  $X_1$  (grupo experimental)**

$X_{Ii}$	$f_i$	$h_i$	$X_{ii} f_i$	$(X_{Ii} - \bar{X})^2 f_i$
2.0	3	0.0857	6.0	1.318138776
2.1	1	0.0286	2.1	0.316808163
2.3	4	0.1143	9.2	0.526661224
2.4	2	0.0571	4.8	0.138187755
2.5	2	0.0571	5.0	0.053044898
5.6	4	0.1143	10.4	0.015804082
2.7	7	0.2000	18.9	0.009657143
2.8	2	0.0571	5.6	0.037616327
2.9	2	0.0571	5.8	0.112473469
3.0	3	0.0857	9.0	0.340995918
3.1	2	0.0571	6.2	0.382187755
3.2	1	0.0286	3.2	0.288522449
3.5	2	0.0571	7.0	1.401616327
Total	35	$\Sigma h_i = 1$	$\Sigma X_{Ii} f_i = 93.2$	$\Sigma (X_{Ii} - \bar{X})^2 f_i = 4.94171429$

Fuente: elaboración teniendo en cuenta los resultados con el paquete estadístico Statgraphics plus

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la tabla N°2, se calculó la

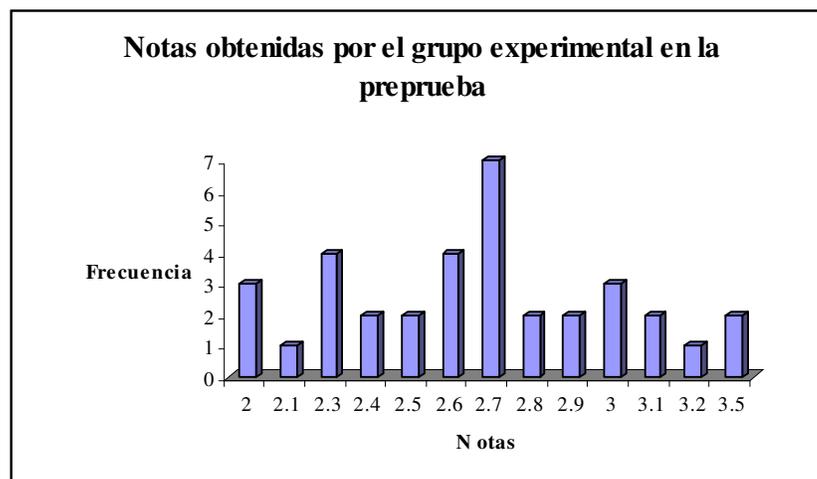
$$\text{media para el grupo experimental } \bar{X}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X_{Ii} f_i}{n_1} = \frac{93.2}{35} = 2.66286.$$

Esto indicó que la nota promedio obtenida por el grupo experimental en la preprueba fue de 2,66.

Y la desviación estándar es:

$$S_{x1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{ii} - \bar{X}_1)^2 f_i}{n_1 - 1}} = \sqrt{\frac{4.94171429}{34}} = 0.381241$$

Analizando la tabla N°2 y el siguiente gráfico se pudo observar que la nota que con mayor frecuencia obtuvieron los estudiantes del grupo experimental en la preprueba fue: 2.7



**Tabla N°3: Tabla de frecuencia de las notas obtenidas en la preprueba por el grupo X<sub>3</sub> (grupo control)**

$X_{3i}$	$f_i$	$h_i$	$X_{3i} f_i$	$(X_{3i} - \bar{X})^2 f_i$
1.8	1	0.0238	1.8	0.788713152
2.0	1	0.0238	2.0	0.473475057
2.2	2	0.0476	4.4	0.476473923
2.3	6	0.1429	13.8	0.903707483
2.4	3	0.0714	7.2	0.248996598
2.5	2	0.0476	5.0	0.070759637
2.6	4	0.0952	10.4	0.031043084
2.7	5	0.1190	13.5	0.000708617
2.8	6	0.1429	16.8	0.075136055
2.9	2	0.0476	5.8	0.089807256
3.0	3	0.0714	9.0	0.291853742
3.2	4	0.0952	12.8	1.048185941
3.3	1	0.0238	3.3	0.374427438
3.4	1	0.0238	3.4	0.506808390
3.7	1	0.0238	3.7	1.023951247
Total	42	$\Sigma h_i = 1$	$\Sigma X_{3i} f_i = 112.9$	$\Sigma (X_{3i} - \bar{X})^2 f_i = 6.404047619$

Fuente: elaboración teniendo en cuenta los resultados con el paquete estadístico Statgraphics plus

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la tabla N°3, se calculó la

$$\text{media para el grupo control } \bar{X}_3 = \frac{\sum_{i=1}^n X_{3i} f_i}{n_2} = \frac{112.9}{42} = 2.6881.$$

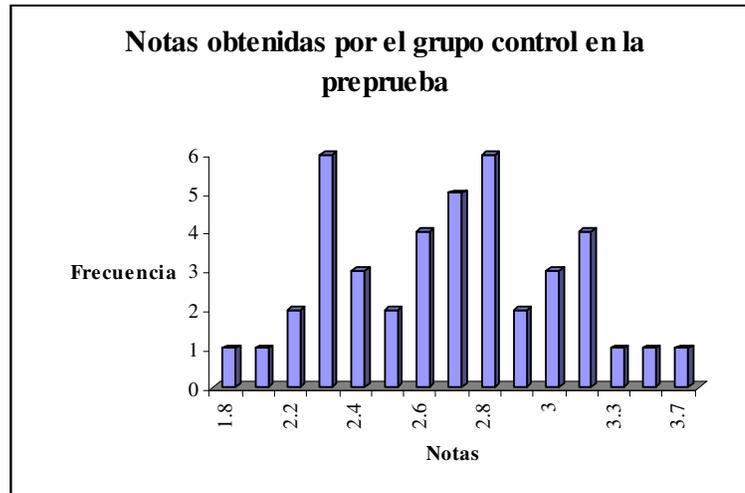
Esto indicó que la nota promedio obtenida por el grupo control en la preprueba fue de 2,68.

Y la desviación estándar fue:

$$S_{x3} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{3i} - \bar{X}_3)^2 f_i}{n_2 - 1}} = \sqrt{\frac{6.404047619}{41}} = 0.395217$$

Analizando la tabla N°3 y el siguiente gráfico se pudo observar que las notas que con mayor frecuencia obtuvieron los estudiantes del grupo control en la preprueba fueron: 2.3 y 2.9.

Gráfico de las notas que con mayor frecuencia obtuvieron los estudiantes del grupo control en la preprueba:



El resumen de los estadísticos calculados se presenta en la siguiente tabla

**Tabla N°4: Resumen de los estadísticos calculados para el grupo experimental y de control en la preprueba**

Preprueba	$X_1$	$X_3$
Estadígrafo		
Promedio	2.66286	2.6881
Desviación Estándar	0.381241	0.39521
Total de participantes	35	42

Fuente: Elaborada por el investigador

Una vez obtenida la información concerniente a la preprueba, las cuales son mostradas en la anterior tabla; se utilizó **UN ESTIMADOR PUNTUAL DE LA DIFERENCIA DE MEDIAS**, para poder determinar si entre los dos grupos se podía hallar indicios de diferencias significativas en los conocimientos del tema de factorización, a través de los promedios previos al desarrollo del experimento, para esto se procedió de la siguiente manera:

Se calculó el estimador diferencia de medias:

$$\bar{X}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_3} = (\bar{X}_1 - \bar{X}_3) = (2.66286 - 2.6881) = -0.02524$$

y la desviación estándar de la diferencia de medias:

$$S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_3} = \sqrt{\frac{S_{x1}^2}{n_1} + \frac{S_{x3}^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{0.381241^2}{35} + \frac{0.395217^2}{42}} = 0.02826951$$

La cota de error fue  $Ce = 2(0.02826951) = 0.0411653902$ .

Teniendo en cuenta la teoría (Mason, 2001)

Si  $(\bar{X}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_3}) > (Ce)$ , entonces si se presentarían diferencias entre promedios obtenidos por los dos grupos que participaron en el experimento.

Si  $(\bar{X}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_3}) < (Ce)$ , entonces no se presentarían diferencias entre promedios obtenidos por los dos grupos que participaron en el experimento.

Para este caso la diferencia de los promedios dio menor que la cota de error  $(0.02524 < 0.0411653902)$ , entonces se concluyó que no había diferencias significativas entre los promedios obtenidos por los dos grupos control y experimental del programa de Contaduría Pública en la preprueba. Esto permitió verificar que estaba en el mismo nivel de conocimientos sobre el tema de factorización; además, se pudo corroborar que los dos grupos iniciaron el experimento en iguales condiciones sobre el tema de factorización.

También se pudo afirmar que el aprendizaje significativo de la factorización antes de realizar el experimento en los dos grupo fue deficiente. Anteriormente en la operacionalización de esta variable se dijo que si la nota promedio obtenida por el grupo era menor que 3.0  $(\bar{X} < 3.0)$  el aprendizaje significativo de la factorización era deficiente, y en ambos grupos dio menor de 3.0.

Al aplicar la preprueba se pudo observar que el nivel de conocimiento sobre el tema de factorización que presentan ambos grupos antes de realizar el experimento era deficiente, no tenían claros los preconceptos requeridos para el buen desarrollo del tema de factorización (propiedades de los

números reales, propiedades de los exponentes, operaciones de signos, operaciones entre polinomio, manejo de fórmulas). Utilizaban las fórmulas de manera mecánica, sin tener la capacidad de manejar el lenguaje simbólico y gráfico, tenían una capacidad muy limitada de argumentación e interpretación en cuanto a relacionar procesos matemáticos con argumentación teórica, presentaban poca capacidad de ejemplificación, proponían ejemplos con poca rigurosidad matemática mostrando su deficiencia en los conceptos básicos.

#### **4.2. Fase II: Desarrollo de la unidad didáctica sobre el tema de factorización**

En esta fase se desarrolló el tema de factorización, al grupo experimental a través la construcción de mapas conceptuales; y al grupo control a través de la clase magistral. Se tuvo en cuenta para el desarrollo de la unidad didáctica las dificultades encontradas en los estudiantes al aplicar la preprueba.

A continuación se describe el diseño que se tuvo en cuenta para realizar la unidad didáctica desarrollada en el tema de factorización y anexo fotos que corroboran, las actividades realizadas por los estudiantes (Anexo N°9).

#### ***Diseño de la unidad didáctica para la enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales***

##### **Fundamentación**

Es importante que para el aprendizaje de la factorización se relacione la estructura preconceptual de los estudiantes en temas como expresiones algebraicas, polinomios, operaciones con polinomios con otros temas como factor común, diferencia de cuadrados, diferencia de cubos, binomio cuadrado perfecto; correlacionando, modificando, jerarquizado estos conceptos de manera que despierte el interés en el estudiante y le propicien procesos de abstracción. Para lo cual se debe realizar actividades que le permitan al estudiante descubrir significados del nuevo conocimiento como consecuencia de sus propias construcciones y del manejo adecuado de procedimientos y de herramientas como los mapas conceptuales. Por ello, la información que reciba debe ser potencialmente significativa, organizada internamente y apoyada en el uso de conceptos previamente aprendidos por él, conceptos como: polinomio, potenciación, propiedad distributiva, que le faciliten las conexiones de cada parte de la información con las reglas para

factorizar; partiendo del nivel de desarrollo de las estructuras cognitivas de éste.

Para lograr dicho aprendizaje, se les deben especificar con claridad los objetivos y recursos a utilizar en el desarrollo de la factorización, recursos que estarán centrados en la construcción de mapas conceptuales; además, se les deben presentar actividades que tengan sentido y estimulen su interés. Para tal fin, los mapas conceptuales son la mediación didáctica para entender la importancia de la factorización porque sintetizan las redes conceptuales ancladas en el concepto de factorización, evitando que los estudiantes se pierdan en los laberintos del significado de factorizar.

De acuerdo a lo anteriormente planteado, estas actividades se identifican con la teoría del aprendizaje de Ausubel (1983); él cual desarrolla una teoría de interiorización o asimilación a través de la instrucción de tal modo que los conceptos verdaderos se construyan a partir de conceptos previamente *formados* o *descubiertos*. Según él **"ningún interés teórico es más esencial ni más urgente, que la necesidad de distinguir con toda claridad los principales tipos de aprendizaje"** (Ausubel et-al;1983).

Lo anterior lo lleva a diferenciar, por un lado, el aprendizaje por **recepción** o (memorístico) del aprendizaje por **descubrimiento** que es el que deseo desarrollar en la asignatura de matemática general, y el aprendizaje **significativo**, el cual se da sí la tarea de aprendizaje puede relacionarse de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra), con lo que el estudiante ya sabe. El aprendizaje significativo es más eficaz ya que produce una retención más duradera de lo aprendido; facilita la asimilación de nuevos aprendizajes relacionados y persiste más allá del olvido de los detalles que pueda tener la información. Este aprendizaje se caracteriza porque (Zubiria, 1994):

- Se produce cuando la persona que aprende relaciona los nuevos conocimientos con el cuerpo de conocimientos que ya posee, es decir, con su propia estructura cognitiva.
- Los nuevos conocimientos pueden modificar o complementar la estructura cognitiva.
- Se realiza de una manera gradual. Cada experiencia de aprendizaje proporciona nuevos elementos de comprensión del contenido.

- Se manifiesta cuando una persona es capaz de expresar el nuevo conocimiento con sus propias palabras, de dar ejemplo y de responder a preguntas que implican su uso bien sea en el mismo contexto o en otro.
- Se puede desarrollar a través de diferentes tipos de actividades; las cuales se les deben presentar de manera que el estudiante: pueda descubrir las condiciones y establecer las relaciones que le permitan comprender el nuevo conocimiento; e integre estrechamente los distintos tipos de contenidos porque su desarrollo exige utilizar procedimientos básicos y conceptos específicos que unidos a actividades favorables permitan el aprendizaje significativo.

Es indispensable que al estudiante de Contaduría Pública en la asignatura de matemáticas generales incorpore a su lenguaje los conceptos básicos involucrados en la elaboración de un mapa conceptual, aunque una encuesta realizada a estudiantes de primer semestre indicó que el 89% de los estudiantes han elaborado algunas veces mapas conceptuales en asignaturas diferentes a matemáticas (Ceballos, 2004). Los conceptos que los estudiantes deben manejar son: conceptos claves, conceptos generales, proposición, palabras-enlaces, jerarquización (tratados más a fondo en el marco conceptual de este trabajo).

### **Objetivo general**

Diseñar e implementar una unidad didáctica para la enseñanza de la factorización en los estudiantes de primer semestre de contaduría pública de la Universidad del Quindío.

### **Objetivos específicos**

- ❖ Definir el concepto de expresión algebraica y polinomio.
- ❖ Clasificar polinomios.
- ❖ Diferenciar y aplicar correctamente las técnicas para factorizar.
- ❖ Factorizar cualquier expresión algebraica.

