

LA COMPRENSIÓN DE LA FACTORIZACIÓN A TRAVÉS DE UNA  
PROPUESTA DE DOCENCIA VIRTUAL EN INGENIERIA DE SISTEMAS Y  
TELECOMUNICACIONES DE LA UNIVERSIDAD DE MANIZALES

CARLOS ALBERTO OSPINA PARRA

UNIVERSIDAD DE MANIZALES  
FACULTADES DE EDUCACIÓN Y PSICOLOGÍA  
MAESTRIA EN EDUCACIÓN  
MANIZALES  
2007

LA COMPRENSIÓN DE LA FACTORIZACIÓN A TRAVES DE UNA  
PROPUESTA DE DOCENCIA VIRTUAL EN INGENIERÍA DE SISTEMAS Y  
TELECOMUNICACIONES DE LA UNIVERSIDAD DE MANIZALES

CARLOS ALBERTO OSPINA PARRA

Tesis de grado para optar el título de magíster en educación

Directora  
MARTHA CECILIA GUTIÉRREZ GIRALDO  
Doctora en ciencias de la educación

UNIVERSIDAD DE MANIZALES  
FACULTADES DE EDUCACIÓN Y PSICOLOGÍA  
MANIZALES  
2007

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado



## DEDICATORIA

A mi esposa Martha Cecilia y a mis hijos Julián Esteban, Juan Sebastián y Melisa.

## AGRADECIMIENTOS

Mi gratitud perenne a la Universidad de Manizales y en especial a la doctora Martha Cecilia Gutiérrez, por su tolerancia y comprensión en la realización de este trabajo.

Al neurólogo Alberto Muñoz, por sus valiosos aportes, y a los profesionales Jorge Hernán Franco y Érika Mayerly Rojas, quienes estuvieron en la discusión de esta investigación y realizaron aportes inmejorables.

A los profesores de la maestría, de quienes me llevo un grato recuerdo.

A los profesores del departamento de matemáticas de la universidad de Manizales, por sus comentarios y acompañamiento permanente.

## CONTENIDO

	Pág
INTRODUCCIÓN	11
1. ANTECEDENTES Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	13
2. OBJETIVOS	21
2.1 OBJETIVO GENERAL	21
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	21
3. Marco teórico conceptual	22
4. HIPÓTESIS	46
4.1 HIPÓTESIS NULA	46
4.2 HIPÓTESIS ALTERNATIVA	46
5. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES	47
5.1 VARIABLE DEPENDIENTE	47
5.2 VARIABLE INDEPENDIENTE	50
5.3 VARIABLES INTERVINIENTES	50
6. METODOLOGÍA	52
6.1 ÉTICA	53
6.2 POBLACIÓN	57
6.3 MUESTRA	57
6.4 PROCEDIMIENTO	58
7. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE DATOS	59
8. CONCLUSIONES Y	71

RECOMENDACIONES.

BIBLIOGRAFIA

71

ANEXOS

74



## LISTA DE ANEXOS

	Pág
Anexo A- Instrumento	74
Anexo B. Mapa conceptual	82
Anexo C. Guías de evaluación	83
Anexo D. Gráficas de resultados	85
Anexo E. Pre y Pos Test grupo control	87
Anexo F. Pre y Pos test grupo experimental	89
Anexo G. cálculo de la "t" student	92
Anexo H. Campanas de Gauss. Pruebas "t"	98
Anexo I. Expresiones algebraicas	100



## RESUMEN

La investigación se fundamenta en la teoría de Jean Piaget, el grupo de investigadores del marco de la enseñanza para la comprensión de la escuela de graduados de Harvard y la aplicación de las tecnologías de la información y la comunicación, como herramienta de la enseñanza aprendizaje mediada por el ordenador. Se indaga acerca de la comprensión de la factorización a través de la docencia virtual y se confronta con la educación cuando se realiza como clase presencial.

Para el desarrollo de este trabajo se plantea un diseño cuasi experimental, dividiendo en forma aleatoria el grupo, los que reciben los nombres de grupo experimental y grupo control.

La enseñanza al grupo experimental se realiza a través de docencia virtual, utilizando un software para multimedia, desplegado para este fin; mientras el grupo control recibe sus clases en forma presencial con un profesor diferente al de docencia virtual.

Para la didáctica virtual, se construye un instrumento el cual es validado, donde se dimensiona la asimilación, acomodación, organización y equilibración, de acuerdo a unos indicadores pre establecidos.

Se aplica una prueba para métrica denominada "t" student, la que se interpreta para cada una de las curvas normales.

El trabajo concluye que sí hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial. El alcance de ésta investigación está circunscrito sólo al grupo que participa de esta experimentación y no se infiere para todos los procesos de enseñanza aprendizaje. Por último se analiza el trabajo y se postulan algunas conclusiones y recomendaciones.

## **ABSTRACT**

The research is based on the theory of Jean Piaget, the group of researchers of the sitting teaching for understanding from Harvard graduate school and the application of communication and information technologies (TICs), as a tool for learning and teaching through a computer. This research asks about the understanding of factorization through virtual teaching and is confronted with the traditional class.

For the development of this work a quasi experimental design is presented, dividing in two the fortuitous group, which get the name of experimental and control group. When while control group took classes. For didactics a questionnaire was made and validated, where assimilation, accommodation, organization and equilibration were measured according to some pre established indicators. A parametric test called "t" student is applied, which is interpreted for each one of the normal curves. This research came to the conclusion that virtual teaching is very significant in learning factorization.

The scope of this research is only for the group that participates in this research and it is not for all the teaching and learning processes. Finally, the work is analyzed and some conclusions and recommendations are made.

## INTRODUCCIÓN

El estudio de las matemáticas ha sido y es de suma importancia para el desarrollo del conocimiento. Hasta hace poco tiempo las matemáticas sólo se enseñaban sustentadas en la clase presencial, sin embargo desde la década de los 90 ha surgido otra forma de enseñanza denominado docencia virtual, éste nuevo procedimiento de enseñanza, está permitiendo avances en la comprensión de las matemáticas. Muchos autores resaltan el valor que tiene la factorización, dentro de las matemáticas, aseverando que ésta es la base de la comprensión del ciclo de las matemáticas que se enseñan en todas las universidades. Se han formado generaciones, en el contexto de la factorización, señalando reglas fijas, cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, sin efectuar las operaciones, no permitiendo de esta manera que el estudiante piense y se desempeñe con flexibilidad con su propio conocimiento. Para abordar la comprensión es importante soportarla en los postulados de Jean Piaget (asimilación, acomodación, organización y equilibración), y en las estructuras lógico matemáticas, propuestas por este mismo autor, con énfasis en las estructuras fundamentales, sobre las cuales reposa el edificio matemático, según el grupo Burbaki, que serían las estructuras algebraicas, cuyo prototipo es el grupo; las estructuras de orden, de las cuales, una variedad, corrientemente utilizada hoy es la red, y las estructuras topológicas.

Para Perkins debe existir una escuela inteligente, informada, dinámica y flexible, y cuyas metas importantes son la retención del conocimiento, comprensión del conocimiento y uso activo del conocimiento. Gardner propone no solo la inteligencia lógico matemática, sino que hay otras; para explicarlas propone la teoría de las inteligencias múltiples. En el año 2006 Martha Stone wiske y otros publican "Enseñanza para la comprensión con nuevas tecnologías" y en donde se refiere al concepto de comprensión, definida por Perkins como "La capacidad de desempeñarse flexiblemente con el propio conocimiento", además, en la enseñanza para la comprensión, Stone propone un modelo de cuatro elementos (que temas merecen ser comprendidos; qué es exactamente lo que los alumnos deberían comprender de ese tema; cómo desarrollan y demostrarán los alumnos su comprensión y cómo pueden evaluar docentes y alumnos).

De estos diseños surgen cinco elementos: los tópicos generativos, las metas de comprensión, los desempeños de comprensión, la evaluación permanente y las comunidades de aprendizaje cooperativas y reflexivas.

Lo anterior se enmarca en una didáctica entendida en palabras de TAMAYO Oscar Eugenio (2006) como una disciplina actualmente en construcción y validación, para explicar, comprender y transformar la realidad del aula.

El objetivo de esta investigación es el de determinar la comprensión en el aprendizaje de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, evaluar el nivel de comprensión, diseñar una estrategia para la enseñanza de la factorización y comparar el desarrollo de la comprensión, a través de la educación virtual, con relación a los resultados logrados en la enseñanza tradicional.

En el desarrollo de este trabajo se plantea un diseño cuantitativo, cuasi experimental, diseño de grupo control no equivalente, con un grupo control y un grupo experimental; el alcance de la investigación está circunscrito sólo al grupo que participa de la experimentación y no se infiere para todos los procesos de enseñanza aprendizaje. Permite la investigación avanzar en la comprensión de la factorización mediada por el computador y por este camino progresar en una nueva forma de enseñanza, la educación virtual.

## 1 ANTECEDENTES Y FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

La educación virtual, llamada también por algunos autores, educación en línea, educación con medios virtuales o educación medida con tics (tecnología de la información y la comunicación), ocurre siempre en el ciberespacio.

Para Facundo A<sup>1</sup>, la educación virtual es el ofrecimiento de los diferentes procesos y servicios educativos por medio de tecnologías informáticas y telemáticas que utilizan el lenguaje digital o numérico binario para representarlos. La educación asistida por computador se constituyó en una de las primeras modalidades informáticas aplicadas a los procesos de enseñanza. Aunque en sus comienzos fue muy incipiente por las mismas barreras tecnológicas a nivel de software, se observa hoy el potencial de estos sistemas, muchos ya basados en sistemas multimedia. El mismo autor, plantea que la educación por medios virtuales, hace que las instituciones, sin necesidad de identificarse dentro de la modalidad específica de distancia, disminuyan la preocupación por dotarse de una infraestructura física para privilegiar la infraestructura tecnológica. González<sup>2</sup>, define la educación virtual como aquella que consiste básicamente en la posibilidad de ofrecer estudios por medio de redes de información por computadora, tales como Internet. Collins<sup>3</sup> utiliza el termino "telearning" para referirse a la comunicación por computadora con fines educativos. Unigarro<sup>4</sup> plantea que la educación virtual es educación a distancia de tercera generación, basado en que no es más que educación a distancia transformada, puesto que la de segunda generación es la llamada educación a distancia, y la de primera generación es la educación presencial

---

<sup>1</sup> FACUNDO Ángel. Educación virtual en América Latina y el Caribe: características y tendencias. Bogotá. 2002. Documento 74 pág.

<sup>2</sup> GÓNZALEZ R. (on line). 2005. Educación superior virtual. [www.uv.mx](http://www.uv.mx)

<sup>3</sup> COLLINS. 1999.(on line) Proquest. [umi.com](http://umi.com)

<sup>4</sup> UNIGARRO Manuel. Educación virtual. Encuentro formativo en el ciberespacio. Bucaramanga. Editorial UNAB. 2004.216 pág.

Garrison y Anderson<sup>5</sup> entienden por e-learning la educación facilitada on line mediante tecnología en red. Esta nueva forma de enseñanza se discute en términos de ser ubicada dentro de diferentes concepciones, clasificándose para algunos como un revolcón de la educación superior<sup>6</sup>, sin embargo otros sugieren que la tecnología e-learning es única<sup>7</sup> y que representa una nueva era en la educación a distancia. Se discurre si e-learning pertenece a la educación a distancia y si es en realidad diferente y estamos en las puertas de una nueva era de enseñanza utilizando como medio el ordenador, puesto que e-learning en opinión de Garrison<sup>8</sup> transformará el mundo e inevitablemente todas las formas de educación presencial para despertar el pensamiento crítico, desarrollar la capacidad para promover la comunicación y construir el significado y el conocimiento, lo que lleva a Garrison<sup>9</sup> a la afirmación de que quizá sea el momento de despedir el viejo sistema educativo y de emplear las tecnologías de e-learning para superar la modalidad clásica de la transmisión de la información.

Hay quienes dicen que no hay una diferencia significativa entre la enseñanza presencial y la que se ofrece on line. Clark<sup>10</sup>, es uno de ellos, y afirma que las investigaciones realizadas acerca del uso de los medios de comunicación en contextos educativos han demostrado de modo consistente que no se dan diferencias significativas en los resultados tras comparar diversos medios. En el aprendizaje a través de las TICs es necesario, también realizar indicadores, como se propone en este trabajo; además de la Internet, que hace parte de e-learning, capta la atención de todas las personas y define la percepción popular actual relativa a la tecnología educativa<sup>11</sup>. La tecnología, está inmersa en la

---

<sup>5</sup> GARRISÓN D.R. y ANDERSON T. e- learning en el siglo XXI. Investigación y Práctica. Primera edición. 2005. Editorial Octaedro. España. pág. 11

<sup>6</sup>Ibíd. pág.40

<sup>7</sup> GARRISON y HAROSEN. TITULO. Citado por GARRISÓN D.R. y ANDERSON T. e- learning en el siglo XXI. Investigación y Práctica. Primera edición. 2005. Editorial Octaedro. España. 1987.

<sup>8</sup> GARRISÓN D.R. y ANDERSON T. Op. Cit. pág. 18

<sup>9</sup>.Ibíd. pág. 40

<sup>10</sup> Ibíd. pág. 40

<sup>11</sup> Ibíd. pág. 54



vida diaria, de ella se hace uso cotidianamente y todos los estamentos de la sociedad la utilizan para fines sociales, económicos, políticos y religiosos, es, por decirlo así, el soporte de una época de cambio.