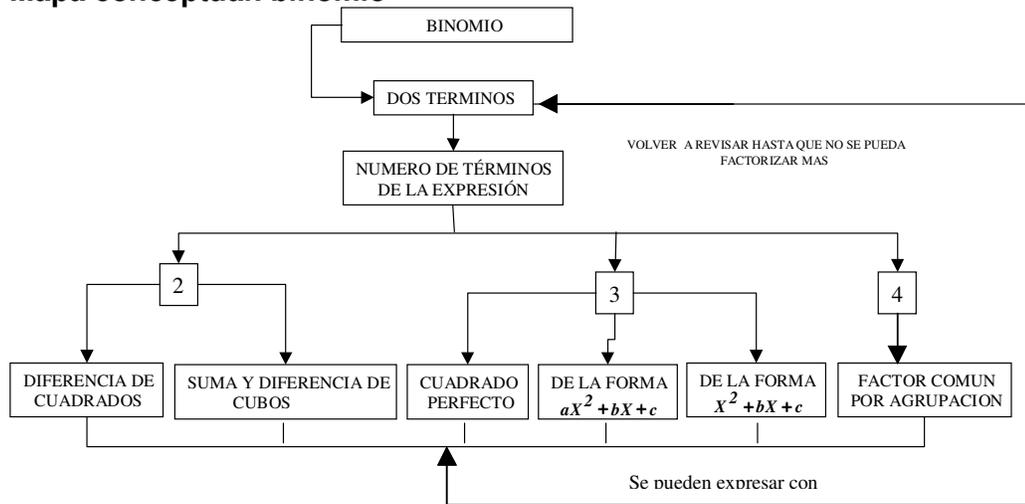
La tarea del docente es liderar el trabajo de los estudiantes, dar sugerencias en la construcción de cada mapa conceptual y aclarar las dudas que vayan surgiendo en el proceso.

### **Despliegue de objetivos**

El docente presenta algunos conceptos matemáticos básicos (propiedades de los números reales, propiedades de los exponentes, operación con signos) y algunos ejemplos sobre el tema; además, diseña un primer mapa

conceptual sobre binomios para que los estudiantes tengan una idea de como pueden construirlos

### Mapa conceptual: binomio



El docente indica la bibliografía pertinente para que el estudiante consulte:

- ❖ El tema de expresión algebraica y polinomios.
- ❖ Clasificación de polinomios.
- ❖ Casos de factorización.

La bibliografía sugerida por el docente es:

1. ARYA J. y LARDNER W, (1992). *Matemática aplicada a la administración y la economía*. Prentice/Hall, México.
2. HOFFMAN L y BIADLEY G. (1995). *Calculo aplicado a administración, economía, contaduría y ciencias sociales*. Mc, Graw-Hill, Quinta edición, México.
3. RAYMOND A, (1993). Tercera edición. *Algebra y trigonometría*. Mc. Graw-Hill. , México.

### Actividades realizadas por el estudiante

**Definir el concepto de expresión algebraica y polinomio:** Los estudiantes construyen un mapa conceptual sobre lo que es una expresión algebraica, fijando elementos importantes como: constantes, variable y operaciones elementos que ocupan un mismo nivel dentro del mapa, pasando luego a un nivel en el cual relacionan los diferentes elementos que forman una

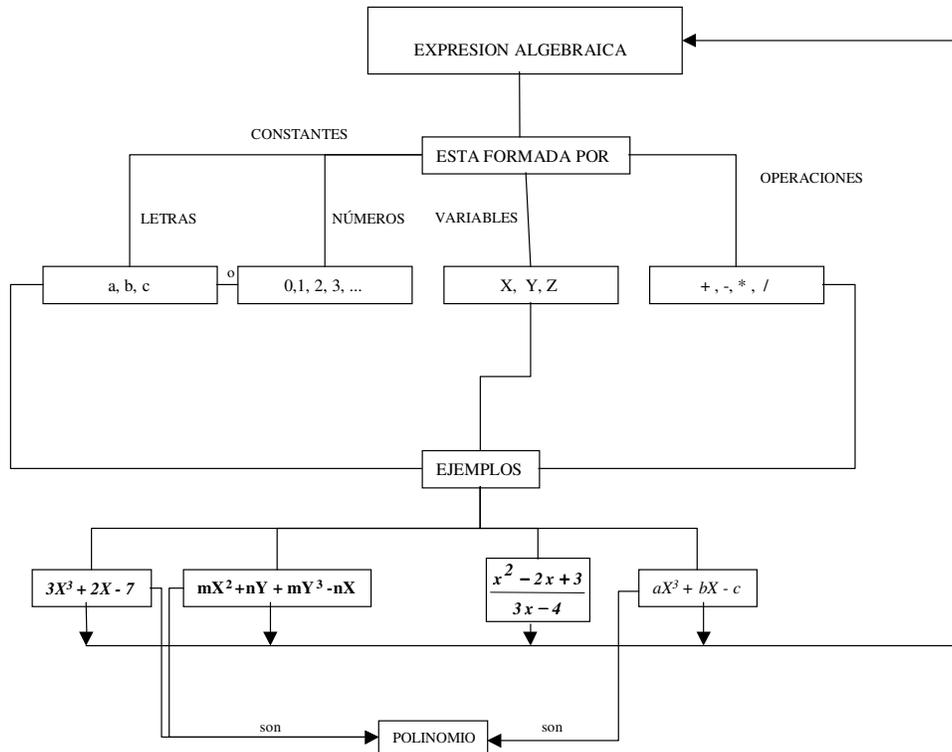
expresión algebraica; esto lo pueden ilustrar por medio de diferentes ejemplos y por último conectar los ejemplos que son polinomios en un cuarto nivel resaltando que los polinomios son expresiones algebraicas que solo tienen 3 operaciones suma, resta y multiplicación.

**Recursos:** cartulina plana de diferente color, tijeras, lana, cartón paja, marcadores, pegastic y tablero.

**Actividades y metodología para el logro de este objetivo específico son:**

- Cada estudiante construye un primer mapa conceptual sobre el concepto de expresiones algebraicas y polinomio; para su construcción utiliza cartulina de diferentes colores, con anterioridad se les informó que deben traer cuadrados de diferente tamaño y color. En estos cuadros se escriben los conceptos del más particular al más general o del primer nivel al tercer nivel. Luego cada estudiante escoge los colores y tamaños para cada nivel libremente. Para hacer los enlaces entre conceptos y ejemplos utiliza lana, sobre un cartón paja; cada parte no debe ser fija, de manera que se pueda reorganizar cuando se realice la socialización y discusión.
- Cada estudiante expone el mapa conceptual sobre expresión algebraica, justifica cada nivel y conexión, los demás estudiantes dan sugerencias sobre el contenido de los diferentes mapas expuestos, hasta obtener el mejor estructurado; este último se toma como guía para el aprendizaje de lo que es una expresión algebraica y polinomio.

Ejemplo de un mapa propuesto para el tema de expresiones algebraicas es el siguiente:



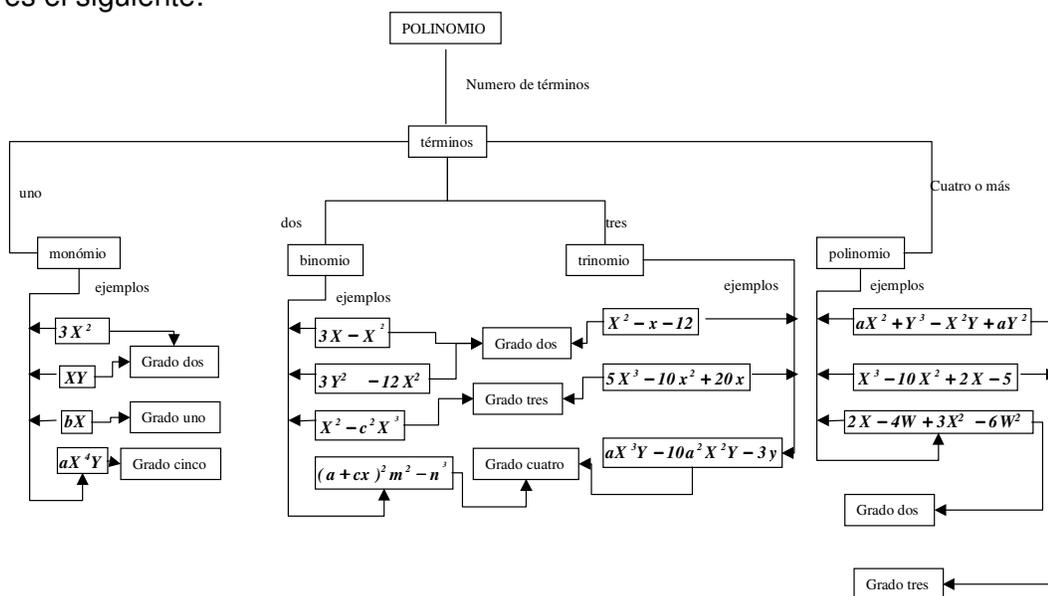
**Clasificar polinomios:** para alcanzar este logro se sugiere a los estudiantes que definan lo que es un polinomio, luego los clasifiquen, para esto deben construir un mapa partiendo del concepto fundamental de polinomio "un polinomio es una expresión algebraica formada por constantes y variables y por operaciones de suma, resta y multiplicación; conectar esto a otro nivel en el cual deben clasificar los polinomios de acuerdo a los grados y al número de términos: grado uno, dos, tres, etcétera y al número de términos: monomio (1) término, binomio (2) términos, trinomio (3) términos y polinomio (4 ó más) términos, este segundo nivel debe estar conectado a un tercer nivel que son los nombres que reciben según la clasificación y este tercer nivel a un cuarto que son los ejemplos.

**Recursos:** regla, papel periódico, marcadores, pegastic y tablero.

**Las actividades y la metodología para el logro de este objetivo específico son:**

- Cada estudiante define el concepto polinomio, lo clasifica por grado y por término y realiza diferentes ejemplos. Para el logro de este objetivo el estudiante debe traer papel periódico y marcadores los cuales se les pide con anticipación.
- Cada estudiante expone el mapa conceptual construido sobre polinomio, lo ubica en una parte del tablero, luego el docente construye uno a partir de los elaborados por los estudiantes, se analiza cada nivel y teniendo en cuenta las sugerencias de los estudiantes, se realiza un mapa lo mejor estructurado sobre el tema, éste se toma como guía para el aprendizaje de lo que es un polinomio.

Ejemplo de un mapa propuesto para el tema de clasificación de polinomios es el siguiente:



**Diferenciar y aplicar correctamente las técnicas para factorizar:** Para alcanzar este logro se le sugiere a los estudiantes que consulten con anterioridad las técnicas para factorizar: factor común, factor por agrupamiento, diferencia de cuadrados, factorización de trinomios, suma y diferencia de cubo; el docente les refuerza estas técnicas en plenaria. Luego

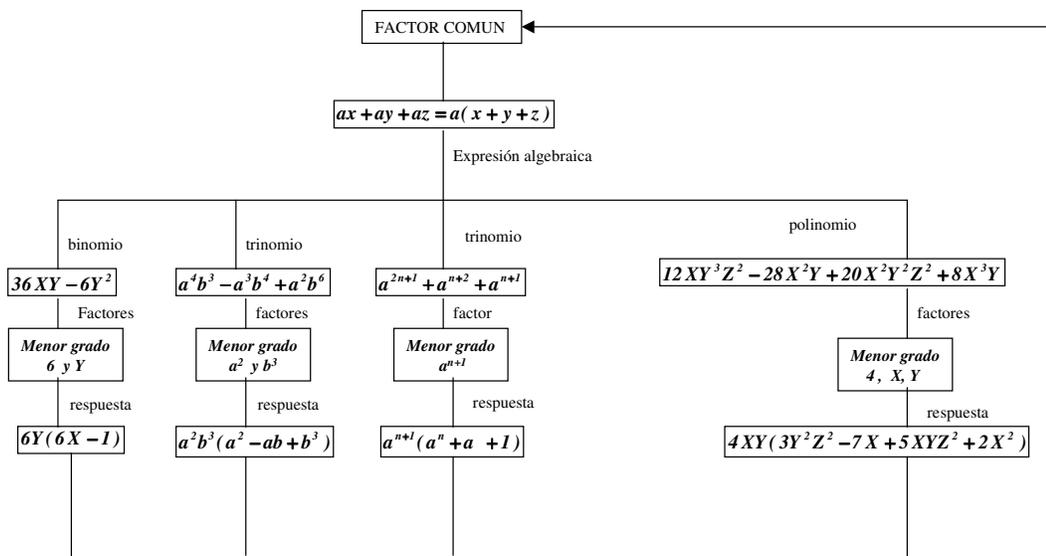
los estudiantes realizan un mapa conceptual por cada técnica, resaltando la fórmula que se debe realizar y resaltando ampliamente las relaciones conceptuales, desde los conceptos más inclusivos como polinomio y clasificación de polinomio hasta los más específicos como factor común, factorización por agrupamiento, diferencia de cuadrados, factorización de trinomios, de manera que diferencie estos conceptos específicos de los conceptos más generales.

**Recursos:** Acetatos, papel corrugado, fomi, computador, Marcadores y pegastic.

**Las actividades y la metodología para el logro de este objetivo específico son:**

- Los estudiantes se reúnen en subgrupos, construyen un mapa sobre cualquier caso de factorización, el docente les indica la técnica de factorización que debe tener presente para realizar el mapa; en él deben estar incluida la fórmula y ejemplos de la factorización de varios polinomios resaltando las diferencias más significativas que cada subgrupo encuentre. Para la elaboración del mapa los estudiantes utilizan el material que deseen.
  
- De cada subgrupo, se selecciona aleatoriamente un integrante para que exponga el mapa conceptual construido sobre la técnica de factorización asignada, los demás integrantes del grupo dan sugerencias para mejorarlo, luego de que no hallan más sugerencias se deja este último corregido como ejemplo tipo y se sigue así sucesivamente con cada técnica. Los estudiantes indican la aplicación adecuada de conceptos, y la transferencia de conceptos a otros aprendizajes posibles.

El siguiente mapa es un ejemplo de la técnica factor común:



### Evaluación

La nota obtenida en la postprueba.

Por último el docente propone ejercicios que refuercen el tema de factorización.

### Resultados obtenidos al aplicar las fichas técnicas dirigidas a estudiantes y docentes del grupo experimental y grupo de control

Después de haber desarrollado el tema de factorización a través de mapas conceptuales al grupo experimental y a través de la clase magistral al grupo control, se aplicaron las fichas, para verificar si los dos grupos trabajaron la unidad didáctica de manera adecuada con la variable independiente y de control (Anexo N°2 y N°3). Los resultados obtenidos se resumen en las tablas N°4, N°5, N°6 y N°7. La variable independiente: enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, fue observada y evaluada por medio de la ficha que le correspondió con la finalidad, de conocer si cumplía con los indicadores mínimos. Ésta se realizó en dos partes, en la primera se realizó la evaluación de los indicadores que desarrolló el docente y se ha pudo verificar el cumplimiento del 93% de los indicadores, mientras que la segunda fue para evaluar el desarrollo de las actividades de los estudiantes y en la aplicación de la ficha se verificó un cumplimiento del 95%. Considerando que el porcentaje obtenido en la

verificación de indicadores en ambos casos es mayor del 90%, se asume que se ha cumplido en forma aceptable el desarrollo de la unidad didáctica para la enseñanza de la factorización a través de la construcción mapas conceptuales.