A diferencia de Unigarro<sup>12</sup>, Garrison y Anderson<sup>13</sup>, exponen que no hay tres generaciones de enseñanza, sino que la transcriben a la Tecnología de la educación a distancia, y proponen cinco generaciones que van soportadas en el conductismo, constructivismo y el cognitivismo.

La primera generación se basa en nociones conductistas, el e-mail y el teléfono son los medios frecuentes; la segunda generación surge en el marco de una época definida por las nuevas tecnologías de masas y una aceptación creciente de la teoría cognitiva, en cuyo seno se ofertan cursos interactivos, asistidos por ordenador y que presentan el material didáctico como CD-ROM ó DVD; la tercera generación corresponde a la interacción humana, tanto sincrónica (en tiempo real) como asincrónica, facilitada por una serie de tecnología como el audio, videos, clases por ordenador, incorporando las teorías constructivistas sobre el aprendizaje. La cuarta generación es una combinación de tres grandes atributos de la red (extracción de grandes volúmenes de contenidos; capacidad interactiva de la comunicación mediada por el ordenador; poder de procesamiento distribuido localmente a través de programación asistida por el ordenador, generalmente Java). La quinta generación (según Taylor 2001) es un modelo de aprendizaje inteligente y flexible<sup>14</sup>.

En palabras de Garrison y Anderson: "Lo admitamos o no, e-learning supone un trastorno en el seno de las instituciones presenciales de educación superior, *porque amenaza su tecnología básica: La conferencia y la clase.*<sup>15</sup>" y *destaca a e-learning como un nuevo modelo de enseñanza aprendizaje.* El boletín de educación superior, en España, publicado en el 2002, indica que la aparición del Internet ha

---

<sup>12</sup> UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BUCARAMANGA- Educación Virtual. Encuentro formativo en el ciberespacio. Segunda edición, 2004, Editorial UNAB. Bucaramanga. Colombia, pág. 216.

<sup>13</sup> GARRISÓN D.R. y ANDERSON T. Op.Cit. pág. 59

<sup>14</sup> Se refiere a la robótica y la cibernética

<sup>15</sup> GARRISÓN D.R. y ANDERSON T. e- learning en el siglo XXI. Investigación y Práctica. Primera edición. 2005. Editorial Octaedro. España pág. 149

revolucionado la educación a distancia en todos los niveles. Aparece e-learning o educación virtual, como un nuevo modo de aprendizaje, complementaria al aula y, en muchas ocasiones, sustituto de la educación presencial.

La UNESCO (United Nations Educational Scientific, and Cultural Organization) organismo que rige la política cultural, científica y educativa de la Organización de las Naciones Unidas, ha manifestado la necesidad de extender las nuevas tecnologías como herramienta de democratización de la educación, a la vez recomienda el e-learning como una herramienta que permite poner el conocimiento al alcance de todo el mundo y en este sentido deben vehicularse las acciones que desarrollen los distintos gobiernos y organismos competentes. La unión Europea ha adoptado un programa para el desarrollo de la educación virtual en los distintos países miembros; se trata de un impulso de la Comisión Europea para la implantación de las nuevas tecnologías en materia educativa.

Facundo Ángel.<sup>16</sup> referencia que en América Latina, hacia el año de 1987, la universidad Nacional del Mar del Plata inicia programas virtuales, lo mismo sucede con el Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey ÍTESM, en México. En Colombia, la educación virtual se inicia hacia los años de 1995, en la Universidad Autónoma de Manizales, en convenio con el ÍTEMS. Estos centros de educación superior, dieron el salto de una educación presencial, de distancia a una virtual.

En Colombia hay más de 60.000 usuarios registrados (dato en el momento de redactar este texto) y las 10.000 visitas diarias que hoy en día reciben el Portal Colombia Aprende, son apenas una pequeña muestra de que sin temor, la comunidad educativa se está lanzando por el mundo de las nuevas tecnologías<sup>17</sup>.

Bert Waits y Frank Demana (1996), profesores de matemáticas de la Universidad de Ohio, Estados Unidos, estuvieron entre los primeros que

---

<sup>16</sup> FACUNDO Ángel, Op Cit.

<sup>17</sup> MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. EN .Revista número 4. Revolución educativa. 2005.

se dieron cuenta de que la tecnología inevitablemente impactaría el currículo de matemáticas y en que forma podría mejorar la instrucción en el aula de clase; escribieron libros en los que consideraban la tecnología como herramientas básicas en la solución de problemas y la comprensión de las matemáticas y en 1998 fundaron T3 (maestros que enseñan con tecnología), que comenzó como un sitio de entrenamiento local en el uso de calculadoras gráficas y se convirtió en el programa de capacitación profesional más grande del mundo: la tecnología del computador de bolsillo en el aula de clase; la tecnología actual. Sin embargo, hay todavía quienes piensan que el currículo debe mantenerse sin alteraciones, ignorando los cambios que ha traído la tecnología y que se siga enseñando como se ha venido haciendo desde hace 50 o 100 años<sup>18</sup>. Waits, considera que no todo el currículo tiene que cambiar como respuesta a la tecnología.

Además de lo que tiene que ver con el cómputo, están las matemáticas que se basan en el razonamiento, comprensión de conceptos, teoremas y pruebas, aplicaciones y solución de problemas; si el estudiante hace uso de la tecnología tendrá más tiempo para enriquecer su aprendizaje matemático. La tecnología ha afectado de manera sorprendente a la matemática pura, abriendo camino para el estudio de nuevos campos de esta, como en el caso del trabajo de Mendelbrot con la geometría de fractales. Cualquier contenido matemático que tenga que ver con el cómputo, va a cambiar por efecto de la tecnología, como es el caso de los "Computer Algebra System"<sup>19</sup> que ha cambiado radicalmente la forma en que ahora se conoce los contenidos del álgebra y el cálculo. Continúa el autor planteando que, en 20 o 25 años, muchas de las manipulaciones que se enseña hoy con lápiz y papel, serán vistas por la mayoría de las personas tan obsoletas como la regla de cálculo. Waits, aclara ante la pregunta que ¿la factorización va a volverse obsoleta a causa de la tecnología? Los maestros tienen que entender que la factorización es parte fundamental del teorema del álgebra; el concepto de factorización siempre será muy importante, pero las herramientas que utilizamos para factorizar van a cambiar; la tecnología es una nueva herramienta que puede utilizarse para factorizar, la tecnología permite dominar el concepto y le ofrece una comprensión más profunda; la factorización no se volverá obsoleta, pero algunos métodos utilizados

---

<sup>18</sup> Entrevista con BERT WAITS 2005. [www.eduteka.org](http://www.eduteka.org).

<sup>19</sup> Cas, por su sigla en inglés o sistemas algebraicos para computador.

para factorizar si lo serán. Para trasladarnos del álgebra de lápiz y papel a la de la tecnología es necesario que se desarrollen sistemas pedagógicos y didácticos de álgebra por computador que probablemente cerrará la brecha entre la utilización de este tipo de programas de álgebra como herramienta para calcular y, el no hacer ningún uso de ellos; en la actualidad están en desarrollo programas de álgebra pedagógicos (CAS) que requieren que el estudiante le indique a la máquina los pasos que deben seguir para resolver una ecuación. Advierte Waits, que existen demasiados maestros con una limitada comprensión de cómo usar adecuadamente la tecnología para enseñar y como la tecnología va afectar y a cambiar el contenido de las matemáticas y las ciencias.

Diferentes investigadores a nivel mundial, han tratado de encontrar justificación a la educación asistida por computador. El caso que nos ocupa no es la excepción; varios autores han indagado en el campo de las matemáticas y en especial el de la enseñanza del álgebra a través de medios virtuales. Entre ellos se pueden citar a: Robín (1982), realizó un estudio concerniente a medir el impacto del entrenamiento en los profesores, que instruían en el área de las matemáticas, y concretamente en el álgebra, mediada por el computador, utilizando diferentes variables. La investigación se realizó en dos escuelas escogidas aleatoriamente; observando los resultados de los profesores antes y después de la capacitación asistida por computador. Las conclusiones fueron: los estudiantes del grupo experimental obtuvieron importantes cambios cuando su enseñanza se realizó a través del computador, mientras que en el otro grupo no se percibió.

Barrón, Erigir, Cantor y Ronal J,<sup>20</sup> plantean que los estudiantes en Estados Unidos, gastan cantidades substanciales de tiempo para resolver problemas matemáticos significativamente complejos cuando lo trabajan desde la presencialidad, y como consecuencia de esto, deciden realizar un experimento a través de un video disco. Concluye ésta investigación que los conceptos se aprenden con mayor facilidad a través de la enseñanza aprendizaje de problemas, en la virtualidad. Abramovich S<sup>21</sup>, efectúa un estudio para tratar de resolver algunas

---

<sup>20</sup> BARRON, ERIGIR, CANTOR y RONAL.(On line) Mayo de 1993. Proquest.umi.com

<sup>21</sup> ABRAMIVICH. (On line).1999. Proquest.umi.com

ecuaciones, con la asistencia de computadoras. Él habla acerca de la discusión de la ecuación pitagórica en un aula universitaria en la que los estudiantes conjeturan acerca del uso y solución de dicha herramienta. El modelado obtuvo éxito a través de simulación del computador. Villareal M. L<sup>22</sup> utilizó un software de matemática denominado InterAct para enseñar álgebra, de libre uso, para conformar un laboratorio de computadoras como un suplemento a actividades de aula regulares. El programa inicial de la computadora no dio los resultados esperados. Su conclusión es que es necesaria la interacción entre el instructor y el estudiante, puesto que esta enseñanza no es para la mayoría de los estudiantes, pues todavía es importante brindar una alternativa, como clases de lápiz y papel para complacer las diferencias de estilos de enseñanza, puesto que los estudiantes aprenden de maneras diversas. Stillson y Alsup<sup>23</sup> realizaron un estudio cuyo propósito fue el de analizar la eficacia de enseñar álgebra básica usando un sistema interactivo en línea, denominado Aleks (la valoración y el aprendizaje en espacios de conocimiento). Álgebra básica es diseñada para estudiantes que nunca han tomado un curso de álgebra y para estudiantes que se han quedado atrás y deben aprender los conocimientos básicos. Su conclusión es que los estudiantes que pasaron el tiempo en Aleks aumentaron su conocimiento en álgebra. Los presenciales no desarrollaron buenas destrezas de estudio. Hernández G<sup>24</sup> examina tres interacciones críticas al estudiar la educación matemática en forma virtual: Instructor--estudiante, estudiante--estudiante, estudiante--contenido. El estudio indicó que la interacción del instructor estudiante, es la más importante sobre todo en la virtualidad, sin dejar de lado la interacción del estudiante- estudiante; y la del de estudiante contenido en menor grado de importancia.

Para Unigarro<sup>25</sup> el término virtual hace referencia a lo que puede producir efecto. Su aplicación ha resultado de gran valor en muchos campos y en especial en lo que se plantea en este trabajo, como la posibilidad de desarrollar el proceso enseñanza aprendizaje por medios

---

<sup>22</sup> VILLAREAL L. (On line) Agosto 26. 2005. Proquest.umi.com

<sup>23</sup> STILLSON H y ALSUP J. (On line)2003. Proquest.umi.com

<sup>24</sup> HERNANDEZ G, 2003. (On line).Proquest.umi.com

<sup>25</sup> UNIGARRO Manuel. Educación virtual. Encuentro formativo en el espacio. Editorial UNAB.2004. página 43

virtuales, para obtener a través de este conducto una mejor comprensión de la factorización. Cabe entonces preguntarse: ¿Qué cambios se suscitan en la comprensión (asimilación, acomodación, organización y equilibración) cuando se enseña el concepto de factorización a través de una didáctica virtual?

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 OBJETIVO GENERAL**

Desarrollar comprensión en el aprendizaje de la factorización a través de una propuesta de enseñanza virtual en un grupo de estudiantes de primer semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales.

### **2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

2.2.1 Evaluar el nivel de comprensión en el aprendizaje de la factorización, en un grupo de estudiantes de primer semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la universidad de Manizales, antes y después de la intervención de docencia mediada por el computador.

2.2.2 Diseñar una estrategia para la enseñanza de la factorización mediante medios virtuales para implementarla en el grupo experimental.

2.2.3 Comparar el desarrollo de la comprensión en el aprendizaje de la factorización en un grupo de estudiantes de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales, que participa en la enseñanza de matemáticas I, a través de la educación virtual, en relación con los resultados logrados en la enseñanza presencial.

### 3 MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

En las últimas décadas<sup>26</sup>, los teóricos del aprendizaje han demostrado que los alumnos no recuerdan ni comprenden gran parte de lo que se les enseñan. Para comprender ideas complejas y formas de investigación, los estudiantes deben aprender haciendo y deben cambiar activamente su opinión. Las nuevas normas curriculares establecidas por educadores en una amplia variedad de temas exigen que el trabajo escolar se centre en el desarrollo conceptual, el pensamiento creativo, la resolución de problemas y la formulación y comunicación de argumentos atractivos. Se aborda la definición de comprensión, desde los postulados de Piaget, hasta lo planteado por los autores de la enseñanza para la comprensión, en especial Perkins, Stone W. y Gardner. Piaget, diferencia los procesos de asimilación, acomodación, organización y equilibración; en este orden de ideas se desarrollan estos conceptos.