**Tabla N°5: Resumen de los datos obtenidos al evaluar los indicadores de las actividades desarrolladas por el docente (grupo experimental)**

INDICADORES	TOTAL ESTUDIANTES		PORCENTAJE	
	SI	NO	SI	NO
Planteó los contenidos a desarrollar en el tema de factorización	33	2	0.94	0.06
Indicó bibliografías y/o trabajos preliminares que permitieron desarrollar el tema de la factorización de manera más clara y eficiente.	33	2	0.94	0.06
Expuso lo fundamental del tema y algunos ejercicios	32	3	0.91	0.08
Prestó ayuda en algunos puntos no clarificados asegurándose de que el mapa contenga todo el contenido necesario para que todos aprendieran el tema de factorización	35	0	1.00	0.00
Propuso los subtemas para trabajar de manera individual y por grupo	30	5	0.86	0.14
Dio normas complementarias sobre el desarrollo del tema de factorización	30	5	0.86	0.14
Proporcione ejercicios complementarios y bibliografía adicional sobre el tema de factorización	35	0	1.00	0.00
SUMA DE RESULTADOS			6.51	0.48

Para calcular el porcentaje mínimo de indicadores, se calculó el promedio con cada porcentaje de **si**, de la siguiente manera:  $\bar{si} = \frac{6.51}{7} * 100 = 93\%$

**Tabla N°6: Resumen de los datos obtenidos al evaluar los indicadores de las actividades desarrolladas por los estudiantes (grupo experimental)**

INDICADORES	TOTAL ESTUDIANTES		PORCENTAJE	
	SI	NO	SI	NO
Consulto la bibliografía y/o los trabajos preliminares propuestos por el docente y extrajo lo más importante que encuentran sobre el tema de factorización	30	5	0.86	0.14
Usted individualmente construyó y expuso un mapa conceptual de cada contenido a desarrollar en el tema de la factorización	35	5	1.00	0
Expuso con claridad el resultado de su trabajo; indicó cuáles son los conceptos nuevos y previos que utilizó para la construcción de los mapas, definió y aclaró dudas planteadas por sus compañeros y/o el docente. Además se dialogó sobre los conceptos y relaciones que les generan mayor grado de dificultad	33	2	0.94	0.06
Construyeron un mapa conceptual con ayuda del docente, el cual se tomó como guía para el aprendizaje de algunos contenidos a desarrollar en el tema de factorización	35	0	1.00	0
Prepararon adecuadamente sus tareas previas.	32	3	0.91	0.09
Utilizaron la herramienta de mapas conceptuales.	35	0	1.00	0
El docente y los estudiantes seleccionaron el mapa conceptual mejor elaborado sobre el contenido propuesto, debatieron sobre el contenido y completaron la construcción del mismo; tuvieron presente las investigaciones preliminares realizadas sobre el tema, hasta lograr un mapa lo mejor estructurado el tema de factorización.	34	1	0.97	0.03
SUMA DE RESULTADOS			6.68	0.32

Para calcular el porcentaje mínimo de indicadores, se calculó el promedio con cada porcentaje de **si**, de la siguiente manera:  $\bar{si} = \frac{6.68}{7} * 100 = 95\%$ .

Por su parte la enseñanza de la factorización a través de la clase magistral, también fue observada y evaluada en sus dos componentes, por una parte las tareas desarrolladas por el docente, que luego de aplicar la ficha correspondiente alcanzó un 94% de los indicadores, mientras que las actividades desarrolladas por los estudiantes le correspondió un 96% del cumplimiento de los indicadores. Por lo tanto al igual que en la enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, el porcentaje de acierto es mayor del 90%, lo que nos hace considerar que la clase magistral ha cumplido con los indicadores para ser considerada como tal. Esto nos asegura que la variable independiente y de control han cumplido con los indicadores, las fichas se realizaron con el objetivo de

controlarse distorsiones en su ejecución y se puede considerar como aceptables, cumplieron con los indicadores necesarios establecidos para tal fin.

**Tabla N°7: Resumen de los datos obtenidos al evaluar los indicadores de las actividades desarrolladas por el docente (grupo control)**

INDICADORES	TOTAL ESTUDIANTES		PORCENTAJE	
	SI	NO	SI	NO
Introduce adecuadamente la lección	40	2	0.95	0.05
Conoce adecuadamente el tema de factorización.	40	2	0.95	0.05
Prevé el uso de material didáctico	38	4	0.90	0.10
Relaciona el tema de factorización con la realidad.	38	4	0.90	0.10
Utiliza una comunicación efectiva.	35	7	0.83	0.17
El docente tiene en cuenta el tiempo de la clase.	42	0	1.00	0.00
Desarrolla el tema de factorización con un tono de voz adecuado	42	0	1.00	0.00
Acompaña el desarrollo del tema de factorización con abundante material audiovisual.	35	7	0.83	0.17
Ilustra con ejemplos significativos	39	3	0.93	0.07
Permite la participación de los estudiantes, a través de preguntas y dudas sobre el tema de factorización.	38	7	0.90	0.10
Resume de manera apropiada el contenido del tema	42	0	1.00	0.00
Plantea ejercicios de aplicación.	42	0	1.00	0.00
Propone lecturas.	39	5	0.93	0.07
Refuerza el tema con otras actividades.	42	0	1.00	0.00
El tema es: Coherente, con un nivel de profundidad adecuado, organizado orgánicamente	42	0	1.00	0.00
SUMA DE RESULTADOS			14.12	2.41

Para calcular el porcentaje mínimo de indicadores, se calculó el promedio con cada porcentaje de **si**, de la siguiente manera:  $\bar{si} = \frac{14.21}{15} * 100 = 94\%$

**Tabla N°8: Resumen de los datos obtenidos al evaluar los indicadores de las actividades desarrolladas por los estudiantes (grupo control)**

INDICADORES	TOTAL ESTUDIANTES		PORCENTAJE	
	SI	NO	SI	NO
Participa en la elaboración de los objetivos que se persiguen al desarrollar el tema de factorización	2	40	0.05	0.95
Participa en la construcción de las actividades que se van a desarrollar	0	42	0.00	1.00
Participa en los procedimientos de evaluación del tema de factorización	0	42	0	1.00
Escucha la exposición del docente.	38	4	0.90	0.09
Toma apuntes de lo que dice el docente	42	0	1.00	0
Interviene algunas veces en el desarrollo del tema	37	5	0.88	0.11
Desarrolla los ejercicios y trabajos planteados por el docente	42	0	1.00	0

Para calcular el porcentaje mínimo de indicadores, se calculó el promedio con cada porcentaje de algunos **si** y **no** (color rojo), de la siguiente manera:

$$\frac{6.73}{7} * 100 = 96\%$$

#### 4.3. Fase III: Aplicación de la postprueba

En esta fase de la investigación se aplicó la postprueba (Anexo N°2 y N°3 resultados obtenidos por los dos grupos el experimental y el de control), para conocer los cambios en el aprendizaje de la factorización y para contrastar las hipótesis planteadas. Con la información obtenida se realizaron los cálculos estadísticos mencionados en capítulos anteriores, que permitió tener los estadígrafos necesarios que se utilizaron para contrastar las hipótesis. Los procedimientos y formas que se siguieron en esta fase son similares a los procedimientos utilizados en la preprueba, con la única diferencia que en esta fase el análisis que se desarrolló es a través del contraste de hipótesis y para eso se procedió de la siguiente manera:

Se evaluó al grupo experimental ( $X_2$ ) y el grupo control ( $X_4$ ), cuyos resultados se resumen en la Tabla de Frecuencia N°9 y N°10 siguientes:

**Tabla N°9: Frecuencia de las notas obtenidas en la postprueba por el grupo  $X_2$  (grupo experimental)**

$X_{2i}$	$f_i$	$h_i$	$X_{2i} f_i$	$(X_{2i} - \bar{X})^2 f_i$
2.5	1	0.0286	2.50	1.20372244898
2.7	1	0.0286	2.70	0.80486530612
2.8	1	0.0286	2.80	0.63543673469
2.9	1	0.0286	2.90	0.48600816327
3.0	2	0.0571	6.00	0.71315918367
3.2	2	0.0571	6.40	0.31544489796
3.3	3	0.0857	9.90	0.26488163265
3.4	1	0.0286	3.40	0.03886530612
3.5	2	0.0571	7.00	0.01887346939
3.6	5	0.1429	18.00	0.00004081633
3.7	3	0.0857	11.10	0.03173877551
3.8	1	0.0286	3.80	0.04115102041
3.9	4	0.1143	15.60	0.36688979592
4.0	2	0.0571	8.00	0.32458775510
4.1	2	0.0571	8.20	0.50573061224
4.2	1	0.0286	4.20	0.36343673469
4.3	2	0.0571	8.60	0.98801632653
4.8	1	0.0286	4.80	1.44686530612
Total	35	$\Sigma h_i = 1$	$\Sigma X_{2i} f_i = 125.90$	$\Sigma (X_{2i} - \bar{X})^2 f_i = 8.54971428571$

Fuente: elaboración teniendo en cuenta los resultados con el paquete estadístico Statgraphics plus

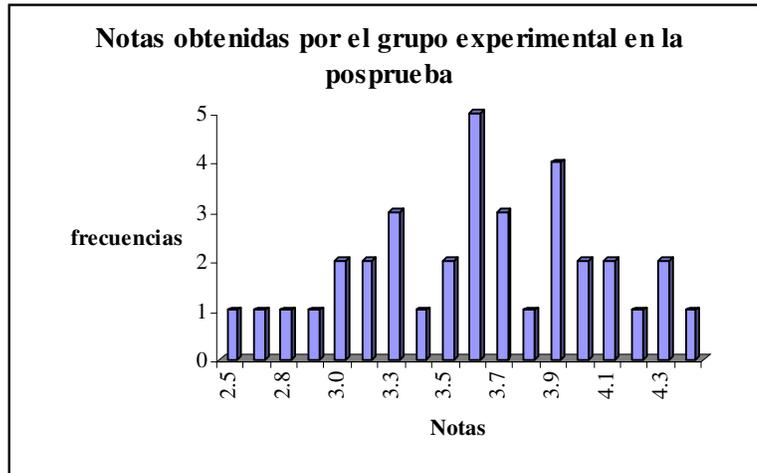
Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la tabla N°9, se calculó la media para el grupo experimental.

Esto indica que la nota promedio obtenida por el grupo experimental en la postprueba es de 3.59.

Y la desviación estándar es:

$$S_{x_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{2i} - \bar{X}_2)^2 f_i}{n_1 - 1}} = \sqrt{\frac{8.54971428}{34}} = 0.50146$$

Analizando la tabla N°9 y el siguiente gráfico se puede observar que la nota que con mayor frecuencia obtuvieron los estudiantes del grupo experimental en la postprueba fue: 3.6



**Tabla N°10: Frecuencia de las notas obtenidas en la postprueba por el grupo X<sub>4</sub> (grupo control)**

$X_{4i}$	$f_i$	$h_i$	$X_{4i} f_i$	$(X_{4i} - \bar{X})^2 f_i$
2.2	1	0.0238	2.20	1.00476757370
2.4	1	0.0238	2.40	0.64381519274
2.5	2	0.0476	5.00	0.98667800454
2.6	1	0.0238	2.60	0.36286281179
2.7	1	0.0238	2.70	0.25238662132
2.8	3	0.0714	8.40	0.48573129252
2.9	3	0.0714	8.70	0.27430272109
3.0	3	0.0714	9.00	0.12287414966
3.1	4	0.0952	12.40	0.04192743764
3.2	4	0.0952	12.80	0.00002267574
3.3	4	0.0952	13.20	0.03811791383
3.4	3	0.0714	10.20	0.11715986395
3.5	2	0.0476	7.00	0.17715419501
3.6	4	0.0952	14.40	0.63240362812
3.7	2	0.0476	7.40	0.49524943311
3.9	2	0.0476	7.80	0.97334467120
4.1	1	0.0238	4.10	0.80571995465
4.2	1	0.0238	4.20	0.99524376417
Total	42	$\Sigma h_i = 1$	$\Sigma X_{4i} f_i = 134.50$	$\Sigma (X_{4i} - \bar{X})^2 f_i = 8.40976190476$

Fuente: elaboración teniendo en cuenta los resultados con el paquete estadístico Statgraphics plus

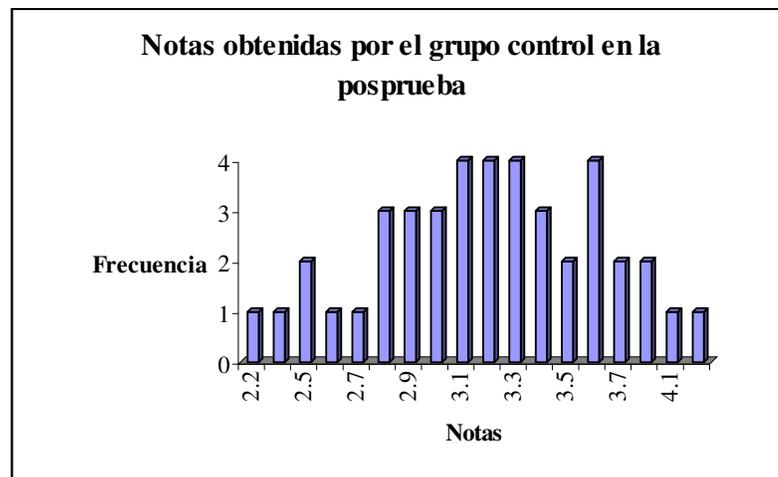
Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la tabla N°10, se calculó la media para el grupo control.

Esto indica que la nota promedio obtenida por el grupo control en la postprueba es de 3.20.