En la asimilación<sup>27</sup> ningún conocimiento, ni siquiera perceptivo, constituye una simple copia de la realidad, puesto que supone siempre un proceso de asimilación a estructuras anteriores.

Piaget entiende el término de Asimilación en la acepción amplia de una integración con estructuras previas. La asimilación así definida en términos funcionales muy generales, desempeña un papel necesario en todo conocimiento; todo conocimiento supone una asimilación.

El mismo Piaget<sup>28</sup> especifica que la primera función del conocimiento es la de ser una Asimilación, precisamente en el sentido de una interacción entre el objeto y el sujeto, tal que haya, a la vez acomodación lo más completa posible a los caracteres del objeto para incorporación igualmente esencial a estructuras anteriores. En esta Asimilación el sujeto se convierte en objeto tanto como se quiera puesto que la acomoda a sus esquemas, pero para convertirse en tal, no sale de sí mismo, ni cambia su naturaleza, la comprende, la capta o la conoce.

---

<sup>26</sup> STONE WISKE Martha. La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica. Paidós. Buenos Aires, Barcelona, México. 1999. P 23. 444 p.

<sup>27</sup> PIAGET Jean. Biología y conocimiento. Ensayo sobre las Relaciones entre las Regulaciones Orgánicas. Pág. 9

<sup>28</sup> *Ibíd.*; pág. 53



Para Piaget<sup>29</sup>, la Asimilación no es sino una noción funcional y no es estructural, es decir que existe un gran número de estructuras diferentes de Asimilación, lo cual permite, precisamente, englobar las estructuras cognoscitivas. A partir de la Asimilación, cierto número de otras funciones o de propiedades funcionales son comunes a las formas del conocimiento. Toda Asimilación<sup>30</sup> va acompañada de Acomodación, sin asimilación no hay acomodación. La Acomodación para Piaget<sup>31</sup> es toda modificación de los esquemas de Asimilación por influencia de las situaciones exteriores (medio) a los cuales se aplican. Pero de la misma forma que no hay asimilación sin acomodación, tampoco hay acomodación sin asimilación, pues la Acomodación<sup>32</sup> es solidaria de la Asimilación.

La adaptación la define Piaget<sup>33</sup> como un equilibrio entre la Asimilación y la Acomodación; que no son dos funciones separadas y si los dos polos funcionales o puntos entre si de toda adaptación; para Piaget<sup>34</sup> la adaptación es una equilibración.

Dice Piaget<sup>35</sup> que el equilibrio es un producto de la equilibración, es decir que hay continuidad y, en todo caso, parentesco estrecho entre el proceso formador y el equilibrio que resulta; la equilibración constituye un proceso muy general. La equilibración<sup>36</sup> es autorregulación; el equilibrio operatorio se caracteriza por su reversibilidad pues es evidente que hay continuidad entre el equilibrio alcanzado y el proceso mismo de equilibración; además el comportamiento está expuesto a muchos desequilibrios<sup>37</sup> y la función autorreguladora de los mecanismos

---

<sup>29</sup> *Ibíd.*; pág. 53

<sup>30</sup> *Ibíd.*; págs. 153 y 159

<sup>31</sup> *Ibíd.*; pág. 10

<sup>32</sup> *Ibíd.*; pág. 158

<sup>33</sup> *Ibíd.*; pág. 159

<sup>34</sup> *Ibíd.*; pág. 187

<sup>35</sup> *Ibíd.*; pág. 24

<sup>36</sup> *Ibíd.*; pág. 13

<sup>37</sup> *Ibíd.*; pág. 36

cognoscitivos desembocan entonces en las formas de equilibrio más estable que conoce un ser vivo: la de las estructuras de la inteligencia, cuyas operaciones lógico-matemáticas se imponen con necesidad desde que las civilizaciones humanas han llegado a cobrar una conciencia reflexiva. Piaget<sup>38</sup> propone respecto a la organización que es el funcionamiento de una estructura, incluso total, pero considerada como sub-estructura en relación a la que vendrá detrás de ella inmediatamente, se exceptúan el caso en el que hay continuidad y automorfismo completo entre ellos; la organización como función es la acción de funcionamiento total sobre el de la sub-estructura. El primer carácter de esta función de organización es del de ser una función de conservación; el segundo es la totalidad que se conserva es, pues, una totalidad relacional. Esto significa que en toda organización hay procesos parciales.

Para Piaget<sup>39</sup> la función y la organización consisten en conservar la forma de un sistema de interacción a través de un flujo continuo de transformaciones cuyo contenido se renueva sin cesar por intercambios con el exterior; puede decirse que el contenido organizado se modifica continuamente. Es importante recalcar que la organización no es dissociable de la adaptación<sup>40</sup>.

La función matemática, para Piaget, es una operación que efectúa un juego de transformaciones, mientras que la función biológica, es ajena a la matemática; implica la existencia de un sistema, es decir, de una estructura o de un ciclo que se conservan así mismos, y abarca las actividades que concurren a ese mantenimiento. Luego la función biológica tiene en común con la función matemática la idea de variaciones, así como las actividades que las determinan, y es muy posible que un análisis profundo de todo funcionamiento biológico pueda expresarlo en términos de funciones matemáticas, pero a este se añade la noción del sistema autorregulable de conjunto, del cual la función biológica en expresión del funcionamiento y cuyo carácter particular deberían respetar las funciones matemáticas eventualmente implicadas para determinarlas.

---

<sup>38</sup> *Ibíd.*; pág. 136

<sup>39</sup> *Ibid*; págs. 137

<sup>40</sup> *Ibid*; pág. 157

Las funciones biológicas desembocan en el mantenimiento o conservación de la vida, y las funciones cognoscitivas en conocer y comprender<sup>41</sup>. El conocimiento tiene que ver con la esencia, y la esencia es la estructura lógico-matemática que nos hace comprender al sujeto material. El conocimiento consiste esencialmente, no solo de adquirir y acumular informaciones, sino además y sobre todo organizarlas y en regularlas mediante sistemas orientados hacia adaptaciones, o dicho de otra manera, hacia la solución de problemas. En toda transformación, unos elementos se conservan en tanto que otros son modificados. Propone Piaget<sup>42</sup> que el conocimiento experimental nunca es posible sin una estructuración lógico-matemática

Respecto a las estructuras lógico-matemáticas, Piaget<sup>43</sup> asegura que los conocimientos lógico-matemáticos no son hereditarios, puesto que se adquieren a veces con dificultad incluso, y porque dan lugar así a una suerte de aprendizaje a menudo confundido con los aprendizajes auténticos. Para Piaget ningún aprendizaje, ni ningún conocimiento físico, son posibles sin marcos lógico-matemáticos. Continúa el autor<sup>44</sup> aseverando que la matemática, lejos de reducirse a un lenguaje, es el instrumento mismo de la estructuración que coordina esta acción y la prolonga enseguida, en teorías deductivas y explicativas.

Piaget<sup>45</sup> está convencido de que toda realidad se puede matematizar y por supuesto logizar, además de que la fuente primera de las coordinaciones de acción de donde se sacan las matemáticas han de buscarse en las leyes generales de la organización, y es que el equilibrio entre la asimilación y la acomodación realizada por las estructuras lógico-matemáticas constituyen el estado a la vez móvil o dinámico; luego las estructuras lógico-matemáticas alcanzan un equilibrio permanente.

---

<sup>41</sup> Ibid; pág. 52

<sup>42</sup> Ibid.; pág. 64

<sup>43</sup> Ibid.; págs. 280

<sup>44</sup> Ibid.; págs. 309 – 310

<sup>45</sup> PIAGET Jean. La enseñanza de las matemáticas. Op cit.

Piaget<sup>46</sup>, propone: Si se sitúa en el punto de vista práctico del pedagogo encargado de enseñar las matemáticas o en el punto de vista del epistemólogo que reflexiona sobre la naturaleza de los seres matemáticos, el problema central parece ser, en ambos casos, saber si las conexiones matemáticas son engendradas por la actividad de la inteligencia o si esta las descubre como una realidad exterior y completa. Lejos de deducirlas de una vez, parte de analogías descubiertas, luego en algún modo inductivamente, como se procede en presencia de hechos experimentales, reconstituye los mecanismos comunes hasta obtener las leyes más generales de la estructura investigada. Las tres estructuras fundamentales sobre las cuales reposa el edificio matemático, según el grupo Burbaki<sup>47</sup>, serían las estructuras algebraicas, cuyo prototipo es el grupo, las estructuras de orden, de las cuales una variedad, corrientemente utilizada hoy, es la red, y las estructuras topológicas. Estas tres estructuras, son las únicas irreducibles entre sí y desempeñan por ello el papel de estructuras madres. La aparición de las primeras operaciones sistemáticas, hacia los 7-8 años, señala pues, la llegada al estado de equilibrio hacia el que tendía el pensamiento durante la fase incoativa precedente, y es necesario comprender bien esta relación de equilibrio progresivo entre la fase preoperatorio y el primer periodo operatorio (de 7-8 años a 11-12 años) para no considerar este como una especie de comienzo absoluto.

Las estructuras algebraicas, y principalmente las de grupo, corresponden a los mecanismos operatorios de la inteligencia regidos por la primera de las dos formas de reversibilidad, que Piaget ha llamado inversión o negación (el producto de una operación por su inversa es, la operación idéntica o transformación nula). Así el grupo, según Piaget, tiene cuatro propiedades elementales:

- Que el producto de dos elementos del grupo da también un elemento del grupo
- Que toda operación directa corresponde a una y solo a una operación inversa.
- Que existe así una operación idéntica.

---

<sup>46</sup> Ibíd. pág.18

<sup>47</sup> Ibíd. pág.11

- Que las composiciones sucesivas sean asociativas Expresadas en lenguajes de acciones inteligentes, estas cuatro propiedades significan para el autor:
  - Que la coordinación de dos esquemas de acción constituyen un nuevo esquema que añade a los anteriores.
  - Que una coordinación puede, a voluntad, realizarse o suprimirse, y dicho más simplemente, que una acción inteligente (operación) puede desarrollarse en los dos sentidos.
  - Que el retorno al punto de partida permite volver a encontrar este sin cambio.
  - Que puede alcanzarse el mismo punto de llegada por diferentes caminos sin que dicho punto cambie cualquiera que sea el camino elegido.

De una manera general, el grupo es, por consiguiente, la traducción simbólica de algunos de estos caracteres fundamentalmente del acto de inteligencia: la posibilidad de una coordinación de las acciones, la posibilidad de los retornos y la de los giros.

También se refiere Piaget a la extensión y a la comprensión. La extensión está constituida por los sistemas de clases, que corresponden, por consiguiente, a la inversión y a las estructuras algébricas. Pero psicológicamente, la comprensión está siempre constituida por sistemas de relaciones.

Si las estructuras algébricas y las estructuras de orden parecen así profundamente arraigadas en el funcionamiento psicológico de las operaciones intelectuales ¿puede decirse lo mismo de las estructuras topológicas? Según Piaget<sup>48</sup> la topología es anterior, y de ella puede extraerse simultáneamente la geometría métrica euclidiana y la geometría proyectiva. No es exagerado, por tanto, sostener que las estructuras operatorias de la inteligencia en formación manifiesta desde el principio la presencia de los tres grandes tipos de organización que corresponden a lo que serán en matemáticas las estructuras algebraicas, las estructuras de orden y las estructuras topológicas.

En el análisis, Piaget, también indica que el objeto de la enseñanza de las matemáticas será siempre alcanzar el rigor lógico lo mismo que la

---

<sup>48</sup> PIAGET Jean, Op cit. pág 20

comprensión de un formalismo suficiente, aunque sólo la psicología está en condiciones de proporcionar a los pedagogos datos sobre el modo de conseguir con mayor seguridad este rigor y este formalismo.

En realidad, sostiene Piaget, si el edificio de las matemáticas reposa sobre estructuras, que corresponden, por otra parte, a las estructuras de la inteligencia, es necesario basar la didáctica matemática en la organización progresiva de estas estructuras operatorias.

Conforme a Piaget, sostiene Flavell<sup>49</sup> la actividad inteligente es un proceso activo, organizado, de asimilación de lo nuevo a lo viejo y de acomodación de lo viejo a lo nuevo. Piaget postula la existencia, entre la función y el contenido, de las estructuras cognoscitivas; la estructura al igual que el contenido y a diferencia de la función, evidentemente cambia con la edad, y estos cambios evolutivos constituyen el principal objeto de estudio. Las estructuras de acuerdo a Piaget, son las propiedades organizativas de la inteligencia, organizaciones creadas a través del funcionamiento e inferibles a partir de la naturaleza de la conducta cuya naturaleza determinan, como tales las considera mediadoras entre las funciones invariables de la conducta, por una parte, y sus diversos contenidos, por la otra.

Respecto al modelo de equilibrio, sostiene Flavell<sup>50</sup> son importantes dos cosas. Primero, el análisis del modelo de equilibrio nos llevará a completar los aspectos más generales e independientes de las etapas del edificio teórico de Piaget; el mecanismo de transición propuesto por Piaget es un proceso de equilibración; este proceso que opera continuamente en todos los intercambios del sujeto en crecimiento con su ambiente, es el motor del cambio y la transición. Este proceso continuo de equilibración da lugar a estados de equilibrio sucesivos, esencialmente discontinuos, esto es, sistemas de acción organizados (sensorio-motor, perceptual, operacional concreto) cuyos atributos como sistemas pueden describirse en términos de equilibrio. Aunque se considera que el proceso de equilibración mismo es homogéneo en el curso del desarrollo, los estados de equilibrio que él genera no los son.

---

<sup>49</sup> FLAVELL John. La psicología evolutiva de Jean Piaget. México- Paidós. 1989. 484 p.

<sup>50</sup> *Ibíd.* pág. 120

Hay diferentes tipos de estados de equilibrio, y sus diferencias pueden especificarse en términos de un conjunto común de dimensiones a lo largo de las cuales varían los estados; se trata de diferencias ordenadas, puede decirse que un estado está mejor equilibrado que otro, logra un grado más de equilibrio, y así sucesivamente.

Prosigue, Flavell, el proceso de equilibración consiste en lograr una coordinación equilibrada de la asimilación y la acomodación, y los diferentes estados de equilibrio que resultan de este ubicuo proceso son las diferentes formas que toma esta coordinación durante la ontogénesis. A la doctrina Piagetiana (constructivista) le prosigue el cognitivismo<sup>51</sup>, escuela con la que se identifican investigadores como Perkins y Gardner.

Para Perkins<sup>52</sup>, la escuela es otra de las maravillas del mundo<sup>53</sup>, ya que esta institución se compromete a llevar conocimiento y comprensión a un gran número de personas con distintas capacidades e intereses y provenientes de medios culturales y familiares diferentes. Continúa el autor indicando que la práctica presencial no ha despertado a los adelantos del mundo moderno y plantea que debemos mantenernos atentos al progreso de la humanidad y sobre todo en el campo de la enseñanza y del aprendizaje; si esto sucede, agrega Perkins, se comenzara a comprender un nuevo esquema de escuela. Este nuevo esquema, para el autor, corresponde a lo que él llama la escuela inteligente que debe tener, según él, tres características: estar informada, ser dinámica y ser flexible. Además incluye tres metas importantes: Retención del conocimiento, comprensión del conocimiento y uso activo del conocimiento. Para ello es necesario utilizar los medios que el autor llama experiencia pedagógica y aprendizaje reflexivo, entendido como instituciones en donde predomine el pensamiento y no

---

<sup>51</sup> Cognitivismo: Línea más reciente de la psicología, surgió a mediados de la década de los sesenta del siglo xx con las investigaciones de U Neisser (Psicología Cognitivista 1967) y siguió con J S Bruner (En Busca de la Mente, 1983) y H Gardner (La Nueva Ciencia de la Mente, 1983). Entre sus protagonistas figuran también investigadores de la inteligencia artificial como M. Minsky (La sociedad de la Mente, 1986). Atlas Universal de Filosofía. Manual didáctico de autores, textos, escuelas y conceptos filosóficos. Editorial Océano.2006. Barcelona España. Pág. 534.

<sup>52</sup> PERKINS David. La Escuela Inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente. Barcelona. Editorial Gedisa. 2001. 262 páginas

<sup>53</sup> Los Jardines de Babilonia, el Coloso de Rodas, las Pirámides de Egipto, el Templo de Artemisa en Éfeso, la Estatua de Zeus, el Mausoleo de Halicarnaso, el Faro de Alejandría.

la memoria, en donde el aprendizaje gire en torno al pensamiento y en donde los alumnos aprendan reflexionando sobre lo que aprenden y así constituir el aprendizaje como una consecuencia del pensamiento. Perkins diseña una hipótesis que denomino "La teoría uno y más allá de la teoría uno" y la definió como aquella en que la gente aprende más cuando tiene una oportunidad razonable y una motivación para hacerlo e indica las formas de aplicarlas a través de la instrucción didáctica, entrenamiento y la enseñanza socrática, esta última como el arte de preguntar. Expresa Perkins: aprendemos desde la comprensión, y distinguimos en él cuatro niveles: contenido: conocimiento y práctica referentes a los datos y a los procedimientos de rutina; resolución de problemas: conocimiento y práctica referente a la solución de problemas típicos de la asignatura; nivel epistémico: conocimiento y práctica referentes a la justificación y la explicación en la asignatura; Investigación: conocimiento y práctica referente al modo como se discuten los resultados y se construyen nuevos conocimientos en la materia.

Howard Gardner se extiende del pensamiento lógico matemático, que había planteado Piaget y propone que no es solamente una inteligencia lógico matemática, sino que hay otras. Para explicarlas propone la teoría de las inteligencias múltiples.

Howard Gardner al referirse en su publicación de las "Inteligencias Múltiples" sostiene que Jean Piaget consideraba que el pensamiento humano intentaba alcanzar el ideal del pensamiento científico; este autor fue más allá y escribió acerca de las inteligencias múltiples; múltiples para resaltar el número desconocido de capacidades humanas, desde la inteligencia lógico matemática, la musical hasta la inteligencia implicada en el conocimiento de uno mismo<sup>54</sup>.

Estas siete inteligencias, dice Gardner, tienen el mismo grado de importancia. Desde este punto de vista, Gardner diseña, toda su teoría y advierte que el objetivo de la escuela debería ser el de desarrollar las

---

<sup>54</sup> GARDNER Howard. Inteligencias múltiples. La teoría en la Práctica. Buenos Aires. Editorial Paidós. 1993



inteligencias y ayudar a la gente a alcanzar los fines vocacionales y aficiones que se adecuen a su particular espectro de inteligencias. En este marco de las inteligencias múltiples, Gardner comprende la enseñanza con las nuevas tecnologías, y escribe textualmente:

A propósito, creo que las nuevas tecnologías interactivas pueden ser de gran importancia en este ámbito: probablemente será mucho más fácil para estos gestores emparejar estudiantes concretos con modos de aprendizaje que se adapten a ellos. Actualmente disponemos de los recursos técnicos y humanos necesarios para llevar a cabo una escuela centrada en el individuo.

Se adentra el autor en la enseñanza virtual, y deja ver la importancia de la docencia a través de las TICs, centrada en la comprensión y a la que debe aplicárseles la teoría de las inteligencias múltiples para obtener una mejor comprensión, pues las sociedades cambian y en este cambio, los ordenadores van asumiendo (o consumiendo) cada vez más porciones del terreno en el que se ejercitan las capacidades lingüísticas y matemáticas, nuestra propia sociedad puede evolucionar hacia una en la que las capacidades artísticas sean las más parecidas, porque los ordenadores se encargarán de todo lo demás. La teoría de las inteligencias múltiples<sup>55</sup>, tal vez sea una teoría para el siglo XXI, pues el mismo autor se pregunta si para el año 2013 dispondremos de un sentido mayor de prometedoras tecnologías educativas de bajo coste, desde los archivos de imágenes artísticas en videodiscos hasta las simulaciones interactivas de los procesos políticos o la transmisión de nuevos datos científicos por medio del correo electrónico; prosigue el autor indicando que esas tecnologías pueden moldearse con objeto de aumentar las oportunidades que un estudiante tiene para aprender y mostrar lo que aprendió de un modo que le resulte adecuado. Concluye Gardner, que espera que la idea de las inteligencias múltiples hará parte de la formación de los profesores, o mejor de los nuevos profesores, pues la siguiente generación de educadores será probablemente más capaz de llegar a cada uno de los alumnos de la manera más efectiva y directa.

Como consecuencia de lo anterior, los investigadores de Harvard sugieren el marco de la enseñanza para la comprensión.

El marco de la enseñanza para la comprensión corresponde al producto de años de análisis llevados a cabo por investigadores de la escuela para graduados en educación de Harvard. Contemporáneos de esta corriente académica son David Perkins, Howard Gardner, Martha Stone Wiske, Verónica Boix Mansilla, Eric Buchovecky, Roger Dempsey, Karen Hammerness, Lois Hetland, Rosario Jaramillo, Vito Perrone, Ron Richhart, Chris Unger, Daniel Gray Wilson, todos de diferentes disciplinas que van desde la educación, la historia, las artes, la física, la música, las matemáticas, la psicología, el desarrollo humano, estudios para la paz, por sólo citar algunos de ellos.

En el año 2006 Martha Stone Wiske<sup>56</sup> con la colaboración de Kristi Rennebohm Franz y Lisa Breit publican "Enseñar para la comprensión con nuevas tecnologías". Las nuevas tecnologías son cualquier herramienta nueva de información y comunicación que esté más allá de las que se han utilizado presencialmente en la enseñanza y el aprendizaje, tales como: cámaras y reproductoras de video, graficadoras, computadoras equipadas con cualquier tipo de software, artefactos digitales conectados a una pantalla, como calculadoras, computadoras y la red Internet con sus sitios Web, multimedia hipervinculados y su capacidad de enviar y recibir e-mails, así como establecer videoconferencias.

En esta misma publicación, Stone Wiske se refiere al concepto de comprensión, y la define (Perkins D.<sup>57</sup>) como la capacidad de pensar y desempeñarse flexiblemente con el propio conocimiento, así que la educación virtual requiere de las TICs, y de ellas se nutre para obtener una mejor comprensión de la disciplina que se quiere enseñar, como es el caso de las matemáticas y concretamente en el proceso de la factorización. Se presenta la enseñanza para la comprensión, que define Stone M<sup>58</sup>, como un modelo de cuatro elementos que deben cumplirse para obtener una verdadera comprensión y son:

---

<sup>56</sup> STONE Martha y otros. La Enseñanza para la Comprensión. Con nuevas tecnologías. Buenos Aires- Barcelona-México. Editorial Paidós.2006. 363 paginas.

<sup>57</sup> *Ibíd.* Pág 36

<sup>58</sup> *Op cit.* Pág 38

- Qué temas merecen ser comprendidos.
- Qué es exactamente lo que los alumnos deberían comprender de este tema.
- Cómo desarrollaran y demostraran los alumnos su comprensión.
- Cómo pueden evaluar docentes y alumnos.

Qué temas merecen ser comprendidos. Ante la variedad de temas posibles que abarcan los programas de estudio y que requieren o recomiendan los libros de texto, cómo debe decidir el docente que enseñar. La enseñanza para la comprensión exige que los estudiantes den sentido a aquello que aprenden, en lugar de memorizar datos y formulas; propone Stone que el currículo debería organizarse alrededor de los temas que son significativos para los estudiantes. El proyecto de enseñanza para la comprensión recomienda que los docentes organicen el currículo alrededor de temas generadores de interés a los que llamó tópicos generativos, es decir temas que reúnen los cuatro rasgos mencionados. Los temas deben estar conectados con múltiples ideas importantes no solo de la materia en cuestión si no también de las demás materias; ser auténticos, accesibles e interesantes para los estudiantes; ser fascinantes e inspiradores para los docentes y ser abordables desde una variedad de ángulos diversos y a través de una serie de materiales curriculares y de las tecnologías disponibles. Estos tópicos generativos tienen la cualidad de ser inagotables, de generar y estimular la indagación continua.

Qué es exactamente lo que los alumnos deberían comprender de este tema. La autora afirma que tanto los docentes como los alumnos están en las mejores condiciones para concentrar sus esfuerzos cuando las metas de comprensión se definen con claridad y se expresan abiertamente. Las metas de comprensión deben apuntar a grandes ideas que van más allá de memorizar datos y de repetir rutinas. Deben abordar las múltiples dimensiones de los tópicos generativos incluyendo los conceptos clave, los modos disciplinados de razonamiento, los propósitos subyacentes del aprendizaje y el dominio de las formas que permiten expresar lo aprendido. El proyecto de la enseñanza para la comprensión denomina estos objetivos como hilos conductores.

Cómo desarrollaran y demostraran los alumnos su comprensión. La investigadora denomina desempeños de comprensión a los medios empleados para desarrollar y demostrar lo comprendido. Estas representaciones constituyen el núcleo central del marco conceptual de la enseñanza para la comprensión y deben componer una porción importante de la actividad de los estudiantes.

Cómo pueden evaluar docentes y alumnos lo comprendido. Sostiene la autora que el proyecto de enseñanza para la comprensión pudo comprobar que, junto con la instrucción, los buenos docentes realizan una evaluación continua a fin de que los alumnos afinen y mejoren gradualmente sus desempeños de comprensión. A diferencia de las evaluaciones presenciales realizadas al final de un curso para determinar el nivel de desempeño de cada estudiante, las evaluaciones continuas se realizan a menudo durante el proceso de aprendizaje. En el modelo de la enseñanza para la comprensión, las evaluaciones continuas se basan en criterios explícitos que se relacionan directamente con las metas de comprensión.

De estos diseños surgen cinco elementos del marco de la enseñanza para la comprensión, según la autora<sup>59</sup>, que son:

- Los tópicos generativos.
- Las metas de comprensión.
- Los desempeños de comprensión.
- La evaluación permanente.
- Comunidades de aprendizaje cooperativas y reflexivas.

Y afirma Stone:

Los temas que merecen ser comprendidos corresponden a los tópicos generativos; lo que los alumnos debieran comprender de este tema son los hilos conductores o metas de comprensión; cómo desarrollan y demostrarán los alumnos su comprensión corresponden a los desempeños de comprensión y las evaluaciones continuas se basan

---

<sup>59</sup> STONE WISKE Martha .La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica. Paidós. Barcelona. 1999. p 95

en criterios explícitos que se relacionan directamente con las metas de comprensión<sup>60</sup>.