Y la desviación estándar es:

$$S_{x4} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{4i} - \bar{X}_4)^2 f_i}{n_2 - 1}} = \sqrt{\frac{8.4097619}{41}} = 0.452897$$

Analizando la tabla N°10 y el siguiente gráfico se puede observar que no hay una nota con mayor frecuencia obtuvieron los estudiantes del grupo control



El resumen de los estadísticos calculados se presenta en la siguiente tabla

**Tabla N°11: Resumen de los estadísticos calculados para el grupo experimental y de control en la postprueba**

Postprueba	X <sub>2</sub>	X <sub>4</sub>
Estadígrafo		
Promedio	3.59714	3.20238
Desviación Estándar	0.50146	0.45289
		7
Total de participantes	35	42

Fuente: Elaborada por el investigador

Para contrastar la hipótesis general y la específica planteadas anteriormente se utilizó los estadígrafos resumidos en la tabla N°11, para calcular Z, el valor del estadístico de prueba que se ha considerado para la verificación de las hipótesis y que corresponde a una **distribución normal**, es:

$$Z_{\text{calculado}} = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_4}{\sqrt{\frac{S_{x2}^2}{n_1} + \frac{S_{x4}^2}{n_2}}} = \frac{3.59714 - 3.20238}{\sqrt{\frac{(0.50146)^2}{35} + \frac{(0.45289)^2}{42}}} = 3.59343$$

**Para la hipótesis general:**

**La hipótesis nula (H<sub>0</sub>) es:**

En el programa de contaduría pública de la universidad del Quindío, el aprendizaje significativo de la factorización, desarrollando la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales (X<sub>2</sub>), no es diferente al aprendizaje de la factorización, desarrollando la unidad didáctica a través de la clase magistral (X<sub>4</sub>); simbólicamente la hipótesis nula se expresa:

$$H_0: X_2 = X_4$$

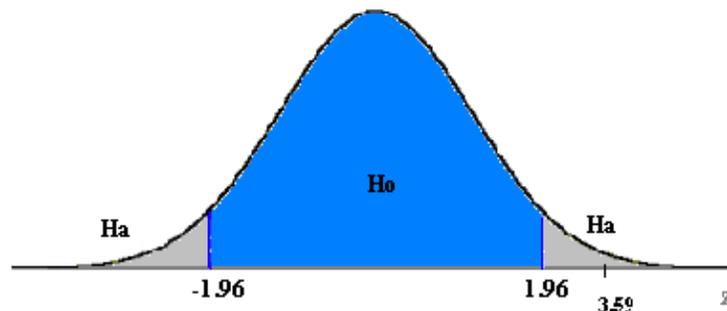
**La hipótesis alterna (H<sub>a</sub>) es:**

En el programa de contaduría pública de la universidad del Quindío, el aprendizaje significativo de la factorización, desarrollando la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales (X<sub>2</sub>), es diferente al

aprendizaje de la factorización, desarrollando la unidad didáctica a través de la clase magistral ( $X_4$ ); simbólicamente la hipótesis alterna se expresa:

$$H_a: X_2 \neq X_4$$

La representación gráfica de las hipótesis es:



La regla de decisión para la hipótesis general planteada en pasos anteriores era que se rechazaba la hipótesis nula si el valor de Z calculado da por debajo de -1.96 o por encima de 1.96, como  $Z_{\text{calculado}}=3.59343$  y era mayor de 1.96, entonces se rechazaba la hipótesis nula y se aceptaba la hipótesis alterna, y se puede decir con un nivel de confianza del 95% que: el aprendizaje significativo de la factorización en los estudiantes, desarrollando la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales ( $X_2$ ), fue diferente al aprendizaje de la factorización en los estudiantes, desarrollando la unidad didáctica a través de la clase magistral ( $X_4$ ).

Además, como interesaba saber con cual método los estudiantes obtuvieron un mejor aprendizaje significativo de la factorización, se planteó la hipótesis específica.

**Para la hipótesis específica:**

**La hipótesis nula ( $H_0$ ) es:**

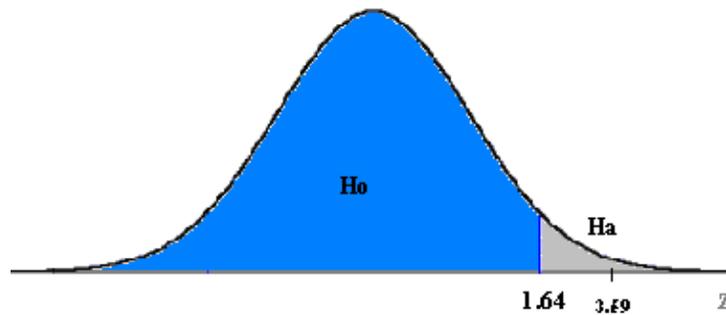
El aprendizaje significativo de la factorización, no se incrementa significativamente, desarrollando la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales; simbólicamente la hipótesis nula se expresa:  $H_a: X_2 = X_4$

**La hipótesis alterna ( $H_0$ ) es:**

El aprendizaje significativo de la factorización, se incrementa significativamente, desarrollando la unidad didáctica a través de la

construcción de mapas conceptuales. Simbólicamente la hipótesis alterna se expresa:  $H_a: X_2 > X_4$ .

La representación gráfica de las hipótesis es:



La regla de decisión estaba dada de la siguiente manera si el valor de Z calculado da por encima de 1.645 se rechazaba la hipótesis nula, como el  $Z_{\text{calculado}}=3.59$  da por encima de 1.645 se aceptaba la hipótesis alterna y se podía decir a un nivel de confianza del 95% que el aprendizaje significativo de la factorización en los estudiantes de matemáticas generales, se incrementaba significativamente desarrollando la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales.

Teniendo en cuenta los datos de la tabla N<sup>o</sup>9 se puede decir que el aprendizaje significativo de la factorización era aceptable desarrollando la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales ya que la nota promedio obtenida por el grupo experimental en la postprueba dio 3.6, anteriormente en la operacionalización de esta variable se dijo que si la nota promedio obtenida por el grupo está entre tres con cinco y cuatro ( $3.5 \leq \bar{X} < 4.0$ ) el aprendizaje significativo de la factorización era aceptable. El aprendizaje significativo de la factorización fue bajo desarrollando la unidad didáctica a través de la clase magistral, la nota promedio obtenido por el grupo control en la postprueba es 3.3 fue baja, en la operacionalización de las variables se dijo que si la nota promedio obtenida está entre tres y tres con cinco ( $3.0 \leq \bar{X} < 3.5$ ) el aprendizaje significativo de la factorización era bajo.

#### **4.4. Fase IV: Análisis de resultados**

La factorización se define como la transformación de una expresión algebraica entera en el producto de sus factores racionales enteros y enteros primos entre sí (Baldor, 1966).

La importancia de los productos obtenidos al factorizar una expresión algebraica, se pudo observar a través de la elaboración de los mapas conceptuales; estos tienen atributos y características que los relacionan entre sí y permiten la asimilación de nuevos conceptos. De aquí la importancia de los mapas conceptuales, en primer lugar como herramienta metodológica que requiere la explicación de las relaciones entre los conceptos que tienen los estudiantes sobre el tema de factorización y en segundo lugar porque los estudiantes pueden cristalizar el significado de los conceptos a través de las tareas individuales y colectivas al estudiar problemas referentes a costo, ingreso, pérdida y ganancia.

Comparando los indicadores del aprendizaje significativo que se tuvieron en cuenta en este estudio, tanto para el grupo experimental como para el grupo control en la aplicación de la postprueba arrojó los siguientes resultados:

**COMPRESIÓN:** las preguntas que analizaban la comprensión de los estudiantes fueron (1, 2 y 3); en el grupo experimental la postprueba mostró que los estudiantes se apropiaron de manera más analítica del concepto de factorización, tuvieron en cuenta que saber factorizar no es reducirse a identificar las definiciones y propiedades utilizadas para tal fin, que debe implicar ser capaces de usar el lenguaje y el concepto en la solución de diversos problemas. En el grupo control se observó que los estudiantes siguen utilizando el concepto de manera mecánica sin entender la relación que tiene el concepto de factorización, con otros conceptos matemáticos.

**EXPLICACION:** las preguntas que analizaban la capacidad de los estudiantes para explicar fueron (1, 2, 3, 4, 5, 9, 11 y 12); tanto en el grupo experimental como en el grupo control se observó que los estudiantes no desarrollaron de manera adecuada este indicador, no cuentan con constructo teórico válido para identificar relaciones posibles, su argumentación es limitada, realizan adecuadamente los procesos pero no sustentan con un lenguaje apropiado.

**EJEMPLIFICAR:** la pregunta que analiza la capacidad que tienen los estudiantes para ejemplificar es la siete (7); en el grupo experimental los estudiantes propusieron ejemplos donde tuvieron en cuenta la aplicación de

conceptos nuevos y previos, es de resaltar que los ejemplos propuestos eran muy básicos o los mismos problemas o ejercicios propuestos en el desarrollo de la unidad didáctica, se pudo observar la falta de originalidad de las ideas planteadas. En el grupo control se observó que la mayoría de estudiantes no contestaron las preguntas relacionadas con este indicador.

**GENERALIZAR:** Las preguntas que analizaron la capacidad de los estudiantes para generalizar fueron (4, 8, 9 y 11); en el grupo experimental se observó que los estudiantes relacionaban adecuadamente los conceptos previos y nuevos se manifestó en la capacidad que mostraron los estudiantes de responder preguntas que implican el uso de conceptos en el mismo contexto o en otro. En los estudiantes del grupo control se observó dificultad de relacionar los conceptos previos y nuevos mostrando deficiencia en su estructura cognitiva.

**INCLUSION Y TRASFERENCIA:** las preguntas que analizaban la capacidad de los estudiantes para realizar inclusión y transferencia fueron (4, 5, 8, 9, 10, 11 y 12); en el grupo experimental se observó que los estudiantes aplicaron los conceptos previos y nuevos de manera adecuada en diferentes contextos, utilizaron diversos métodos de cálculo para solucionar problemas, seleccionaron secuencias adecuadas de operaciones y analizaron situaciones específicas con precisión. La mayoría de los estudiantes del grupo control realizaron los problemas propuestos de manera mecánica, observándose dificultades en las operaciones y un manejo inadecuado de método de cálculo, se les dificulta integrar los conceptos con situaciones propuestas.

El análisis realizado a cada indicador de la variable aprendizaje significativo, y los resultados obtenidos en la postprueba aplicada al grupo experimental y de control, resumidos en la tabla N<sup>o</sup>10, permite afirmar que al desarrollar la unidad didáctica a través de la construcción de mapas conceptuales se presentan cambios aceptables en el aprendizaje significativo de la factorización, lo que no ocurrió con la clase magistral. Con el desarrollo de la unidad didáctica, a través de la construcción de mapas conceptuales, se encontraron cambios importantes en lo que se refiere al conocimiento de la factorización; apareciendo, de esta manera, que además de los hechos, conceptos y técnicas de factorización; también forman parte de la factorización: la utilización de distintos procedimientos, distinta simbología que al final llevaban al mismo resultado; además distintas estrategias generales y específicas para resolver un problema.

La construcción de los mapas por parte de los estudiantes permitió visualizar con más claridad las relaciones existentes entre variables y constantes y la diferencia entre estos dos conceptos. Se utilizó adecuadamente, después de desarrollar la unidad didáctica para la enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales los conceptos de: polinomios, operación con polinomio, propiedades de las potencias, propiedades de los números reales; obtuvieron cada técnica de factorización partiendo de los conceptos más elementales y comprendiendo cada paso a desarrollar; organizaron, interrelacionaron, y fijaron los conceptos; analizaron cada proceso y evitaron el trabajo mecánico, ya que se reflexionaba en cada paso que se daba, hasta obtener cada técnica de factorización.

Durante el desarrollo de la unidad a través de la utilización de mapas conceptuales se pudo observar que los estudiantes mostraban interés y motivación en el trabajo a desarrollar, participaban activamente y con ideas claras y lógicas sobre los temas que hacen parte de la factorización, muestran seguridad al socializar su trabajo con el grupo y defendieron su posición con ideas claras pero poca argumentación teórica; es importante resaltar la creatividad que tienen para diseñar mapas (Anexo N°9 diseño de mapas conceptuales realizados por algunos estudiantes). La mayoría de ellos sugirieron que todas las materias se deberían desarrollar con la utilización de esta herramienta, les parece más fácil asimilar.

Los mapas conceptuales le permiten al docente observar las lagunas conceptuales y relacionales de los estudiantes (Novak y Gowin, 1999), la construcción de estos permitió observar y criticar constructivamente los tipos de relaciones que los estudiantes establecían en cada proceso y las dificultades cognitivas que enfrentan como: propiedades de los exponentes, propiedades de los números reales, operaciones con polinomios, raíces de los polinomios y operación de signos. Además, se observó el uso inadecuado de calculadora, que incide en los resultados; esto sugiere que los estudiantes deberán recibir una instrucción de manejo.

Al iniciar la unidad didáctica sobre factorización a través de la construcción de mapas conceptuales predominó la clase magistral y el tratamiento expositivo por parte del docente pero esto fue disminuyendo a medida que se avanzaba en las actividades. Es de resaltar en esta parte que algunos autores señalan que los mapas no son principio ni fin de un contenido, siendo necesario seguir "adelante con la unidad didáctica, clase expositiva, ejercicios,..." (Castillo y Olivares, 2001). Lo que indicó que se estaba desarrollando adecuadamente la unidad didáctica y se pudo corroborar que

no se puede utilizar esta herramienta desligada de otros procesos metodológicos porque no generaría aprendizaje significativo.

Con esta propuesta se fomentó la apreciación sobre la factorización, la organización y los hábitos de trabajo. Se observó un cambio en el modo de trabajar en el aula; desde la clase magistral hasta llegar a la dinámica de grupo pasando por el trabajo en equipo, donde la participación jugó un papel importante en la construcción y en la toma de decisiones. Junto a estos cambios en la metodología se observó la evaluación del aprendizaje de la factorización como un elemento determinante en el diseño y desarrollo de la unidad didáctica; se puede tomar de manera más orientadora y formativa, que incluya competencias más generales y que tenga en cuenta la actitud del estudiante sobre la propia factorización.

El aprendizaje significativo de la factorización se dio a medida que los conocimientos fueron apareciendo como el producto de las propias actividades desarrolladas por los estudiantes al apropiarse de un problema; poniendo en juego los conocimientos que estos tenían e incentivándolos a la búsqueda de la solución; lo que les incentivó nuevos conocimientos modificándoles los conocimientos anteriores

## 6. CONCLUSIONES

Teniendo como base el análisis teórico y el trabajo de campo se puede señalar unas conclusiones, que constituyen una serie de acercamientos al problema de la enseñanza de la factorización y que pueden favorecer procesos de aprendizaje significativo en los estudiantes.

El análisis está referido a las características principales que debe reunir la estrategia didáctica, y que se resumen así:

1. El método didáctico de enseñanza del docente, que puede producir determinados logros en el aprendizaje significativo de los estudiantes, debe partir y apoyarse en los conocimientos previos que tengan los estudiantes acerca del tema propuesto, de manera que garantice el aprendizaje significativo del conocimiento que se construye. Se considera que el aprendizaje significativo se ha logrado cuando hay algún tipo de construcción de significado y cuando se recupera y relaciona los nuevos conocimientos con los conocimientos previos de los estudiantes, favoreciendo su revisión reestructuración y cambio.

Es importante motivar al estudiante para que revise sus conocimientos, para que observe la realidad de manera diferente a la habitual, pensando y atreviéndose a buscar, a crear y a encontrar nuevos caminos, contrastando su nivel cognitivo. Además; el papel del docente de este proceso de construcción en interacción dinámica con el estudiante, le da un matiz de complejidad al problema.