Así, la tecnología es un medio de demostrar en qué medida ofrece una significativa ventaja de comprensión educativa. Stone M, plantea que la escuela y los docentes tienen el compromiso de preparar a los estudiantes de hoy para un mundo velozmente cambiante, pues la enseñanza para la comprensión y las nuevas tecnologías de la información y la comunicación pueden constituir innovaciones educativas sinérgicas que se vigorizan recíprocamente, pues la tecnología tiene un significativo potencial para aumentar la comprensión del alumno. La misma autora advierte que hay cuatro actividades que deben realizarse cuando se procura incorporar el uso de las nuevas tecnologías a las prácticas del aula: seleccionar la tecnología apropiada, planificar maneras efectivas de obtener ventajas educativas de la tecnología, prepararse y preparar a los alumnos para utilizar esas nuevas herramientas, organizar tanto el acceso a las herramientas como las interacciones educativas efectivas.

Para Stone, las nuevas tecnologías llegan a perfeccionar y enriquecer los desempeños de comprensión que pueden ser utilizadas en la enseñanza y la comprensión y más concretamente de la factorización, algunas de ellas son: Tecnologías multimedia, programas de software, software de modelos y simuladores, procesadores de texto, tecnologías digitales de audio y video, y herramientas para crear páginas Web.

Stone<sup>61</sup> enfatiza en que utilizar las nuevas tecnologías y la enseñanza para la comprensión son dos empresas que requieren aprender sobre la marcha.

Vito Perrone<sup>62</sup>, que pertenece también a la doctrina de la comprensión de Harvard, referencia que el consejo nacional de docentes de matemáticas de los Estados Unidos, ha convertido la comprensión de los usos de la matemática en su centro de atención. Desafía de tal manera

---

<sup>60</sup> Op Cit, Pág 114

<sup>61</sup> Op Cit. Pág 150

<sup>62</sup> En STONE WISKE Martha. La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica. Paidós. buenos aires.1999. Pág 35

la separación presencial de la matemática en las materias independientes álgebra, geometría, trigonometría, análisis, estadística y probabilidad, proclamando que los alumnos de todos los niveles deberían entender la matemática como un campo de investigación plenamente integrado que apunta a ayudarlos a resolver problemas, comunicarse, razonar y hacer conexiones, pues lo que los seres humanos hacen con el lenguaje de las matemáticas es describir modelos.

Con respecto a la enseñanza para la comprensión y aplicando lo propuesto por los integrantes del proyecto de Harvard se desglosa en este trabajo así:

### **3.1 TÓPICO GENERADOR**

Para Stone, un tópico es generativo cuando es central para el dominio o la disciplina, es accesible e interesante para los alumnos, excita las pasiones intelectuales del docente y se conecta fácilmente con otros tópicos tanto dentro como fuera del dominio o disciplina particular. En este trabajo el tópico generador corresponde a la factorización de expresiones algebraicas: factor común, diferencia de cuadrados, trinomio cuadrado perfecto, otros trinomios, suma y diferencia de dos cubos, agrupamiento de términos, suma y resta de términos, combinación de los anteriores.

### **3.2 METAS DE COMPRENSIÓN**

Según Stone, las metas de comprensión afirman explícitamente lo que se espera que los alumnos lleguen a comprender. Mientras que los tópicos o temas generativos delimitan la materia que los estudiantes investigarán, las metas definen de manera más específica, las ideas, procesos, relaciones o preguntas que los alumnos comprenderán mejor por medio de su indagación.

En este trabajo, la primera meta es: los estudiantes comprenderán como reconocer estructuras algebraicas de la factorización. El estudiante piensa y actúa con flexibilidad a partir de lo que sabe, comprende y retiene las estructuras de la factorización, y está en capacidad de diferenciarlas.

La segunda meta se refiere a que los estudiantes comprenderán como aplicar y emplear herramientas matemáticas para desarrollar procesos de factorización.

El estudiante piensa y actúa a partir de lo que sabe, comprende y retiene el aprendizaje sobre la simulación virtual y determina como aplicar y emplear herramientas matemáticas para desplegar procesos de factorización y está en capacidad de plantear y resolver expresiones algebraicas diferentes.

### **3.3 DESEMPEÑOS DE COMPRENSIÓN**

Para Stone, los desempeños de comprensión son el elemento mas importante del marco conceptual de la enseñanza para la comprensión. La concepción de la comprensión como un desempeño más que como un estado mental. La visión vinculada con el desempeño subraya la comprensión como la capacidad de inclinación a usar lo que uno sabe cuando actúa en el mundo. Los desempeños incluyen: explicar, interpretar, analizar, relacionar, comparar y hacer analogías.

El primer desempeño de comprensión en este trabajo se orienta a que los estudiantes identifiquen estructuras básicas de factorización. Basados en los conocimientos adquiridos, los estudiantes identifican las figuras y simulaciones virtuales, y en ellas las estructuras algebraicas.

Sugiere Stone, que los desempeños claramente definidos, junto con ejemplos de esfuerzos más o menos exitosos por parte de los alumnos, se consideran un punto de partida necesario para un esfuerzo serio en la evaluación diagnóstica continua.

El segundo desempeño de comprensión, en este trabajo se orienta a que los estudiantes interpreten estructuras básicas de factorización. Basados en las figuras virtuales los estudiantes demuestran las estructuras básicas de la factorización, las analiza y las relaciona.

El tercer desempeño de comprensión. Los estudiantes realizan estructuras básicas de factorización. Con base en las figuras virtuales, los estudiantes demuestran estructuras correctas básicas de factorización.

Primer Desempeño de comprensión de la segunda meta. Los estudiantes identifican el producto notable correspondiente y explican el proceso de factorización, basados en la simulación virtual.

A través de la modelación virtual, los estudiantes comprenden el producto notable correspondiente y lo utilizan para desarrollar procesos de factorización.

Primer Desempeño de comprensión de la segunda meta. Los estudiantes identifican el producto notable correspondiente y explican el proceso de factorización, basados en la simulación virtual.

A través de la modelación virtual, los estudiantes comprenden el producto notable correspondiente y lo utilizan para desarrollar procesos de factorización.

Segundo desempeño de comprensión de la segunda meta. Los estudiantes interpretan correctamente soluciones alternas de factorización. Con base en la animación virtual, los estudiantes hacen analogías y las emplean para desarrollar procesos alternos de factorización.

Tercer desempeño de comprensión, de la segunda meta: los estudiantes realizan soluciones correctas de factorización: con base en la figura virtual, los estudiantes realizan soluciones correctas en el desarrollo de la factorización.

Cuarto Desempeño de comprensión de la segunda meta: los estudiantes resuelven nuevas expresiones algebraicas. Al observar la animación virtual, los estudiantes resuelven otros procesos de factorización.

### **3.4 EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA**

Además de desempeños ejemplares y criterios de evaluación, otro componente clave de la evaluación diagnóstica continua es que los alumnos y el docente comparten la responsabilidad permanente de analizar cómo están avanzando los alumnos hacia desempeños de alto



nivel. Las evaluaciones continuas se basan en criterios públicos vinculados con metas de comprensión.

Así se plantea la evaluación diagnóstica del primer desempeño de comprensión: basados en los conocimientos cada uno de los alumnos observa con atención las secuencias virtuales, con el fin de identificar las estructuras algebraicas. Con ayuda del simulador, arrastra las letras correspondientes y las ubica en la figura que le pertenece, hasta identificar la factorización correspondiente. Analiza el trabajo de sus pares, intercambia ideas con ellos, aprende, se retroalimenta y se autoevalúan.

Evaluación diagnóstica del segundo desempeño de comprensión: con base en la animación virtual, cada uno de los estudiantes, con responsabilidad interpreta, analiza y relaciona estructuras básicas de factorización. Examina el trabajo de sus pares, se retroalimenta y se autoevalúan.

Evaluación diagnóstica del tercer desempeño de comprensión: con base en las figuras virtuales, cada uno de los estudiantes, realiza estructuras correctas de factorización, analizan el trabajo de sus pares, aprenden de ellas y se autoevalúan.

Evaluación diagnóstica del primer desempeño de comprensión, de la segunda meta. Con base en la animación virtual, presentada en el instrumento cada uno de los estudiantes con responsabilidad, identifican el producto notable correspondiente, analiza el trabajo de sus pares, se retroalimenta y se autoevalúa.

Evaluación diagnóstica del segundo desempeño de comprensión, de la segunda meta: observando la figura virtual, cada uno de los estudiantes interpreta soluciones alternas de factorización, analiza el trabajo de los pares, se retroalimenta y se autoevalúa.

Evaluación diagnóstica del tercer desempeño de comprensión, de la segunda meta: basados en la animación virtual, cada uno de los

estudiantes realizan soluciones correctas en el desarrollo de la factorización, analiza el trabajo de sus pares, se retroalimenta y se autoevalúa.

Evaluación diagnóstica del cuarto desempeño de comprensión, de la segunda meta: fundados en la figura virtual, los estudiantes resuelven otros procesos de factorización, analiza el trabajo de sus pares, se retroalimenta y se autoevalúa.

En este modelo de comprensión, avanza ésta investigación, se sintetiza así: Piaget se soporta en las capacidades comunicativas y en la lógica matemática, mientras Gardner expone múltiples inteligencias (una de ellas la inteligencia matemática), el proyecto de Harvard (Perkins, Stone, Blyte, Gardner entre otros) proponen la enseñanza para la comprensión bajo un esquema cognitivo. Unigarro enuncia tres generaciones de enseñanza y Garrison y Anderson proponen e-learning y discuten que en esta modalidad hay cinco generaciones, soportadas en el conductismo, constructismo y cognitivismo. La matemática es constructivista, pero de ella se puede trasladar al cognitivismo cuando la matemática trasciende a la matemática social, que es la reflexión de Gondino y Tamayo Oscar Eugenio. Ha sido todo un desarrollo, pero la verdad es que la matemática deberá ser enfocada bajo la lógica y los conceptos de ésta disciplina y buscar su aplicación en la sociedad.

El ser humano utilizando la virtualidad ofrece en forma veloz y acertada el planteamiento y la solución de problemas, en ella se puede modelar con gran facilidad, con esta nueva forma de enseñanza aprendizaje profesores y alumnos se despierta hacia la creatividad y en consecuencia forman a sus interlocutores en la disciplina y la síntesis; nos permiten trasegar por las lógicas, de la formal a la comprensiva y de esta a la pos formal; avanzamos del pensamiento matemático en el cual nos han formado, analítico, lógico deductivo de leyes correctas del pensamiento a los conceptos, con pensamiento categorial a una lógica comprensiva que destaca el valor del conocimiento.

Las matemáticas se han enseñado a través de la historia en forma presencial tradicional, y en particular la factorización. El estudiante que inicia un curso de álgebra (caso específico, la factorización) en la universidad, ha estudiado anteriormente uno o dos cursos de álgebra elemental, en los que se dio la mayor importancia a la mecanización de

las operaciones algebraicas y a la obtención correcta de las soluciones<sup>63</sup>; poca atención se puso entonces en los fundamentos, estructura y naturaleza del álgebra.

Varios autores plantean (Zill y Dewar; Hall y Knigth; Barnett, Sánchez SM)<sup>64</sup> que cada una de las diferentes ramas de las matemáticas tiene una estructura lógica construida a partir de ciertas proposiciones fundamentales conocidas como postulados; análogamente los fundamentos del álgebra descansan en ciertos postulados básicos, conceptos primitivos y definiciones. Se dice, entonces, que la naturaleza del álgebra es un proceso matemático si contiene una o varias de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación aplicada una o varias veces, en cualquier orden, a números complejos (en este trabajo la factorización, se limita al campo de los números racionales).

En la factorización es necesario que los estudiantes tengan claridad respecto a los productos notables. El producto notable se define como el término para señalar a ciertos productos que cumplen con reglas fijas, cuyo resultado puede ser escritos por simple inspección, sin efectuar las operaciones indicadas; en ella se tienen presentes algunos principios tales como regla de los signos (el producto o la división de dos cantidades de signos iguales es positivo, el producto o la división de dos cantidades de signos contrarios es negativo) y las leyes básicas de los exponentes.

La resolución de los productos notables es base fundamental para realizar la factorización. Diversos autores han definido la factorización:

- Escribir un polinomio como producto de otros polinomios. Cada polinomio en el producto se llama factor del polinomio original (Zill y Dewar, 1999).
- Cuando una expresión algebraica es el producto de dos o más expresiones, cada una de estas últimas cantidades se denomina factor, y a la determinación de estos es la descomposición de la expresión en sus factores (Hall y Night, 1965).

---

<sup>63</sup> SÁNCHEZ SORDO Manuel. Álgebra esencial. Bilbao España. Editorial Playor. 1983. 220 pág.

<sup>64</sup> ZILLS Dennis y DEWAR Jacqueline. Álgebra y Trigonometría. Colombia. Mc Graw Hill. 660 pág.  
HALL H y KNIGHT S. Álgebra elemental. Barcelona. Editorial Montaner. 1965. 530 pág.  
BARNETT Raymond. Álgebra y Trigonometría. Mc Graw Hill. 1988. 680 pág.

- El proceso de escribir un número o una expresión algebraica como el producto de otros números o expresiones algebraicas se denomina factorización (Barnett, 1988).
- Descomponer factorialmente o factorar una expresión algebraica es hallar dos o más expresiones algebraicas cuyo producto sea igual a la expresión inicial (Sánchez SM, 1983).

Cuando descomponemos en factores y leemos de izquierda a derecha dan el resultado de un producto; pero cuando se lee de derecha a izquierda constituyen la descomposición en factores (ver anexo H).

En cada una de ellas, se realiza un reconocimiento general, con el objetivo de tener claridad sobre las expresiones algebraicas, entendidas estas como toda cantidad o conjunto de cantidades, representadas por medio de letras y números, ligados entre sí por los signos de las diferentes operaciones, adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

Para Stone<sup>65</sup> las tecnologías de la información y la comunicación, tales como las calculadoras gráficas y las computadoras, así como las tecnologías conectadas a la red como el e-mail y la world wide web, son medios interactivos que evolucionan velozmente y con los que se pueden pensar y aprender. Estos nuevos métodos de enseñanza se deben utilizar en la didáctica de las matemáticas.

Tamayo Oscar Eugenio<sup>66</sup> (2006) considera la didáctica como una disciplina actualmente en construcción y validación; es integradora, orientada a considerarse como disciplina científica, que aporta a la construcción integral de la persona. Su objeto de estudio (en palabras de Tamayo Oscar Eugenio) es la educación científica y su principal problema radica en cómo enseñar ciencias significativamente. El mismo autor sostiene que la didáctica busca explicar,

---

<sup>65</sup> STONE Martha y otros. La Enseñanza para la Comprensión. Con nuevas tecnologías. Buenos Aires- Barcelona-México. Editorial Paidós. 2006. pág33

<sup>66</sup> Tamayo Oscar Eugenio. Didáctica de las ciencias. Maestría en educación. Modulo. Universidad de Manizales. pág. 8. 2006.

comprender y transformar la realidad del aula, la que cuenta con un conjunto de conocimientos que constituye el núcleo duro a partir del cual se generan los nuevos conocimientos. Para Tamayo Oscar Eugenio (2006), el núcleo duro está constituido por ideas como: transposición didáctica, enseñanza significativa, evaluación formadora, autorregulación de los aprendizajes y lenguaje para el aprendizaje.

Admite este autor que la didáctica debe privilegiar el análisis de problemas cercanos al estudiante, centrados en los intereses de los alumnos y no en el campo disciplinar<sup>67</sup> y cuyo requisito indispensable es ganar la motivación de los estudiantes frente al aprendizaje de las ciencias y el lenguaje de estas, las matemáticas, pues no es posible saber ciencia sin saber matemáticas.

Bajo estos conceptos de la didáctica de las ciencias, se traslada esta investigación a la definición de la didáctica de las matemáticas. Parra C<sup>68</sup>(1997) la define como el estudio de los procesos de transmisión y adquisición de diferentes contenidos de esta ciencia, particularmente en situación escolar y universitaria. Se propone describir y explicar los fenómenos relativos a las relaciones entre su enseñanza y aprendizaje. La didáctica de las matemáticas toma distancia a la vez de la matemática y la pedagogía. Su objetivo fundamental es averiguar cómo funcionan las situaciones didácticas, es decir, cuáles de las características de cada situación resultan determinantes para la evolución del comportamiento de los alumnos y, subsecuentemente, de sus conocimientos. La cuestión esencial de la enseñanza de las matemáticas es, cómo hacer para que los conocimientos enseñados, tengan sentido para el alumno. Afirma el autor, que el alumno debe ser capaz no solo de repetir o rehacer, sino también de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, de transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas.

Para Gondino<sup>69</sup>(2004), los maestros en formación deben adquirir una visión de enseñanza de las matemáticas que contemplen las clases

---

<sup>67</sup> *Ibíd.* pág. 16

<sup>68</sup> PARRA Cecilia y otros. *Didáctica de las matemáticas. Aportes y reflexiones.* Quinta reimpresión Editorial Paidós. Buenos Aires. 1997. 300 páginas.

<sup>69</sup> GONDINO Juan y otros. *Didáctica de las matemáticas para maestros.* Proyecto Edumat-Maestros. Universidad de Granada. 2004. España. Pág 191

como comunidades matemáticas y no como una simple colección de individuos; la verificación lógica y matemática de los resultados, frente a la visión del profesor como única fuente de respuestas correctas; el razonamiento matemático, más que los procedimientos de simple memorización; la formulación de conjeturas y la resolución de problemas, descartando el énfasis en la búsqueda mecánica de las respuestas; la conexión de las ideas matemáticas y sus aplicaciones, frente a la visión de las matemáticas como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos. Gondino, exalta la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas y conceptúa que es esencial en la enseñanza y el aprendizaje. Recalcando que hoy las calculadoras y ordenadores producen directamente los valores de las funciones trascendentes (seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante) y el cálculo manual ha desaparecido igual que para las raíces cuadradas. En palabras de Gondino<sup>70</sup>, el objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en matemáticos aficionados, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos, puesto que los ordenadores hoy en día resuelven estos problemas.

Gondino<sup>71</sup> insiste en reflexionar sobre dos fines importantes<sup>72</sup>: que los alumnos lleguen a comprender y a apreciar el papel de las matemáticas en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que las matemáticas han contribuido a su desarrollo; que los alumnos lleguen a comprender y valorar el método matemático, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de las matemáticas permite responder, las formas básicas de razonamiento, así como su potencia y limitaciones

Parra C<sup>73</sup> refiriéndose al compromiso del hombre actual frente a los ordenadores afirma que el hombre de hoy está obligado a actuar con

---

<sup>70</sup> *Ibíd.* página 25.

<sup>71</sup> *Ibíd.* página 21

<sup>72</sup> Antes, este autor ha señalado dos concepciones extremas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: la idealista platónica y la concepción constructivista.

<sup>73</sup> GONDINO. Op. Cit. Pág. 29

mucha velocidad en sus decisiones y actos, por lo que la educación actual debe ingeniarse para ayudar al simbiosis hombre-máquina del futuro.

## **4 HIPÓTESIS**

### **4.1 HIPÓTESIS NULA**

No hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional en un grupo de estudiantes de matemáticas de primer semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales

$$H_o = \mu_1 = \mu_2$$

### **4.2 Hipótesis alternativa**

Si hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional en un grupo de estudiantes de matemáticas de primer semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales

$$H_a = \mu_1 > \mu_2$$



## 5. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

### 5.1. Variable dependiente: comprensión de la factorización.

VARIABLE	DIMENSIÓN	INDICADORES	ÍNDICES
<b>Comprensión</b>  Como la capacidad de pensar y desempeñarse flexiblemente con el propio conocimiento. <sup>74</sup>	<b>ASIMILACIÓN.<sup>75</sup></b>  La identificación adecuada de las variables del proceso que conforman las expresiones algebraicas.	<b>- Deficiente:</b> Si no identifica variables y procedimientos algebraicos	0 - 2.0
	Ninguna conducta, aunque sea nueva para el individuo, constituye un comienzo absoluto. Siempre se integra a esquemas anteriores. En este caso el vínculo posee continuidad.	<b>-Regular:</b> Identifica solo las variables y no los procedimientos algebraicos	2.1 - 3.0
	Se amplía este concepto en el marco teórico de este trabajo.	<b>- Bueno:</b> Identifica correctamente las variables y los principales elementos del proceso en las expresiones algebraicas.	3.1 - 4.0
		<b>-Excelente:</b> Identifica variables y el proceso que compone esa expresión algebraica.	4.1 - 5.0

<sup>74</sup> STONE Martha y otros. La Enseñanza para la Comprensión. Con nuevas tecnologías. Buenos Aires- Barcelona-México. Editorial Paidós.2006. 363 paginas

<sup>75</sup> Se amplía este concepto en el marco teórico de este trabajo en las páginas 16 a 23



	<p><b>EQUILIBRACIÓN</b></p> <p>La capacidad para plantear y resolver otras expresiones algebraicas en casos nuevos y diferentes.</p> <p>Es, para Piaget, la unidad de organización en el sujeto cognoscente. Son los denominados "Ladrillos" de toda la construcción del sistema intelectual o cognitivo, regulan las interacciones del sujeto con la realidad, ya que a su vez sirven como marcos asimiladores mediante los cuales la nueva información es incorporada en la persona.</p> <p>La adaptación cognitiva, se refiere así al equilibrio que se logra entre asimilación y acomodación.</p> <p>Se amplía este concepto en el marco teórico de este trabajo</p>	<p>correctos.</p> <p>- <b>Deficiente:</b> Si en la solución de los nuevos algoritmos no hay ni procedimiento ni producto.</p> <p>- <b>Regular:</b> Si en la solución e la expresión algebraica el procedimiento es correcto y no hay producto.</p> <p>- <b>Bueno:</b> Si en la solución de la igualdad matemática, todo el procedimiento es correcto y el producto es parcial.</p> <p><b>Excelente:</b> Si en la solución el procedimiento y el producto de las expresiones algebraicas son correctos.</p>	<p>0 – 2.0</p> <p>2.1 – 3.0</p> <p>3.1 – 4.0</p> <p>4.1 – 5.0</p>
--	--	--	---

5.2 Variable Independiente: Propuesta didáctica de docencia virtual basada en la enseñanza para la comprensión.

### **5.3 VARIABLES INTERVINIENTES**

Con relación a la validez interna, se presentan en esta investigación seis clases de variables externas que de no controlarse en el diseño experimental, podrían generar efectos que confundirían con el estímulo experimental<sup>76</sup>.

5.3.1 Historia: Los acontecimientos específicos ocurridos entre la primera y la segunda medición, además de la variable experimental.

5.3.2 Maduración: corresponde a los procesos internos de los participantes. Se deben tener en cuenta, todas las observaciones que se hagan durante el proceso de experimentación.

5.3.3 Administración del test: el influjo que la administración de un test ejerce sobre los resultados de otro posterior. Se diferencia la influencia del primer test con respecto al segundo.

5.3.4 Instrumentación: los cambios en los instrumentos de medición o en los observadores o calificaciones de los participantes que pueden producir variaciones en las mediciones que se obtengan

5.3.5 Selección: Se divide en forma aleatoria en dos grupos, uno de control y el otro experimental, a través de números randon.

5.3.6 Mortalidad: Se debe tener presente, para que en caso de deserción, este no afecte la muestra.

---

<sup>76</sup> CAMPBELL Donald y STANLEY Julián. Op Cit.

## 6 METODOLOGÍA

La investigación se desarrollo desde un diseño cuantitativo, cuasi experimental, diseño de grupo control, no equivalente<sup>77</sup>, en el cual el grupo de estudiantes de primer semestre del programa de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la universidad de Manizales, se condujo a la experimentación; el colectivo se dividió en forma aleatoria en dos grupos; denominados en este trabajo como grupo experimental (GE) y grupo control (GC)

La equivalencia de los grupos se verificó, utilizando las medias (en la estadística descriptiva) y las desviaciones estándar de los pretest; la prueba "t" student (en la estadística inferencial) sirve para este fin.

Tanto el grupo experimental como el de control recibieron una prueba pretest, y una prueba postest así: el grupo experimental como el de control se les hizo un pretest para identificar el nivel de conocimiento, con respecto a las expresiones algebraicas, haciendo énfasis en la factorización. Una vez identificada esta etapa, se procedió a intervenir el grupo experimental a través de docencia virtual, y al grupo control se le impartió docencia presencial (con un profesor diferente al que imparte la docencia virtual); se identificaron y analizaron; nuevamente se emplearon pruebas postest tanto al grupo experimental como al grupo control, se analizaron y se compararon;(ver diseño)

GE	01	X	02
GC	03		04

En cuanto a la intervención en la virtualidad, el grupo experimental recibió educación on line, utilizando modelos preparados por el profesor en forma on line, posteriormente cada uno de los estudiantes del GE discutieron los ejemplos y produjeron desde su creatividad nuevas formas de plantear y solucionar problemas desde la factorización. El instrumento se preparo y validó, teniendo la precaución de colocarle los indicadores pertinentes, para poder medir asimilación, acomodación,

---

<sup>77</sup> CAMPBELL Donald y STANLEY Julián. Diseños experimentales y cuasi experimentales en la investigación social. Buenos Aires. Editorial Amorrortu. 2001. 140 paginas.

organización y equilibración. Se usa la prueba "t" student para docimar las hipótesis: Fórmula aplicada<sup>78</sup>

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Media de la primera muestra

Media de la segunda muestra

Nº de elementos  
Segunda muestra

Nº de elementos  
Primera muestra

Estimación combinada de la varianza

Para docimar las hipótesis se procedió así:

- Plantearon la hipótesis nula y la alternativa
- Se halla la sumatoria y las medias de los datos obtenidos, del grupo experimental y del grupo control
- Se obtuvo el cálculo de las varianzas en ambos grupos
- Se halló un único valor de las varianzas, utilizando como método la combinación de las varianzas.
- Apliqué la fórmula
- Se comparó la "t" calculada con la "t" de la tabla (se leí en el libro)
- Se interpretó

El instrumento diseñado se sometió a validación por expertos y fue aprobado antes de llevarlo a consideración de la experimentación. En cuanto a la identificación de los participantes, a cada uno se le asignó un código aleatorio.

<sup>78</sup> MASON Robert y LIND Douglas. Estadística para administración y economía. Octava edición. Editorial alfa omega. México. pág. 42

## 6.1 ETICA

El grupo fue dividido en dos en forma aleatoria. El primer grupo no recibió docencia virtual durante el tiempo de la experimentación y se le privó de conocer más a fondo el aprendizaje por medios virtuales, lo que no es ético, sin embargo hubo respeto por las personas y no hay maleficencia.