2. La manera de presentar los temas a desarrollar en una la unidad didáctica, que pueden favorecer la participación de los estudiantes; el docente debe proponer actividades y materiales lo más significativo posible para ellos. La enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales tuvo la capacidad de orientar la construcción de conocimiento de manera más significativo, la propuesta de actividades para trabajar el tema de factorización, la relación con el objeto de estudio y con el grupo de estudiantes, así como la transposición didáctica que se realizó, le brindaron al estudiante unas bases más seguras, una posibilidad de construcción de los conocimientos más duraderos y una instancia para que pueda generar mayor procesos de aprendizaje significativo.

Si el docente guía al estudiante para provocar un aprendizaje más significativo, proponiendo actividades y ayudas pedagógicas más ajustadas a su necesidad, hay más posibilidad de provocar aprendizaje profundo. La experiencia analizada muestra que se puede mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes, si se diseñan estrategias que impliquen la participación más activa del estudiante.

3. La enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales implica que el docente no enseñe un tema sino también las estrategias para que el estudiante conozca los subtemas a desarrollar en el tema, y que los puede presentar eficientemente. La enseñanza de la factorización a través de mapas conceptuales se centró en la idea de que la enseñanza no puede reducirse a la manera expositiva de contenidos si no que los estudiantes tienen que poder apropiarse del tema de una manera significativa. Se evidenció que se puede modificar el desempeño de los estudiantes cuando se les da mayor participación en su aprendizaje, entienden e interpretan con mayor claridad los objetivos que se persiguen cuando se les enseña un tema, toman decisiones intencionales y conscientes sobre los conocimientos, abordan dificultades y evalúan sus posibilidades y limitaciones.
4. La Enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales no puede ser definitiva, se debe buscar con ella mayor aprendizaje significativo del tema en los estudiantes, para esto el docente deberá elaborar la unidad didáctica a desarrollar con mayor creatividad las actividades a desarrollar en clase que posibiliten la transferencia de los conocimientos a otras situaciones y contextos académicos cotidianos. No sólo se debe seleccionar bien los temas sino que a partir de una rica y pertinente selección de actividades, que además de resaltar la estructura lógica de la factorización y sus procedimientos, busque el mayor aprendizaje significativo en función del interés y motivación del estudiante.
5. Existe evidencia empírica que el aprendizaje significativo de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, es significativamente mejor que a través de la clase magistral. Aunque hay que tener en cuenta que la estrategia propuesta requiere mayor tiempo para su aplicación y la unidad didáctica se debe desarrollar partiendo del ritmo de aprendizaje de los estudiantes.

6. Los estudiantes evaluaron la experiencia como positiva, expresaron que anteriormente no tenían una real comprensión del mismo, las actividades desarrolladas no les permitían apropiarse adecuadamente del tema, ya sea por falta de tiempo o por el método utilizado por el docente para explicar. Expresaron que antes se explicaba el tema de forma rápida, lo que se diferenció de la forma actual que se realizó en forma más detenida y pausada, articulando los subtemas e integrando en ejes más generales. Por otro lado señalaron que al participar ellos en el proceso de enseñanza, construyendo los mapas le encontraban un sentido más lógico a los procesos y que se podían dar cuenta de las relaciones existentes entre los subtemas. Se observó que algunos estudiantes avanzaron en el aprendizaje significativo de la factorización, otros se centraron en las consignaciones y explicaciones de sus compañeros y del docente y otros mostraron su capacidad para elaborar, organizar, integrar y argumentar.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AUSUBEL, D. P., NOVAK, J. D., HANESIAN, H. (1983): "Educational Psychology". Nueva York, Holt, Rinehart & Wiston. En COLL, S. C. (1997): "Aprendizaje Escolar y Construcción del Conocimiento". Cuarta edición. Paidós educador, Barcelona.
- AFAMASAGA-FUATA'I, K. (2002a). *Vee diagrams & concept maps in mathematics problem solving*. Paper presented at the Pacific Education Conference (PEC 2002), Department of Education, American Samoa, July 23, 2002.
- BALDOR, A. (1966): "Algebra de Baldor". Capitulo X. Editorial mediterráneo. Madrid España.
- BRIONES, G. (1995): "Preparación y evaluación de proyectos educativos". Curso de educación a distancia". Convenio Andrés Bello. Santa Fe de Bogotá.
- BROUSSEAU, G. (1990): "¿Qué puede aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? ". (Segunda parte). Rev. Enseñanza de las ciencias, volumen N°8. páginas 259 - 267, Barcelona.
- CAMPBELL, D.T., STANLEY, J.C. (1966). "Experimental and quasi-experiemntal designs for research". Chicago, Ill: Rand McNally & company. En HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C., BAPTISTA, P. (1999): "Metodología de la Investigación". Editorial McGraw-Hill. Santa Fe de Bogotá.
- CEBALLOS, O.I. (2004): "Estrategia didáctica constructiva a través de mapas conceptuales para el aprendizaje y la factorización". Universidad el Quindío. Rev. Facultad de educación N°5. Armenia.
- COLL, S. C. (1997): "Aprendizaje Escolar y Construcción del Conocimiento". Cuarta edición. Paidós educador, Barcelona.
- ENCICLOPEDIA TEMÁTICA MEGA (2000). Editorial norma S.A. páginas 202-224. Santa Fe de Bogotá.

- ESCAMILLA, A. (1993). Unidades didácticas: una propuesta de trabajo de Aula. Edelvives. Zaragoza.
- GAGNÉ, R., (1985) *The conditions of Learning*. Ed. Holt, Rinehart & Winston, New York.
- GÓMEZ, P., CARULLA, C. (1998): "Investigaciones e innovaciones del IDEP". Universidad de los Andes. Santa Fe de Bogotá.
- HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C., BAPTISTA, P. (1999): "Metodología de la Investigación". Editorial McGraw-Hill. Santa Fe de Bogotá.
- MANAGAS, O. (1998): "Mapas Conceptuales como Herramienta Didáctica". Universidad Nacional Abierta. Caracas.
- MASON, R. D., LIND, D. (2001): "Estadística para Administradores y Economistas". Ambos de la Universidad de Toledo. Ohio U: SA, México.
- MARÍN, N. y BENARROCH, A. (1994). A comparative study of Piagetian and constructivist work on conceptions in science. *International Journal of Science Education*, 16(1), pp 1-15
- NOVAK, J. D, y GOWIN, D. B. (1999): "Aprendiendo a Aprender". Editorial Martínez Roca. Barcelona España.
- FLORES, R. (1998): "Hacia una pedagogía del conocimiento". Editorial McGraw-Hill, interamericana. S.A. Santa Fe de Bogotá.
- ORTIZ, H. M. (1990): "Seminario taller en didáctica de las matemáticas". (Fundación Apredés, Colombia). Santa Fe de Bogotá.
- PÉREZ; R. F. (2004) Concept Maps: Fundamental Elements for Intervention, *Educational Researcher*, 23 (7), 5-12.
- PUJOL, J., Y FONS, J. (1978): "Los métodos de enseñanza Universitaria". Editorial Universidad de Navarra S.A. Navarra.
- RUIZ-PRIMO.M.A.& SHAVELSON, R.J(1996)Problems and issues in the use of concepts maps in science assessment. *Journal of Research in Science Teaching*, 33(6),589-800.

- ZUBIRÍA, M. (1994): "Tratado de pedagogía conceptual. N°1". Fondo de publicaciones Alberto Merani. Santa Fe de Bogotá.

#### **WEB SITES**

- CASTILLO, J. F., OLIVARES, B. (2001): "Mapas Conceptuales en Matemáticas". Consultado en [www.cip.es/netdidáctica/artículos/mapas](http://www.cip.es/netdidáctica/artículos/mapas)
- SEGOVIA L. (2001): "Los mapas conceptuales para procesar y ordenar" Consultado en: [segovia@hotmail.com](mailto:segovia@hotmail.com).

# **ANEXOS**

## ANEXO N°1

### UNIVERSIDAD DEL QUINDIO PROGRAMA CONTADURIA PUBLICA DIURNO Y NOCTURNO LISTA DE ESTUDIANTES ADMITIDOS PRIMER PERIODO ACADEMICO AÑO 2005\*

CODIGO				
82428	82426	82591	82502	83564
82431	82427	82593	82638	87191
82435	82429	82594	82648	87192
82436	82430	82595	82651	87211
82437	82432	82596	82654	87212
82442	82433	82597	82655	87213
82447	82434	82598	82656	87214
82448	82438	82600	82657	87215
82449	82439	82601	82658	82589
82450	82440	82602	82659	83285
82453	82441	82604	82660	83286
82455	82444	82610	82661	87407
82456	82452	82611	82662	87251
82457	82454	82612	82664	87253
82458	82461	82613	82666	87210
82459	82462	82614	82667	87148
82460	82463	82615	82669	87173
82464	82472	82617	82845	87134
82465	82474	82857	82846	87181
82467	82475	82858	82847	87124
82468	82480	82859	82848	87127
82469	82484	82860	82849	87101
82470	82487	82861	82851	
82471	82490	82863	82852	
82477	82492	82864	82853	
82479	82493	82865	82855	
82482	82494	82866	82856	
82483	82496	82867	83278	
82485	82497	83270	83279	
82488	82499	83287	83282	
82498	82500	83294	83283	
82588	82501	83295	83284	

\* Datos obtenidos de los archivos que tiene la oficina de Admisiones y Registros de la Universidad del Quindío.

## ANEXO N°2

**UNIVERSIDAD DEL QUINDIO  
PROGRAMA CONTADURIA PUBLICA DIURNO Y NOCTURNO  
LISTA DE ESTUDIANTES GRUPO EXPERIMENTAL  
RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PREPRUEBA Y POSTPRUEBA**

CODIGO	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
82428	2.0	3.7
82436	3.2	4.2
82442	2.0	3.5
82448	2.9	3.6
82450	3.0	4.0
82456	2.9	3.3
82458	2.7	3.2
82460	2.4	3.0
82464	2.8	3.8
82468	3.1	3.6
82470	2.0	3.3
82482	2.3	3.0
82488	2.3	2.5
82498	3.0	3.9
82588	2.1	2.8
82594	2.7	3.6
82596	3.5	4.8
82598	3.0	4.1
82600	2.6	3.6
82602	2.5	3.2
82604	2.6	2.9
82610	3.5	4.1
82612	2.7	3.9
82614	2.6	3.4
82858	2.4	3.3
82860	2.7	3.7
82864	2.7	3.7
82866	2.7	4.3
83270	2.7	3.9
83294	2.5	3.6
83564	2.3	2.7
87124	2.8	3.9
87192	3.1	4.3
87212	2.6	4.0
87214	2.3	3.5

**ANEXO N°3**  
**UNIVERSIDAD DEL QUINDIO**  
**PROGRAMA CONTADURIA PUBLICA DIURNO Y NOCTURNO**  
**LISTA DE ESTUDIANTES GRUPO CONTROL**  
**RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PREPRUEBA Y POSTPRUEBA**

CODIGO	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>
82431	2.9	3.6
82435	2.8	3.3
82437	3.0	3.9
82447	3.0	2.8
82449	3.4	3.2
82453	2.8	3.1
82455	2.9	3.1
82457	2.0	3.4
82459	2.7	3.3
82465	2.7	3.6
82467	3.2	3.2
82469	3.3	3.6
82471	2.6	2.8
82477	2.6	3.0
82479	2.2	2.8
82483	2.3	2.9
82485	3.2	3.6
82589	2.2	2.7
82591	2.3	2.9
82593	2.4	3.1
82595	2.4	3.1
82597	3.0	3.3
82601	2.3	2.5
82611	2.5	2.5
82613	2.8	3.2
82615	2.3	3.5
82617	2.3	3.7
82857	2.8	2.4
82859	2.6	3.4
82861	2.7	3.4
82863	2.3	3.0
82865	3.2	3.9
82867	2.8	3.3

83287	2.7	3.7
83295	3.7	4.1
87101	3.2	4.2
87127	2.4	2.9
87181	2.7	3.0
87191	2.8	3.5
87211	2.5	3.2
87213	2.6	2.6
87215	1.8	2.2

**ANEXO N°4**  
**UNIVERSIDAD DEL QUINDIO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS Y ADMINISTRATIVAS**  
**PROGRAMA CONTADURIA PUBLICA**

***PLAN DE CURSO - MATEMATICA GENERAL***

**ASIGNATURA:** MATEMATICAS GENERAL  
**SEMESTRE:** I  
**INTENSIDAD:** 4 HORAS SEMANALES  
**PROGRAMA:** CONTADURIA

### **1. JUSTIFICACIÓN**

La matemática aporta técnicas e instrumentos de indiscutible importancia para el desarrollo de la teoría y práctica de las ciencias contables. En particular, el estudio y aplicación de conceptos básicos de la matemática, como mecanismo de toma de decisiones en los ambientes de la organización, utiliza buena parte de ese instrumental, cuyos factores más relevantes se demarcan con la denominación de puntos de equilibrio, ingreso, utilidad, costo temas necesarios para abordar, desde la perspectiva de la empresa u organización, ejercicios de orden teórico y práctico en torno a los procesos de recolección almacenamiento, análisis y divulgación de información.

### **2. OBJETIVO GENERAL**

Fundamentar al estudiante de Contaduría Pública en el desarrollo de habilidades y destrezas, aplicando los conceptos básicos matemáticas que le permitan establecer criterios relacionados del saber matemático con otras áreas del conocimiento realizando aplicaciones concretas que sirvan para resaltar la teoría y que motiven al alumno a reflexionar, crítica, analizar problemas de cambio y movimiento.

### **3. COMPETENCIAS**

- El alumno desarrollará habilidades y destrezas que permitirán, establecer criterios que relacionen el saber matemático con otras áreas del conocimiento que se aplique a las ciencias económicas.

- El alumno afianzará y complementará los conocimientos de álgebra obtenidos es la básica secundaria, que serán necesarios en cursos posteriores de la carrera
- El alumno tendrá la capacidad de resolver y proponer problemas de aplicación a puntos de equilibrio entre oferta y demanda, crecimiento de población, depreciación y costo, exceso de utilidad neta, curva de demanda y disponibilidad a gastos de los consumidores, y valor promedio de los ingresos, costos inversiones.

#### 4. CONTENIDO

### DESARROLLO DE LA ASIGNATURA POR CAPITULOS Y SUBTEMAS CON HORAS DE TRABAJO PRESENCIAL E INDEPENDIENTES

#### UNIDAD I

OBJETIVOS ESPECÍFICOS									
CONTENIDOS	TRABAJO PRESENCIAL				TRABAJO INDEPENDIENTE				
Los números y sus propiedades	CM	SE	SP	IN	BI	LD	TA	DG	PC
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Números enteros y racionales. Números primos y números compuestos</li> <li>➤ Expansiones decimales finitas e infinitas periódica. Números racionales.</li> <li>➤ Números reales. Propiedades de los reales. La recta real.</li> <li>➤ Notación científica</li> </ul>	2	1	1	1	2	1	2	2	1
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Exponentes (potencia). Leyes de los exponentes</li> <li>➤ Exponentes negativos</li> <li>➤ Exponentes racionales y propiedades de los radicales. Simplificación</li> </ul>	2	1	1	1	2	1	1	2	1

## UNIDAD II

<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>
Multiplicar correctamente en forma abreviada y escribir expresiones algebraicas en forma factorizada. Simplificar expresiones racionales.

<b>CONTENIDOS</b>	<b>TRABAJO PRESENCIAL</b>				<b>TRABAJO INDEPENDIENTE</b>				
	<b>CM</b>	<b>SE</b>	<b>SP</b>	<b>IN</b>	<b>BI</b>	<b>LD</b>	<b>TA</b>	<b>DG</b>	<b>PC</b>
<b>Polinomios</b>									
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Operaciones con polinomios</li> <li>➤ Productos notables</li> <li>➤ Factorización de polinomios</li> </ul>	2	2	1	1	1	1	2	1	0
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Operación con polinomios</li> <li>➤ Expresiones racionales</li> <li>➤ Operación con expresiones racionales. Simplificación de expresiones racionales.</li> </ul>	2	2	2	1	1	2	3	3	0

## UNIDAD III

<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>									
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantear correctamente problemas que involucren ecuaciones o inecuaciones.</li> <li>• Resolver ecuaciones polinómicas.</li> </ul>									
<b>CONTENIDOS</b>	<b>TRABAJO PRESENCIAL</b>				<b>TRABAJO INDEPENDIENTE</b>				
<b>Ecuaciones</b>	<b>CM</b>	<b>SE</b>	<b>SP</b>	<b>IN</b>	<b>BI</b>	<b>LD</b>	<b>TA</b>	<b>DG</b>	<b>PC</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Problemas de aplicación en aspectos administrativos</li> <li>➤ Inversión, utilidades, toma de decisiones sobre precios.</li> </ul>	2	1	2	1	1	2	2	2	1
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Decisión de producción y políticas de ingreso</li> <li>➤ Ecuaciones lineales.</li> <li>➤ Problemas de aplicación</li> </ul>	2	1	1	1	1	2	2	2	1

OBJETIVOS ESPECÍFICOS									
➤ Ecuaciones cuadráticas. Problemas de aplicación	2	1	1	1	1	2	3	2	0
➤ Manejo de la calculadora									
➤ Desigualdades	2	1	2	1	1	2	3	1	1
➤ Desigualdades polinomiales y racionales									
➤ Ecuaciones y desigualdades con valor absoluto									

#### UNIDAD IV

OBJETIVOS ESPECÍFICOS									
Conocer y aplicar los conceptos básicos de funciones en situaciones prácticas									
CONTENIDOS	TRABAJO PRESENCIAL					TRABAJO INDEPENDIENTE			
	CM	SE	SP	IN	BI	LD	TA	DG	PC
<b>Funciones</b>									
➤ Funciones, dominio y rango	2	1	1	1	1	1	2	1	0
➤ Notación de función, operaciones y tipo de funciones									
➤ Funciones polinómicas	2	1	1	1	1	2	2	2	1
➤ Funciones exponenciales y logarítmicas									
➤ Traslaciones de ejes	2	1	1	1	1	2	2	2	1
➤ Funciones lineales, cuadráticas, inversas									
➤ Propiedades de la función logarítmica	2	1	1	1	1	2	2	2	1
➤ Ecuaciones exponenciales y logarítmicas									

CM = CLASE MAGISTRAL			BI = CONSULTAS BIBLIOGRAFICAS	
IN = INVESTIGACION o PRÁCTICA EN MAPLE			LD = LECTURAS DIRIGIDAS	
SE = SOLUCION EJERCICIOS			TA = TALLERES	
SP = SOLUCION DE PROBLEMAS			DG = DESARROLLO DE GUIAS	
			PC = PRACTICAS EN COMPUTADOR	

#### 5. CRITERIOS DE EVALUACION:

- **Autoevaluación:** evaluación realizada por el mismo sujeto evaluado sobre conocimientos que dejó la asignatura.
- **Heteroevaluación:** conjunto de evaluaciones realizadas por agentes externos y revestidos de autoridad.

- **Coevaluación:** ejercicio en el cual se intercambian las evaluaciones personales y se enriquecen con las evaluaciones de otras personas que participan en el proceso.

Aunque se tienen un seguimiento específico, es de anotar que la evaluación de la asignatura será continua y en cada sección se observara el progreso de los diferentes estudiantes, tanto práctica como teóricamente

Tipo de evaluación	Nota 1	Nota 2	Nota 3	total
Exámenes (heteroevaluación)	15%	15%	20%	50%
Trabajos	10%	10%	15%	35%
Talleres (coevaluación)	5%	5%	5%	15%
<b>Total</b>	30%	30%	40%	100%

## 6. MATERIAL PEDAGÓGICO

- ❖ Libros de consulta
- ❖ Talleres
- ❖ Guías de trabajo
- ❖ Calculadoras
- ❖ Computador
- ❖ Paquete Maple, además sugiero el Derive

## 7. LISTA DE BIBLIOGRAFIA A CONSULTAR

- ARYA JAGDISH/LARDNER ROBIN, *Matemática aplicada a la administración y la economía*. Editorial Prentice/Hall. , 1992
- HOFFMAN LAURENCE/BIADLEY GERARD, *Calculo aplicado a administración, economía, contaduría y ciencias sociales*. Editorial Mc. Graw-Hill.
- RAYMOND A. BARNETT. *Algebra y trigonometría*. Mc. GraW -Hill. Tercera edición.
- LARSON ROBERT. *Cálculo con geometría analítica* vol. I. Mc Graw Hill. Quinta edición. 1995.
- HEAL, M. *Maple V release 5 Learning Guide*. Springer Verlag. 1998
- CHAR, Bruce. *Maple V First Leaves: A tutorial Introduction*. Springer Verlag. 1992

**ANEXO N°5**  
**UNIVERSIDAD DEL QUINDIO**  
**PROGRAMA CONTADURIA PLUBLICA**  
**FICHA TECNICA - ESTUDIANTES DE PRIMER SEMESTRE**

**Asignatura: Matemáticas General**

**Objetivo:** Evaluar el desarrollo de la unidad didáctica en el tema de factorización a través de la construcción de mapas conceptuales.

Dimensiones e indicadores	apreciación	
	Sí	No
<b><u>EL DOCENTE:</u></b>		
Planteó los contenidos a desarrollar en el tema de factorización		
Indicó bibliografías y/o trabajos preliminares que permitieron desarrollar el tema de la factorización de manera más clara y eficiente.		
Expuso lo fundamental del tema y algunos ejercicios		
Prestó ayuda en algunos puntos no clarificados asegurándose de que el mapa contenga todo el contenido necesario para que todos aprendieran el tema de factorización		
Propuso los subtemas para trabajar de manera individual y por grupo		
Dio normas complementarias sobre el desarrollo del tema de factorización		
Proporcione ejercicios complementarios y bibliografía adicional sobre el tema de factorización		
<b><u>EL ESTUDIANTE:</u></b>		
Consulto la bibliografía y/o los trabajos preliminares propuestos por el docente y extrajo lo más importante que encuentran sobre el tema de factorización		
Usted individualmente construyó y expuso un mapa conceptual de cada contenido a desarrollar en el tema de la factorización		
Expuso con claridad el resultado de su trabajo; indicó cuáles son los conceptos nuevos y previos que utilizó para la construcción de los mapas, definió y aclaró dudas planteadas por sus compañeros y/o el docente. Además se dialogó sobre los conceptos y relaciones que les generan mayor grado de dificultad		
Construyeron un mapa conceptual con ayuda del docente, el cual se tomó como guía para el aprendizaje de algunos contenidos a desarrollar en el tema de factorización		
Prepararon adecuadamente sus tareas previas.		
Utilizaron la herramienta de mapas conceptuales.		
El docente y los estudiantes seleccionaron el mapa conceptual mejor elaborado sobre el contenido propuesto, debatieron sobre el contenido y completaron la construcción del mismo; tuvieron presente las investigaciones preliminares realizadas sobre el tema, hasta lograr un mapa lo mejor estructurado sobre factorización		

**ANEXO N°6**  
**UNIVERSIDAD DEL QUINDIO**  
**PROGRAMA CONTADURIA PLUBLICA**  
**FICHA TECNICA - ESTUDIANTES DE PRIMER SEMESTRE**

**Asignatura: Matemáticas General**

**Objetivo:** Evaluar el desarrollo de la unidad didáctica en el tema de factorización a través del método de clase magistral.

indicadores	apreciación	
	Si	No
<b><u>EL DOCENTE:</u></b>		
Introduce adecuadamente la lección		
Conoce adecuadamente el tema de factorización.		
Prevé el uso de material didáctico		
Relaciona el tema de factorización con la realidad.		
Utiliza una comunicación efectiva.		
El docente tiene en cuenta el tiempo de la clase.		
Desarrolla el tema de factorización con un tono de voz adecuado		
Acompaña el desarrollo del tema de factorización con abundante material audiovisual.		
Ilustra con ejemplos significativos		
Permite la participación de los estudiantes, a través de preguntas y dudas sobre el tema de factorización.		
Resume de manera apropiada el contenido del tema		
Plantea ejercicios de aplicación.		
Propone lecturas.		
Refuerza el tema con otras actividades.		
El tema es: Coherente, con un nivel de profundidad adecuado, organizado orgánicamente.		
<b><u>EL ESTUDIANTE</u></b>		
Participa en la elaboración de los objetivos que se persiguen al desarrollar el tema de factorización		
Participa en la construcción de las actividades que se van a desarrollar		
Participa en los procedimientos de evaluación del tema de factorización		
Escucha la exposición del docente.		
Toma apuntes de lo que dice el docente		
Interviene algunas veces en el desarrollo del tema		
Desarrolla los ejercicios y trabajos planteados por el docente		

**ANEXO N°7**  
**UNIVERSIDAD DEL QUINDIO**  
**PROGRAMA CONTADURIA PUBLICA**  
**PRUEBA APLICADA A ESTUDIANTES DE I SEMESTRE**  
**Tema: "Factorización"**

**NOMBRE COMPLETO** \_\_\_\_\_ **CODIGO** \_\_\_\_\_ **NOTA** \_\_\_\_\_

**OBJETIVO:** identificar el nivel de conocimiento que tiene los estudiantes de primer semestre del Programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío sobre el tema de factorización. Además evaluar el aprendizaje significativo de la factorización, teniendo en cuenta indicadores como: comprensión del tema, conocimientos previos, relación de conceptos nuevos y previos, transferencia, ejemplificación, interpretación, inclusión, generalización. Y verificar la equivalencia inicial de los grupos experimental y de control.

**INSTRUCCIÓN:** La prueba tiene preguntas de selección múltiple con única respuesta, lea cada pregunta y analice cada respuesta de acuerdo a sus conocimientos; marque con una **X** la opción correcta. Además, tiene preguntas en las cuales usted debe realizar el proceso matemático y argumentar con teoría (conceptos previos de matemáticas básica, propiedades de los números reales, propiedades de las potencias, polinomios, operaciones con polinomios, casos de factorización) la respuesta.

1. El propósito que se persigue al simplificar una expresión algebraica es:
  - A. Reducir una expresión compleja a una más simple; expresándola en términos diferentes pero equivalente a la expresión original
  - B. Reducir una expresión compleja a una más simple; expresándola en términos diferentes a la expresión original.
  - C. Reducir una expresión compleja a una más simple; la cual es el producto de factores convenientes.
  - D. Reducir una expresión compleja a una más simple multiplicándola por su inverso multiplicativo
  - E. Reducir una expresión compleja a una más simple; transformándola en un valor numérico al darle valores a su variable.
  
2. Factorizar una expresión algebraica o polinomio, es expresar el polinomio como:
  - A. El producto de dos o más factores, porque lo que se busca es mostrar que se puede expresar de forma más sencilla y manejable, para encontrar los valores de la variable que hacen igual a cero al polinomio o para aplicarlo en diversas situaciones.

- B. El producto de un factor, porque lo que se busca es encontrar los valores de la variable que hacen igual a cero al polinomio, sin importar la forma de expresarlo ni su utilidad.
  - C. El producto de dos o más factores, porque lo que se busca es simplificarlo de manera que quede expresado de otra forma, para encontrar cualquier valor de la variable que forma el polinomio y no tiene utilidad en otros procesos.
  - D. El producto de un factor, porque lo que se busca es encontrar sus raíces de forma más sencilla y manejable; además, porque lo que se pretende es poder aplicarlo en la factorización de otros polinomios.
  - E. El producto de varios factores; porque lo que se busca es verificar si se aplican adecuadamente las técnicas de factorización, sin importar la forma de expresarlo o su uso en diversas situaciones.
3. Al aplicar las técnicas de factorización se debe tener en cuenta:
- A. El número de términos y/o el grado del polinomio; ya que ninguna técnica de factorización tiene como regla conocer el grado del polinomio, pero si el número de términos para poder ordenarlo de mayor a menor.
  - B. El número de términos y/o el grado del polinomio; ya que existe una técnica específica de factorización según las características del polinomio, el cual requiere ser ordenado de mayor a menor.
  - C. El grado del polinomio; ya que las técnicas de factorización se aplican según las características del polinomio, sin tener en cuenta los términos del polinomio sólo se ordena de mayor a menor de acuerdo a los grados de la variable.
  - D. El número de términos del polinomio; ya que cada técnica de factorización se aplica según el número de términos del polinomio, independiente del grado y del orden.
  - E. El número de términos y el grado del polinomio; ya que las técnicas de factorización se aplican teniendo en cuenta la relación que existe con el número de términos y se aplican de manera ordenadas de acuerdo a las características del polinomio.
4. Si desea factorizar completamente el polinomio  $9c^3 - 36b^2c$  se debe:
- A. Encontrar el factor común de las variables y luego aplicar la técnica de factorización llamada: diferencia de cuadrados.
  - B. Encontrar factor común de las constantes y variables y luego aplicar la técnica de factorización llamada: diferencia de cuadrados.
  - C. Encontrar factor común de las constantes y variables y luego aplicar la técnica de factorización llamada binomio cuadrado perfecto.
  - D. Aplicar la técnica de factorización llamada: diferencia de cuadrados o factor común ya que es un binomio.
  - E. Encontrar el factor común de variables y constantes y luego cualquier técnica de factorización ya que se tiene un binomio.

5. El gerente de una fabrica de telas desea determinar cuantos metros de tela debe producir y vender para no obtener ni pérdidas ni ganancias. Él sabe que las ganancias de la fabrica están representadas por la función:

$$f(x) = 15x^2 - 31x + 14$$

x representa el número de metros de tela producidos y vendidos.