El segundo grupo recibió enseñanza a través de la docencia virtual, beneficiándose de esta nueva forma de enseñanza.

## 6.2 POBLACIÓN.

Para el desarrollo de la propuesta de investigación se tuvo una población de 36 estudiantes matriculados en la carrera de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones que ingresan a la Universidad de Manizales.

## 6.3 MUESTRA.

La muestra se conformó con 18 estudiantes que cursaron matemáticas I, en el primer semestre del año 2006, en el programa de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales.

## 6.3 PROCEDIMIENTOS

Se seleccionaron los estudiantes de primer semestre, matriculados en la asignatura de matemáticas I, de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones, de la Universidad de Manizales, separando el grupo en dos mitades, en forma aleatoria; a la primera se le asignó la denominación de grupo control y la otra mitad se le llamó grupo experimental. Cada uno de los grupos (control y experimental) recibió enseñanza de la factorización, con dos profesores diferentes. El grupo control fue orientado bajo parámetros de docencia presencial con respecto a la factorización; el segundo grupo, (experimental), con otro docente, que asume el aprendizaje enseñanza de la Factorización bajo criterios de docencia virtual. Se realizó el test y el postest a través de instrumentos validados por expertos (diseñador gráfico, un profesor de matemáticas, un ingeniero de sistemas, un tecnólogo en sistemas y un

profesor experto en didáctica) en una sesión realizada especialmente para este fin; en donde se recibieron las objeciones y aclaraciones respectivas, lo mismo que se discutieron; con el fin de realizar la docencia virtual y cuantificar las variables con los indicadores propuestos en los estudiantes que participan de la experimentación. Las variables intervinientes fueron controladas en forma cuidadosa para evitar la contaminación en la experimentación. Se recurre al estadígrafo propio para este tipo de experiencias, la distribución "t" student; reunida toda la información se procede a los análisis, resultados y conclusiones.

Análisis de resultados: Aplicado el pretest y el posttest a los grupos experimental y control, se realizó el análisis estadístico a nivel de la prueba "t" student. Se plantearon las hipótesis de significación que tuvo como objeto principal evaluar suposiciones o afirmaciones acerca de los valores estadísticos de la población, denominada parámetros<sup>79</sup>. Lo graficas que se realizaron correspondieron a: histogramas y curvas de distribución normal. Finalmente se procedió al análisis e interpretación de la investigación, esperando resultados que apoyen la educación virtual, en cuanto a una mejor comprensión de las expresiones algebraicas.

---

<sup>79</sup> MARTÍNEZ BENCARDINO Ciro. Estadística y muestreo. Editorial Ecoe. Bogotá. 2004



## 7 RESULTADOS

Se discute con relación a la aplicación del estadígrafo "t" student con respecto de la aplicación del instrumento en las pruebas Pre-test y Post-test, tanto al grupo experimental como al grupo control.

En el gráfico de Relación de Medias (ver anexo D, figura 1, Pre-test, relación de medias), el grupo control presenta una media de 2.4 y el experimental un promedio de 2.12; la diferencia entre las dos es de 0.28, que significa, que son prácticamente iguales, es decir el grupo es homogéneo y es un buen punto de partida para realizar la investigación.

Para corroborar los resultados del pre-test, obtenidos en la estadística descriptiva, se aplica la prueba paramétrica "t" student (ver anexo H, figura 4) por ser cada grupo menor de 30 bajo la siguiente hipótesis que corresponde a una dúcima bilateral.

$H_o = \mu_1 = \mu_2$  (No hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional.)

$H_a = \mu_1 \neq \mu_2$  (Si hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional.)

$\mu_1$  = Comprensión de la factorización de los procesos de enseñanza aprendizaje mediados por la docencia virtual

$\mu_2$  = Comprensión de la factorización de los procesos de enseñanza aprendizaje mediados por la docencia presencial

El pre-test realizado al grupo experimental y al grupo control (ver figura 4) dio como resultado, una "t" calculada de 0.79311 que se localiza en la curva normal en la zona de aceptación; quiere decir esto que se acepta  $H_o$  (hipótesis nula) y se rechaza  $H_a$  (hipótesis alternativa); en otras palabras no hay diferencia en la comprensión de los aprendizajes

virtuales y presenciales, con respecto a la factorización (en este estado aún no se ha intervenido el grupo experimental con la docencia virtual).

En el pre test grupo control, aplicando los indicadores propuestos en este trabajo (la escala de valores va desde 1 hasta 5) se obtienen las siguientes cifras:

ASIMILACION	2.58
ACOMODACIÓN	1.12
ORGANIZACIÓN	2.74
EQUILIBRACIÓN	3.25

Qué dicen estas cifras. Todo conocimiento supone una asimilación (no hay asimilación sin acomodación), y éstas están por debajo de 3.1 (valor que es bueno en esta investigación). Se debe entonces darle una mirada ha cómo ha sido el proceso de enseñanza aprendizaje en la secundaria, como paso previo de ingreso a la universidad. La asimilación y la acomodación están en el rango de regular a deficiente y por consiguiente no alcanzan el calificativo de buenos. La organización obtiene un valor de 2.74, muy cercano a la asimilación, mientras que la equilibración arroja un resultado de 3.25. Pero si la adaptación es una equilibración y la adaptación es un equilibrio entre la asimilación y la acomodación, que no son dos funciones separadas, entonces cabe preguntarse, si hay diferentes tipos de equilibración y si la equilibración observada en este espacio muestral es superior a los componentes de la acomodación, entonces cuál es la causa de ser mayor. La causa podría responder a que no hay en el proceso de enseñanza aprendizaje en la secundaria una buena adaptación matemática y por ende el equilibrio obtenido en el pre test de este trabajo enmascara la realidad de este desarrollo. Sucede los mismo cuando se analizan los resultados del pre test grupo experimental (ver figura 2), en el que se puede ver, que guardan proporción relativa en la asimilación, acomodación, organización y equilibración con el grupo control, y se refleja en forma notoria cuando se representan estos datos en un histograma de medias. (ver figura 3).

- Pos – Test                      Grupo Experimental – Grupo Control

El grupo experimental, recibió en varias sesiones, explicación de la factorización utilizando las TICs, es decir por medios virtuales. El grupo control continuó sus clases con otro profesor (diferente al que impartió docencia virtual) utilizando la clase presencial.

El nivel de significación es de 0.05 y la "t" calculada o encontrada es de 2.5925 y la "t" teórica es de 1.684 (ver anexo H, figura 5) lo que significa que la "t" encontrada es superior a la "t" teórica (que se lee en el libro), por lo que se localiza en la zona de rechazo, razón por la cual debe aceptarse la hipótesis alternativa ( $H_a$ ).

La interpretación corresponde a que hay mayor comprensión<sup>80</sup> cuando se realiza el proceso de enseñanza aprendizaje a través de la docencia virtual, es decir, hay adaptación, organización y equilibración, en el aprendizaje de la factorización cuando hay una didáctica centrada en la enseñanza mediada por los ordenadores.

Esta investigación confirma que la hipótesis alternativa planteada es la aceptada, significando que hay mayor comprensión en la docencia virtual en relación con la docencia presencial. La propuesta didáctica que se realizó con el grupo experimental, condujo al estudiante a diferenciar la factorización: siempre se les enseñó que los algoritmos son de carácter abstracto, sin embargo tras observarlos en la docencia virtual, comprobaron que no lo es, sino que se puede aplicar a la sociedad, y en el caso específico se determinó que la factorización propuesta no es más que un área, y que por lo tanto se puede medir. En la docencia virtual, los estudiantes se sensibilizaron con las imágenes, y comprendieron que a través de representaciones bien construidas se consigue resultados que bien pueden aplicarse a la vida cotidiana. Sucedió lo mismo cuando por medios virtuales se les expone a los estudiantes una diferencia de cubos (fórmula matemática); sin embargo en la docencia virtual esta factorización es convertida con la ayuda de multimedia, en una transacción comercial, en donde cada una de las variables (incógnitas) representa ventas de computadores; comprendiendo finalmente que el resultado es una tarea cotidiana del sector financiero y económico. Al

---

<sup>80</sup>  $\mu_1$  = Comprensión de la factorización de los procesos de enseñanza aprendizaje mediadas por la docencia virtual.

$\mu_2$  = Comprensión de la factorización de los procesos de enseñanza aprendizaje mediadas por la docencia presencial

referirse a otra combinación de la factorización (fórmula matemática) se convierte este algoritmo auspiciado en la virtualidad en un área que se debe demoler para construir un parqueadero. Utilizando tecnología on line, los estudiantes comprendieron la importancia de la factorización cuando es llevada a casos de la vida real, dejando de lado la abstracción.

Los resultados anteriores también han sido comprobados por Waitts y Deman (1966) quienes indican que la tecnología impactan las matemáticas y enriquecen el aprendizaje; algo similar sucede en la descripción de Mendelbrot con la geometría de fractales. También lo referencia Waits (2005), cuando se refiere al aprendizaje del álgebra y admite que la tecnología es una herramienta de primera mano para la factorización. Programas de álgebra pedagógica como el denominado CAS, dan cuenta de la aplicación de la tecnología en la enseñanza de la factorización. Cambios importantes, se reportan en la enseñanza, cuando son mediados por el computador, tal es el caso de Robín (1982), Abramovich (1999), Stillson y Alsup (2003), por solo mencionar a algunos de ellos. Stone wiske (1999), afirma que la tecnología ofrece una significativa ventaja educativa, además de constituir innovaciones y que por lo tanto la tecnología tiene un significativo potencial para aumentar la comprensión del alumno. En la docencia virtual, los estudiantes investigan nuevas ideas, realizan simulaciones y hacen visibles los conceptos abstractos. El trabajo realizado por los estudiantes que recibieron docencia virtual, no consistió meramente en repetir lo que se había dicho, sino que ellos generaron sus propias ideas sobre los conceptos enseñados, y en donde se avanza interpretando y comprendiendo lo aprendido a través de nuevas tecnologías, para proponer un desarrollo profesional que reproduce explícitamente los principios de la enseñanza para la comprensión. Este proceso anima a los estudiantes a hacerse responsables de su propio aprendizaje (auto dirigirse) y a la motivación por el estudio.

- **ASIMILACIÓN**

Al realizar la prueba para la asimilación, con un nivel de significación de 0.05, se calcula una "t" de 3.6108, mientras que la "t" teórica es de 1.697.

La "t" calculada se localiza en la zona de rechazo (ver anexo H, figura 6), por lo que debe aceptarse la hipótesis alternativa ( $H_a$ ), lo que significa que hay mayor asimilación cuando se imparte enseñanza a

través de medios virtuales, es decir ha habido un proceso de asimilación – acomodación, a estructuras anteriores, lo que indica un mejor conocimiento, en otras palabras lo han acomodado a sus esquemas, a sus estructuras, que no es más que una verdadera comprensión. La asimilación es la parte entendida y desempeña un papel necesario en todo conocimiento. Para Piaget la primera función del conocimiento es la de ser una asimilación, en el sentido de una interacción entre el objeto y el sujeto, tal que haya, a la vez acomodación lo mas completa posible para incorporarla a las estructuras anteriores. En esta investigación la asimilación es entendida como la identificación adecuada de cada una de las variables (incógnita) del proceso que conforman las expresiones algebraicas. En la investigación, se evidencia que hay mayor comprensión cuando la enseñanza se realiza a través de docencia virtual; este resultado es explicable, por cuanto los estudiantes, estaban acostumbrados a recibir las clases con lápiz y papel, y al cambiarles por medios virtuales, de movimientos, ellos comprenden con facilidad, lo que antes, tenían que hacerlo a través de la imaginación y por medio de procesos memorísticos. Observan con claridad que la abstracción se concreta a espacios reales. Explica esto, que los estudiantes tienen niveles de conocimiento y hay unas estructuras previas que le permiten asimilar los nuevos conceptos enseñados.

- **ACOMODACIÓN**

Al elaborar la prueba para la acomodación, con un nivel de significación de 0.05, se calcula una "t" de 3.33 (ver anexo H, figura 7) y la "t" teórica es de 1.691. Al ubicar los datos en la curva normal, la cifra deducida se localiza en la región crítica, significando que se debe aceptar la hipótesis alternativa, esto es, hay mayor acomodación cuando se imparte enseñanza aprendizaje por medios virtuales.

Para Piaget toda asimilación va acompañada de acomodación, sin asimilación no hay acomodación. Para este autor, la acomodación se refiere a cualquier modificación dentro de un esquema asimilador, modificación que a su vez se causa por los elementos que se asimilan.

En este trabajo de investigación, se concibe la acomodación, como interpretar correctamente las variables y los procesos de las expresiones

algebraicas. Los estudiantes adquieren los nuevos conocimientos, modifican sus esquemas aprendidos, para aprehender a través de la virtualidad. Los resultados de la prueba nos llevan a concluir que hay mayor acomodación cuando las clases se realizan por medio de la virtualidad. A los estudiantes se les presentaron ideas generales, definiciones claras y precisas, además de solicitarles a los estudiantes que reformulen con sus propias palabras, permitiendo la integración e interpretación de nuevos conceptos. Hay adaptación, por que los resultados evidencian características a favor de la asimilación y la acomodación, y cuando existe este equilibrio se concluye que hay adaptación, lo que referencia un nivel de pre conceptos sobre la factorización en los procesos.