Para que el gerente pueda saber cuántos metros de tela debe producir y vender de manera de no generar pérdida o ganancia se debe:

- A. Factorizar la función de ganancia, para encontrar los valores de X (metros de tela) que vuelven negativa la función cuando se reemplazan; y si la vuelven negativa, es porque no hay pérdida ni ganancia con estos metros de tela (X) producidos y vendidos.
  - B. Factorizar la función de ganancia, para poder hallar las raíces del polinomio, estas raíces son los valores de X (metros de tela) que hacen cero la función cuando se reemplazan; y si la hacen cero es porque no hay ni pérdida ni ganancia para estos metros de tela (X) producidos y vendidos.
  - C. Factorizar la función de ganancia para que sea más sencillo y manejable encontrar los valores de X (metros de tela) que vuelven positiva la función cuando se reemplazan; . y si hacen positiva la función es porque no hay pérdida ni ganancia, con estos metros de tela (X) producimos y vendidos.
  - D. Factorizar la función de ganancia para, encontrar los ingresos, costos y los valores de X (metros de tela) que no indeterminan la función; y si no la indeterminan, es porque no hay pérdida ni ganancia, con estos metros de tela (X) producimos y vendidos.
  - E. Factorizar la función de ganancia utilizando una técnica en particular para encontrar los valores de X (metros de tela) que se deben producir y vender para obtener ingresos, costos y pérdida o ganancia.
6. En el siguiente gráfico cada barra oscura representa menos (-) una unidad de **y**, las barras claras representan más (+) una unidad de **y**, cada cuadro oscuro pequeño representa menos (-) una unidad; además, cada lado del cuadrado está representado por **y**.



Teniendo en cuenta la información anterior indique cual de las siguientes expresiones, representa el área de la figura propuesta.

- A.  $(y - 4)(y + 3)$ : al área del cuadrado se le está restando una unidad menos un valor constante que es doce.
  - B.
  - C.  $(y + 4)(y - 3)$ : al área del cuadrado se le está restando una unidad menos un valor constante que es doce.
  - D.  $(y + 4)(y + 3)$ : al área del cuadrado se le está sumando siete unidades más un valor constante que es doce.
  - E.  $(y - 4)(y - 3)$ : al área del cuadrado se le está restando siete unidades más un valor constante que es doce.
  - F.  $(y - 4)(y + 2)$ : al área del cuadrado se le está sumando 4 unidades más un valor constante que es 8.
7. Proponga dos ejemplos de factorización de polinomios y argumente apoyándose en bases teóricas (conceptos previos de matemáticas básica, propiedades de los números reales, propiedades de las potencias, polinomios, operaciones con polinomios, casos de factorización) todos los pasos a seguir en el proceso. Además, justifique su aplicación.

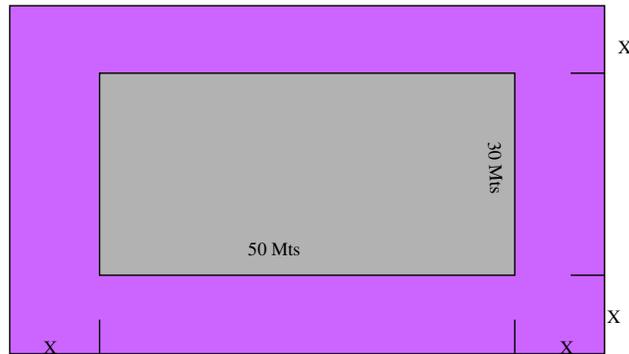
Ejemplo 1	Argumentación teórica

Ejemplo 2	Argumentación teórica

8. Una persona desea cercar un terreno rectangular que tiene una longitud de 3mts menos que cuatro veces su ancho, y su perímetro es 19 metros. ¿Cómo calcularía usted sus dimensiones?
- A. Expresaría la longitud del rectángulo en términos de X y su ancho en términos de 4 veces X menos 3, luego calcularía el área del mismo, para en contra el valor de X de la ecuación que se forma al igualar el área a 19, dicho valor de X lo obtendría realizando procesos matemáticos sobre la ecuación, el valor encontrado sería ancho y la longitud la obtendría reemplazando el valor de X en la ecuación de longitud.
- B. Expresaría el ancho del rectángulo en términos de X, su longitud en 4 veces X menos 3, luego calcularía el perímetro del mismo sumando: 2 veces su ancho más 2 veces su longitud. Para en contra el valor de X igualaría la expresión encontrada del perímetro a 19 y realizaría procesos matemáticos para encontrar el valor de X de la ecuación; este valor encontrado sería ancho y la longitud la obtendría reemplazando el valor de X en la ecuación de longitud.
- C. Expresaría la longitud del rectángulo en términos de la variable X y su ancho en términos de 4 veces la variable Y menos 3, luego calcularía el área y el perímetro del mismo, realizaría procesos matemáticos para encontrar el valor de X y de Y de las dos ecuaciones igualando a 19 tanto el área como el perímetro; El valor de X encontrado sería ancho y la longitud la obtendría reemplazando el valor de Y en la ecuación de longitud.
- D. Expresaría la longitud de rectángulo en términos de la variable X y su ancho en términos 4 veces la variable Y menos 3, luego calcularía el perímetro del mismo, para en contra el valor de X y de Y realizaría procesos matemáticos para encontrar el valor de X y de Y de la ecuación igualando a 19 el perímetro; El valor de X encontrado sería ancho y la longitud la obtendría reemplazando el valor de Y en la ecuación de longitud.
- E. Expresaría la longitud del rectángulo en términos de la variable X y su ancho le asignaría el valor de 1 por la resta de 4 con 3, luego calcularía el perímetro del mismo sumando: 2 veces su ancho más 2 veces su longitud. Para en contra el valor de X igualaría la expresión encontrada del perímetro a 19 y realizaría procesos matemáticos

para encontrar el valor de  $X$  de la ecuación; este valor encontrado sería ancho y la longitud la obtendría reemplazando el valor de  $X$  en la ecuación de longitud.

9. El siguiente diagrama representa un parque que contiene un jardín de flores de 50 mts de largo y 30 mts de ancho rodeado por un sendero o andador de ancho uniforme. Si el área del marco es de  $600 \text{ mts}^2$ . ¿Qué procesos matemáticos realizaría usted para calcular el ancho del sendero?



Proceso matemático	Argumentación teórica

10. Una Decoradora diseña y vende lámparas para muros y puede vender a \$75000 cada una, todas las que puede producir; donde  $X$  es el número de lámparas fabrica en un día. La diseñadora por experiencia sabe que el costo diario de producción es

$X^2 + 25x + 96$ . ¿Cuál es el proceso matemático que se debe seguir para hallar el número de lámparas producidas y vendidas que no generan pérdida?

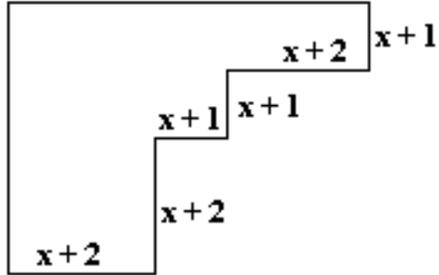
Proceso matemático	Argumentación teórica

11. Realizar la factorización del siguiente polinomio. Identifique los conceptos previos (propiedades de los números reales, propiedades de los exponentes, propiedades de las raíces, operaciones entre polinomios) que aplicó para poder factorizar el siguiente polinomio:

$$x^2 - y^2 + 4y - 4$$

Proceso matemático	Argumentación teórica

12. Halle una fórmula para calcular el área de la siguiente figura y exprese la respuesta con polinomios.



Proceso matemático

## JUSTIFICACIÓN DE CADA PREGUNTA

Lo siguiente es la justificación de cada pregunta propuesta en la preprueba y postprueba, teniendo en cuenta para su elaboración la operacionalización de la variable dependiente "**aprendizaje significativo de la factorización de polinomios**". Y el valor asignado a cada respuesta se hace teniendo en cuenta los indicadores propuestos para cada dimensión de la variable antes mencionada.

**Pregunta 1:** Analiza si el estudiante comprende el objetivo que se persigue al simplificar una expresión algebraica; además, si tiene claro la relación de equivalencia que se presenta en este proceso. Es una pregunta de selección múltiple con única respuesta, evalúa la competencia básica interpretativa.

**Pregunta 2:** Analiza si el estudiante comprende el concepto de factorizar una expresión algebraica; además si tiene la capacidad de argumentar con ideas claras y con lógica el propósito de realizar dicho proceso. Es una pregunta de selección múltiple con única respuesta, evalúa la competencia básica argumentativa.

**Pregunta 3:** Analiza si el estudiante comprende, argumenta o justifica adecuadamente; además, si tiene claro los preconceptos sobre polinomios, elementos y clasificación de polinomios, si relaciona dichos preconceptos con las técnicas de factorización siguiendo pasos ordenados y lógicos. Es una pregunta de selección múltiple con única respuesta, evalúa la competencia básica argumentativa.

**Pregunta 4:** Analiza: si el estudiante tiene claro los conceptos de variables y constantes, si aplica pasos lógicos y ordenados al factorizar un polinomio; además, si utiliza la técnica de factorización apropiada según el problema, teniendo en cuenta grado y número de términos del polinomio. Es una pregunta de selección múltiple con única respuesta, evalúa las competencias básicas interpretativa y argumentativa.

**Pregunta 5:** Analiza si el estudiante resuelve apropiadamente un problema de una situación específica, si realiza análisis sistemático con suficiente argumentación y fundamentación; además si aplica las técnicas de factorización relacionando cada concepto en ordenada y lógica. Es una pregunta de selección múltiple con única respuesta, evalúa las competencias básicas interpretativa y argumentativa.

**Pregunta 6:** Identifica la capacidad que tiene el estudiante para trabajar con lenguaje gráfico y con lenguaje simbólico, además si utiliza adecuadamente los conceptos de variable y constantes, y si aplica apropiadamente los signos de suma y resta al factorizar un determinado polinomio. Es una pregunta de selección múltiple con única respuesta, evalúa las competencias básicas interpretativa, propositiva y argumentativa.

**Pregunta 7:** Observa la capacidad que tiene el estudiante para proponer una nueva idea, se analiza el manejo adecuado de los conceptos previos y nuevos que posee sobre: ecuaciones, propiedades de los números reales, propiedades de los exponentes, casos de factorización, operación con polinomios y la capacidad de argumentar con bases teóricas los procesos realizados; además, si relaciona los conceptos de variables y constantes. Es una pregunta abierta, evalúa las competencias básicas argumentativa y propositiva.

**Pregunta 8:** Identifica la capacidad que tiene el estudiante en el manejo de los conceptos previos y nuevos que posee sobre: ecuaciones lineales, solución de ecuación al resolver un problema específico; además, si relaciona adecuadamente los conceptos de variables y constantes. Es una pregunta de selección múltiple con única respuesta, evalúa las competencias básicas argumentativa y propositiva.

**Pregunta 9:** Observa la capacidad que tiene el estudiante para: trabajar con lenguaje gráfico, con lenguaje simbólico, desarrollar procesos matemáticos de forma ordenada y lógica, de argumentar con base teórica los procesos realizados, de interpretar y de realizar transferencia de conocimientos a una situación específica; además, si utiliza adecuadamente las variables, constantes y si aplica la técnica de factorización adecuada. Es una pregunta abierta, evalúa las competencias básicas interpretativa y argumentativa.

**Pregunta 10:** se observa la capacidad que tiene el estudiante de aplicar los conceptos previos y nuevos para dar solución a un problema específico, se analiza si desarrolla procesos matemáticos de forma ordenada y lógica, su capacidad de argumentar con bases teóricas, de interpretar y, si utiliza adecuadamente las variables, constantes y si aplica la técnica de factorización. Es una pregunta abierta, evalúa las competencias básicas interpretativa y argumentativa.

**Pregunta 11:** se observa la capacidad que tiene el estudiante al desarrollar procesos matemáticos de forma ordenada y lógica; si argumenta con base teórica los procesos realizados; interpreta y si utiliza adecuadamente las variables y constantes; si aplica la técnica de factorización adecuada. Es una pregunta abierta, evalúa las competencias básicas interpretativa y argumentativa.

**Pregunta 12:** se observa la capacidad que tiene el estudiante para: trabajar con lenguaje gráfico; con lenguaje simbólico; desarrollar procesos matemáticos de forma ordenada y lógica, de argumentar con base teórica los procesos realizados, de interpretar; además, si utiliza adecuadamente las variables, constantes y si aplica la técnica de factorización adecuada. Es una pregunta abierta, evalúa las competencias básicas propositiva, interpretativa y argumentativa.

**ANEXO N°8**  
**UNIVERSIDAD DEL QUINDIO**  
**PROGRAMA CONTADURIA PUBLICA**  
**PRUEBA APLICADA A ESTUDIANTES DE I SEMESTRE**  
**Tema: "Factorización"**

**NOMBRE COMPLETO** \_\_\_\_\_ **CODIGO** \_\_\_\_\_ **NOTA** \_\_\_\_\_

**OBJETIVO:** identificar el nivel de conocimiento que tiene los estudiantes de primer semestre del Programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío sobre el tema de factorización, luego de haber desarrollado la unidad didáctica con la estrategia didáctica constructiva a través de mapas conceptuales Además evaluar el aprendizaje significativo de la factorización, teniendo en cuenta indicadores como: comprensión del tema, conocimientos previos, relación de conceptos nuevos y previos, transferencia, ejemplificación, interpretación, inclusión, generalización.

**INSTRUCCIÓN:** esta prueba tiene preguntas de selección múltiple con única respuesta, lea cada pregunta y analice cada respuesta de acuerdo a sus conocimientos; marque con una **X** la opción correcta. Además tiene preguntas en las cuales usted debe realizar el proceso matemático y argumentar con teoría (conceptos previos de matemáticas básica, propiedades de los números reales, propiedades de las potencias, polinomios, operaciones con polinomios, casos de factorización) la respuesta.

1. Al aplicar las técnicas de factorización se debe tener en cuenta:
  - A. El número de términos y/o el grado del polinomio; ya que ninguna técnica de factorización tiene como regla conocer el grado del polinomio, pero si el número de términos para poder ordenarlo de mayor a menor.
  - B. El número de términos y/o el grado del polinomio; ya que existe una técnica específica de factorización según las características del polinomio, el cual requiere ser ordenado de mayor a menor.
  - C. El grado del polinomio; ya que las técnicas de factorización se aplican según las características del polinomio, sin tener en cuenta los términos del polinomio sólo se ordena de mayor a menor de acuerdo a los grados de la variable.
  - D. El número de términos del polinomio; ya que cada técnica de factorización se aplica según el número de términos del polinomio, independiente del grado y del orden.
  - E. El número de términos y el grado del polinomio; ya que las técnicas de factorización se aplican teniendo en cuenta la relación que existe con el número de términos y se aplican de manera ordenadas de acuerdo a las características del polinomio.

2. El propósito que se persigue al simplificar una expresión algebraica es:
- Reducir una expresión compleja a una más simple; expresándola en términos diferentes a la expresión original.
  - Reducir una expresión compleja a una más simple multiplicándola por su inverso multiplicativo
  - Reducir una expresión compleja a una más simple; transformándola en un valor numérico al darle valores a su variable.
  - Reducir una expresión compleja a una más simple; la cual es el producto de factores convenientes.
  - Reducir una expresión compleja a una más simple; expresándola en términos diferentes pero equivalente a la expresión original.
3. Factorizar una expresión algebraica o polinomio, es expresar el polinomio como:
- El producto de un factor, porque lo que se busca es encontrar los valores de la variable que hacen igual a cero al polinomio, sin importar la forma de expresarlo ni su utilidad.
  - El producto de dos o más factores, porque lo que se busca es simplificarlo de manera que quede expresado de otra forma, para encontrar cualquier valor de la variable que forma el polinomio y no tiene utilidad en otros procesos.
  - El producto de dos o más factores, porque lo que se busca es mostrar que se puede expresar de forma más sencilla y manejable, para encontrar los valores de la variable que hacen igual a cero al polinomio o para aplicarlo en diversas situaciones.
  - El producto de un factor, porque lo que se busca es encontrar sus raíces de forma más sencilla y manejable; además, porque lo que se pretende es poder aplicarlo en la factorización de otros polinomios.
  - El producto de varios factores; porque lo que se busca es verificar si se aplican adecuadamente las técnicas de factorización, sin importar la forma de expresarlo o su uso en diversas situaciones.
4. Si desea factorizar completamente el polinomio  $5x^3 - 20xy^2$  se debe:
- Encontrar el factor común de las variables y luego aplicar la técnica de factorización llamada: diferencia de cuadrados.
  - Encontrar factor común de las constantes y variables y luego aplicar la técnica de factorización llamada binomio cuadrado perfecto.
  - Aplicar la técnica de factorización llamada: diferencia de cuadrados o factor común ya que es un binomio.
  - Encontrar el factor común de variables y constantes y luego cualquier técnica de factorización ya que se tiene un binomio-
  - Encontrar factor común de las constantes y variables y luego aplicar la técnica de

factorización llamada: diferencia de cuadrados.

5. El gerente de una fabrica de telas desea determinar cuantos metros de tela debe producir y vender para no obtener ni pérdidas ni ganancias. El sabe que las ganancias de la fabrica están representadas por la función  $f(x) = 15x^2 - 31x + 14$ , donde  $x$  representa el número de metros de tela producidos y vendidos. Para que el gerente pueda saber cuántos metros de tela debe producir y vender de manera de no generar pérdida o ganancia se debe:
  - A. Factorizar la función de ganancia, para encontrar los valores de  $X$  (metros de tela) que vuelven negativa la función cuando se reemplazan; y si la vuelven negativa, es porque no hay pérdida ni ganancia con estos metros de tela ( $X$ ) producidos y vendidos.
  - B. Factorizar la función de ganancia para poder hallar las raíces del polinomio; estas raíces son los valores de  $X$  (metros de tela) que hacen cero la función cuando se reemplazan; y si la hacen cero es porque no hay ni pérdida ni ganancia para estos metros de tela ( $X$ ) producidos y vendidos.
  - C. Factorizar la función de ganancia para que sea más sencillo y manejable encontrar los valores de  $X$  (metros de tela) que vuelven positiva la función cuando se reemplazan; y si hacen positiva la función es porque no hay pérdida ni ganancia, con estos metros de tela ( $X$ ) producimos y vendidos.
  - D. Factorizar la función de ganancia para, encontrar los ingresos, costos y los valores de  $X$  (metros de tela) que no indeterminan la función; y si no la indeterminan, es porque no hay pérdida ni ganancia, con estos metros de tela ( $X$ ) producimos y vendidos.
  - E. Factorizar la función de ganancia utilizando una técnica en particular para encontrar los valores de  $X$  (metros de tela) que se deben producir y vender para obtener ingresos, costos y pérdida o ganancia.
6. En el siguiente gráfico cada barra oscura representa menos (-) una unidad de  $y$  cada lado del cuadrado está representado por  $y$ .



Teniendo en cuenta la información anterior indique cual de las siguientes expresiones, representa el área de la figura propuesta.

- A.  $(y - 4)(y + 3)$ : al área del cuadrado se le resta una unidad.
- B.  $y(y - 3)$ : al área del cuadrado se le resta tres unidades.
- C.  $y(y + 3)$ : al área del cuadrado se le suman tres unidades.

- D.  $y(y + 1)$ : al área del cuadrado se le suma una unidad.
- E.  $(y + 3)$ : al área del cuadrado se le suman 4 unidades.
7. Proponga dos ejemplos de factorización de polinomios y argumente apoyándose en bases teóricas (conceptos previos de matemáticas básica, propiedades de los números reales, propiedades de las potencias, polinomios, operaciones con polinomios, casos de factorización) todos los pasos a seguir en el proceso. Además, justifique su aplicación.

Ejemplo 1	Argumentación teórica

Ejemplo 2	Argumentación teórica

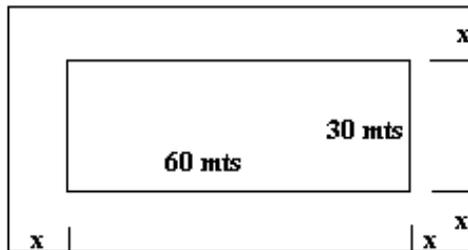
--	--

8. Una persona desea cercar un terreno rectangular que tiene una longitud de 3mts menos que cuatro veces su ancho, y su perímetro es 38 metros. ¿Cómo calcularía usted sus dimensiones?
- A. Expresaría la longitud del rectángulo en términos de X y su ancho en términos de 4 veces X menos 3, luego calcularía el área del mismo, para en contra el valor de X de la ecuación que se forma al igualar el área a 38, dicho valor de X lo obtendría realizando procesos matemáticos sobre la ecuación, el valor encontrado sería ancho y la longitud la obtendría remplazando el valor de X en la ecuación de longitud.
- B. Expresaría la longitud del rectángulo en términos de la variable X y su ancho en términos de 4 veces la variable Y menos 3, luego calcularía el área y el perímetro del mismo, realizaría procesos matemáticos para encontrar el valor de X y de Y de las dos ecuaciones igualando a 38 tanto el área como el perímetro; El valor de X encontrado sería ancho y la longitud la obtendría remplazando el valor de Y en la ecuación de longitud.
- C. Expresaría la longitud de rectángulo en términos de la variable X y su ancho en términos 4 veces la variable Y menos 3, luego calcularía el perímetro del mismo, para en contra el valor de X y de Y realizaría procesos matemáticos para encontrar el valor de X y de Y de la ecuación igualando a 38 el perímetro; El valor de X encontrado sería ancho y la longitud la obtendría remplazando el valor de Y en la ecuación de longitud.
- D. Expresaría la longitud del rectángulo en términos de la variable X y su ancho le asignaría el valor de 1 por la resta de 4 con 3, luego calcularía el perímetro del mismo sumando: 2 veces su ancho más 2 veces su longitud. Para en contra el valor de X igualaría la expresión encontrada del perímetro a 38 y realizaría procesos matemáticos para encontrar el

valor de X de la ecuación; este valor encontrado sería ancho y la longitud la obtendría reemplazando el valor de X en la ecuación de longitud.

- E. Expresaría el ancho del rectángulo en términos de X, su longitud en 4 veces X menos 3, luego calcularía el perímetro del mismo sumando: 2 veces su ancho más 2 veces su longitud. Para en contra el valor de X igualaría la expresión encontrada del perímetro a 38 y realizaría procesos matemáticos para encontrar el valor de X de la ecuación; este valor encontrado sería ancho y la longitud la obtendría reemplazando el valor de X en la ecuación de longitud.

9. El siguiente diagrama representa un parque que contiene un jardín de flores de 60 mts de largo y 30 mts de ancho rodeado por un sendero o andador de ancho uniforme. Si el área del marco es de 6000 mts<sup>2</sup>. ¿Que procesos matemáticos realizaría usted para calcular el ancho del sendero?



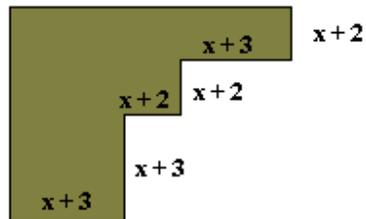
Proceso matemático	Argumentación teórica

10. Realizar la factorización del siguiente polinomio. Identifique los conceptos previos (propiedades de los números reales, propiedades de los exponentes, propiedades de las raíces, operaciones entre polinomios) que aplicó para poder factorizar el siguiente polinomio:

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - y^2 + 4y - 4$$

Proceso matemático	Argumentación teórica

11. Halle una fórmula para calcular el área de la siguiente figura y exprese la respuesta con polinomios.



**Proceso Matemático**

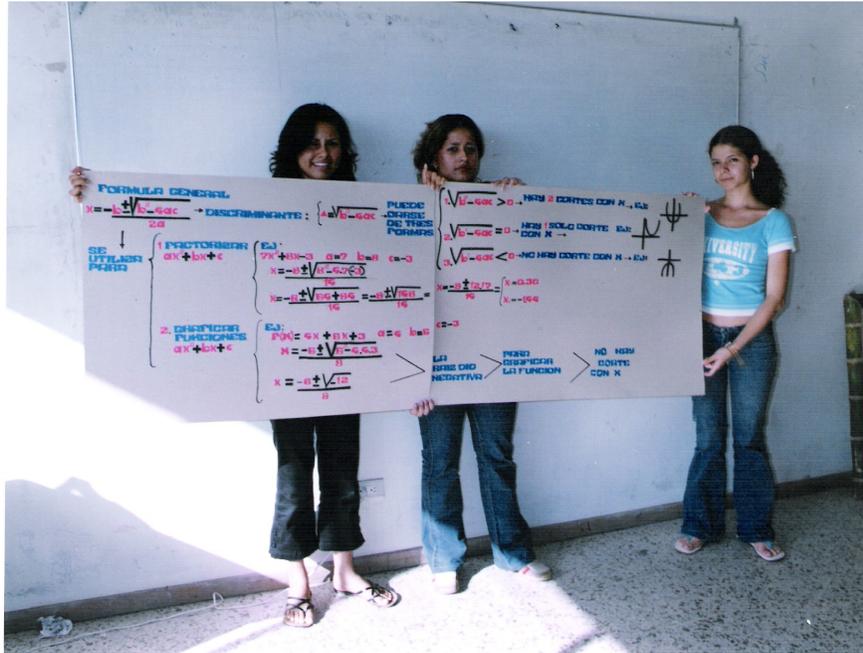
12. Una Decoradora diseña y vende lámparas para muros y puede vender a \$75000 cada una, todas las que puede producir; donde X es el número de lámparas fabrica en un día. La diseñadora por experiencia sabe que el costo diario de producción es  $X^2 + 25x + 96$ . ¿Cuál es el proceso matemático que se debe seguir para hallar el número de lámparas producidas y vendidas que no generan pérdida?

<b>Proceso matemático</b>	<b>Argumentación teórica</b>

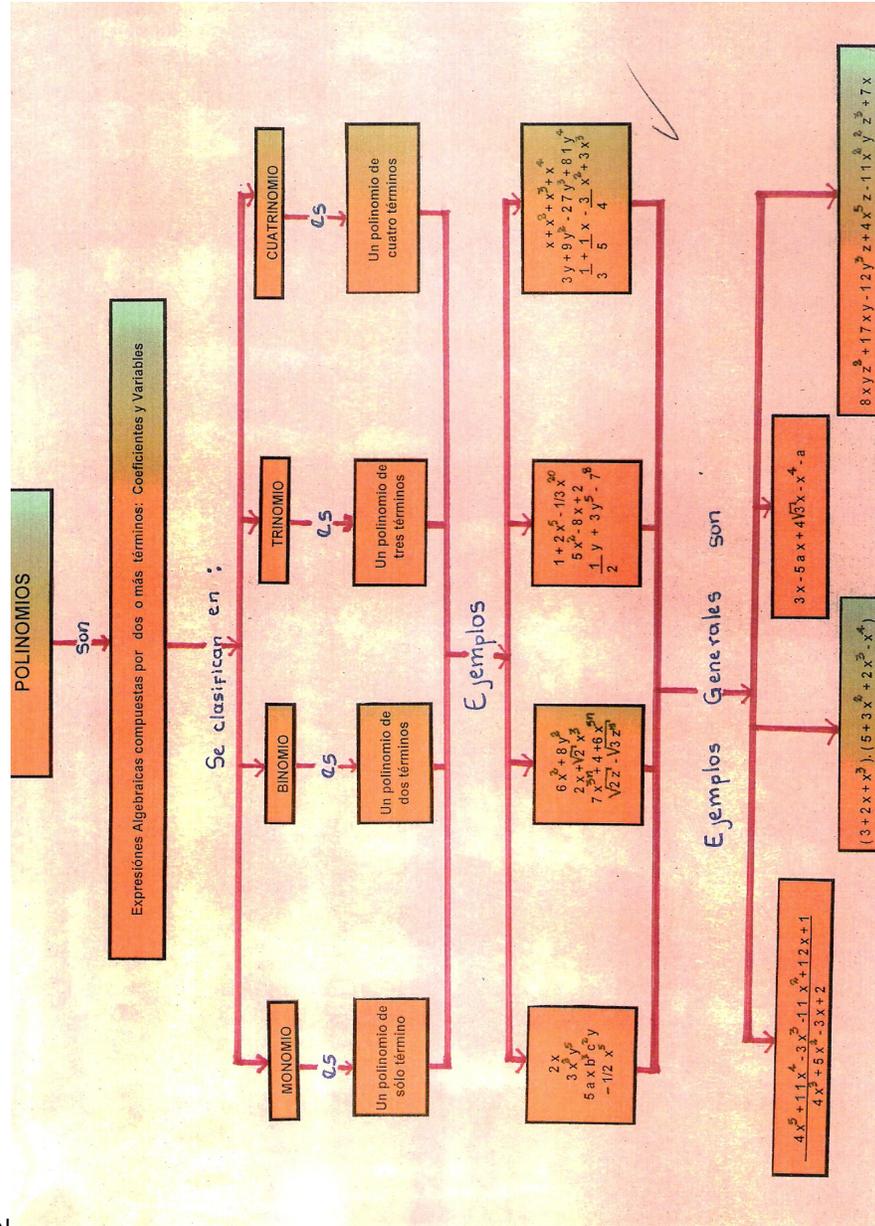
**ANEXO Nº9 EVIDENCIA FOTOGRAFICA DE DESARROLLO DE LA UNIDAD DIDACTICA.**







ANEXO N°10 MAPAS CONCEPTUALES ELABORADOS POR LOS ESTUDIANTES  
 SOBRE EL TEMA DE FACTORIZACION



NN

MAPAS CONCEPTUALES ELABORADOS POR LOS ESTUDIANTES