## • ORGANIZACIÓN

Al realizar la prueba para la organización, con un nivel de significación de 0.05, se calcula una "t" de 2.80 (ver anexo H, figura 8) y la "t" teórica es de 1.691. Al ubicar los datos en la curva normal, la cifra deducida se localiza en la región crítica, significando que se debe aceptar la hipótesis alternativa, y rechazar la hipótesis nula, esto es, hay mayor organización cuando se imparte enseñanza aprendizaje por medios virtuales. Para Piaget la organización consiste en conservar la forma de un sistema de interacción a través de un flujo continuo de transformaciones, conservando unos elementos y modificando otros. La función matemática es una operación de transformaciones, es la esencia y la esencia es la estructura lógico matemática que permite comprender.

Este trabajo define la organización, basado en la concepción de Piaget, como una solución correcta de las expresiones algebraicas. Los resultados, respecto a la organización, dejan ver que hay mayor organización cuando las clases se realizan por medio de docencia virtual; hubo un flujo continuo de transformaciones y una estructura lógico matemática que permite a los estudiantes organizar los conceptos y solucionar los problemas en forma correcta. Garrison y Anderson (2005) sostienen que el conocimiento sólo existe en las mentes que lo han comprendido y justificado mediante la reflexión, y continúan los autores, afirmando que la educación es algo más que transmitir información y guarda relación con la reflexión, el cuestionamiento y el análisis crítico.

En la educación virtual el estudiante se enfrenta a un cúmulo de información que debe sintetizar y ser creativo para obtener un mejor provecho de lo que hace. La virtualidad lleva al estudiante a hacerse responsable de su proceso de aprendizaje, a auto dirigirse para aprender a aprehender, como lo muestran los resultados, que indican mayor organización en la docencia virtual.

- **EQUILIBRACIÓN**

Al realizar la prueba para la equilibración, con un nivel de significación de 0.05, se calcula una "t" de 2.80 (ver anexo H, figura 9) y la "t" teórica es de 1.691. Al ubicar los datos en la curva normal, la cifra deducida se localiza en la región crítica, significando que se debe aceptar la hipótesis alternativa, y rechazar la hipótesis nula, esto es, hay mayor equilibración cuando se imparte enseñanza aprendizaje por medios virtuales. El proceso de equilibración consiste en lograr una coordinación equilibrada de la asimilación y la acomodación; hay desequilibrio cuando el sujeto es incapaz de asimilar experiencias nuevas o no puede adaptarse a ellas. En esta investigación se entiende por equilibración como la capacidad para plantear y resolver otras expresiones algebraicas en casos nuevos y diferentes. Al realizar la prueba para la equilibración dio como resultado que hay mayor equilibración en la docencia virtual que en la presencial. Stone (2006) referencia que debe haber un tópico generador, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación permanente. En esta investigación el tópico generador es la factorización de las expresiones algebraicas, las metas de comprensión corresponden a: comprensión, aplicación y empleo de herramientas, los desempeños corresponden a identificar, interpretar, demostrar y realizar soluciones correctas de las estructuras algebraicas. La evaluación de los desempeños se dio ayudados por el simulador en la virtualidad cuando los estudiantes corroboraron la solución correcta de los problemas, analizaron los trabajos, intercambiaron ideas, se retroalimentaron y autoevaluaron. A los estudiantes se les solicitó, que plantearan problemas diferentes a los aprehendidos con el docente virtual; lo que realizaron con éxito y novedosos problemas aplicados a la vida diaria comprendiendo que la factorización es un proceso real y no abstracto.

Demuestra lo anterior que hay un proceso de equilibración y que da lugar a procesos de equilibrios sucesivos, por consiguiente hay una coordinación equilibrada de la asimilación y la acomodación, que es el análisis que realiza Flavell (1989), cuando se refiere a la equilibración planteada por Piaget.

En todas las pruebas referentes al grupo experimental, la "t" calculada se localiza en la región crítica o zona de rechazo, significando que es necesario aceptar la hipótesis alternativa y rechazar la hipótesis nula. En otras palabras, las cinco pruebas, admiten que hay mayor comprensión, en la enseñanza aprendizaje de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional, es decir, mediante tecnología en red. Esta nueva forma de enseñanza aprendizaje, transformó a los integrantes del grupo experimental; despertó en ellos el pensamiento crítico. Demuestra esta experimentación a diferencia de lo propuesto por Clark, que sí es significativa, tras comparar la enseñanza aprendizaje presencial con respecto a la mediada on line. Este enfoque educativo diferente, detecto un potencial considerable en la comprensión de la educación a través de medios virtuales.

La investigación muestra un conocimiento previo, que se fortalece mediante el proceso de virtualidad. La asimilación y la acomodación han sido referentes de importancia para la adaptación a este enfoque nuevo de la educación; los estudiantes participantes lo captaron y lo conocieron. También pudo revelarse la presencia autorreguladora en las operaciones lógico matemática que se les han propuesto, desembocando en un proceso inteligente, en un equilibrio permanente, ha alcanzado un rigor lógico. Se ha transitado de lo nuevo a lo viejo y de lo viejo a lo nuevo. La clase virtual, enseña que se comienza a comprender un nuevo esquema de enseñanza aprendizaje, es un enfoque de escuela inteligente, en él predomina el pensamiento y no la memoria y en donde los alumnos reflexionan sobre lo que aprenden. Con este tipo de educación se acelera el proceso aprendiendo desde la comprensión. Se trasciende en este trabajo desde una sola inteligencia (la lógica matemática de Piaget) y permite otras modalidades de inteligencia (las propuestas por Gardner), reveladas en las respuestas que entregan los participantes de este trabajo, cuando se les mira individualmente, donde se perciben diferencias, y no en conjunto (solo se toman las medias, para el análisis estadístico). Si se observa desde otro ángulo, el modo de



respuesta de carácter individual, el panorama se despeja, deja expuesto las diferentes modalidades y potencialidades del ser humano, siendo muy posible que al tomar los promedios, lo que realmente arroja el resultado es un emparejamiento de la enseñanza aprendizaje, que lo permitió y elaboro la docencia virtual.

Los integrantes del grupo experimental han comprendido el papel de las matemáticas en la sociedad y sus diferentes campos de aplicación, han sostenido las formas básicas de razonamiento y han comprendido la potencia y las limitaciones de la enseñanza aprendizaje mediada por el ordenador.

## **8 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.**

### **8.1 CONCLUSIONES**

Concluida la investigación, se evidencia que si hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional, en un grupo de estudiantes de matemáticas de primer semestre de ingeniería de sistemas y telecomunicaciones de la universidad de Manizales, y por lo tanto se desarrolla comprensión en el aprendizaje de la factorización a través de una propuesta de enseñanza virtual.

El estudiante que recibe la enseñanza de la factorización a través de medios virtuales desarrolla lógica comprensiva, comprende la realidad del algoritmo algebraico, lo concreta, lo sitúa en la realidad, abandona el concepto abstracto de la matemática para llevarlo a los sucesos de la vida real. La tecnología le permite ampliar el concepto algebraico, entenderlo en otra forma, observarlo desde una óptica diferente, motivando en forma continua al estudiante acorde con los avances del conocimiento, permite la integración interpersonal del colectivo que recibe la docencia virtual, se informa de los adelantos matemáticos, intercambia conceptos con estudiantes de otras latitudes, se confronta con él mismo, aprende a su propio ritmo, escoge el horario que se acomoda a su proceso de enseñanza, inter actúa en forma virtual con su profesor y rompe el paradigma de la clase con lápiz y papel.

Con referencia a Piaget, ésta propuesta es un aporte para el cambio en la enseñanza de las matemáticas, puesto que la tecnología permite ampliar el concepto de la factorización y ofrecer una comprensión profunda.

La enseñanza aprendizaje de la factorización a través de medios virtuales, en este trabajo, permitió conocimiento y comprensión. Fue siempre informado, dinámico y flexible; acorde todo esto con los fundamentos ilustrados por Perkins.

La enseñanza para la comprensión, propuesta por Stone, en esta indagación demuestra que la tecnología es un medio que ofrece una significativa ventaja de comprensión educativa. Prepara el estudiante de hoy para un mundo velozmente cambiante.

La enseñanza para la comprensión, propuesta por los investigadores de Harvard, se evidencia en este trabajo y demuestra las posibilidades de implementarla en la enseñanza aprendizaje a través de medios virtuales.

Esta investigación contradice los resultados obtenidos por Clark y Villareal, puesto que la prueba "t" student aplicada en ese trabajo, demuestra que la comprensión utilizando medios virtuales, es significativa.

Los resultados logrados en esta investigación, son similares a los obtenidos por Bert Waits y Frank Demana (1966), Robín (1982), Barrón, Erigir, Cantor y Ronal (1993), Abramovich (1999), Stillson y Alsup (2003) y Hernández (2003).

Al profesor le facilita el trabajo multidisciplinario, exige del maestro planeación, permite el avance en la construcción de un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje, potencia el desarrollo de nuevas estrategias de resolución de problemas, mejora las habilidades de comunicación, diseña estrategias de trabajo colaborativo, supera el temor a las matemáticas y erradica concepciones imaginarias mal construidas.

Este propuesta es un aporte para el cambio en la enseñanza de las matemáticas puesto que la tecnología permite ampliar el concepto y ofrecer una comprensión profunda ya que los procesos de asimilación, acomodación, organización y equilibración son notorios, adaptables y veloces en la educación virtual; es una invitación a que los docentes integren el contenido escolar con las actividades de la vida cotidiana.

## **8.2 Recomendaciones.**

Esta investigación permite presentar algunas recomendaciones que pueden ser de interés colectivo: es indispensable formar a los docentes en didáctica y pedagogía de las matemáticas en la educación virtual para romper los esquemas tradicionales de la clase presencial, además de sensibilizar a los docentes del área de las matemáticas de las bondades y ventajas de la docencia virtual, para cerrar la brecha que existe en la actualidad.

Es importante, realizar estudios que puedan determinar al culminar el ciclo matemático, que ha sucedido con los procesos de comprensión y formación del pensamiento lógico, después de realizar esta experiencia.

Buscar la posibilidad de extender este tipo de estudios para la comunidad matemática, a través de la inferencia estadística para aplicar los resultados a toda la población, y no a un sector del universo.

Los departamentos de matemática deben ser equipados con un laboratorio propio, internet banda ancha, en red y con un espacio real acondicionado en donde se fomente el uso de las calculadoras gráficas, software de álgebra, cálculo, ecuaciones diferenciales, matemáticas especiales, matemáticas financieras, métodos numéricos, geometría y estadística, por sólo mencionar algunos de ellos como herramienta para apoyar los procesos pedagógicos, permitiendo a los estudiantes realizar ensayos, simulaciones, demostraciones y reflexiones sobre el tema, para provocar cambios significativos en el aprendizaje de las matemáticas y los docentes inicien la docencia virtual.

## BIBLIOGRAFÍA

- AUSUBEL David. Psicología Educativa. Un punto de vista constitutivo. Segunda edición. Editorial México Trillas.1983. 313 pág.
- ALLENDOERFER y OACLEY Fundamentos de matemáticas.. Tercera edición. México. Editorial McGraw-Hill. 1973. 635 pág.
- BARNETT A. Algebra y trigonometría. Segunda Edición. México. Editorial McGraw Hill. 1988. 682 pág.
- BARRON y otros. (1993). Mayo de 1993.Proquest.umi.com. (videodisco) resolución de problemas. Matemáticas. Sistemas interactivos de computador. Instrucción asistida por computador.
- BEDOYA I y GÓMEZ M. Epistemología y Pedagogía. Ensayo Histórico crítico sobre el objeto y método pedagógicos. Bogotá. Documento
- BELLO D. Rafael. Educación Virtual. Aulas sin paredes. Documento.
- BLYTHE Tina y otros. La enseñanza para la comprensión. Guía para el docente. Buenos Aires. Argentina. Editorial Paidós. 1999. 164 p.
- CAMPBELL Donald y STANLEY Julián. Diseños experimentales y cuasi experimentales en la investigación social. Buenos Aires.. Editorial Amorrortu. 2001. 140 paginas
- CEBALLOS R. Enseñanza de la Factorización a través de mapas conceptuales, dirigida a estudiantes de primer semestre del programa de Contaduría Pública de la Universidad del Quindío. 2005. Tesis de grado de maestría.
- DEDE, Chris. Aprendiendo con Tecnología. Editorial Paidós. Estrategias virtuales para la enseñanza (2005). Universidad de La Salle Documento en Internet.
- ENLACES MONTEGRANDE. Informática Educativa en el currículum de enseñanza media matemática, elaborado por la red de asistencia técnica de enlaces. Ministerio de Educación de Chile.2005. Documento.

- FACUNDO Ángel. Educación virtual en América Latina y el caribe: características y tendencias. Bogotá. 2002. Documento.
- FLAVELL John. La Psicología evolutiva de Jean Piaget. México. Editorial Paidós. 1989. 484 paginas.
- FOSSI GUTIÉRREZ Ignacio. Cálculo Algebraico. Madrid. Editorial Dossat.1952. 266 pág.
- GONZÁLEZ, R. (2005). Educación Superior Virtual. Documento: [www.uv.mx](http://www.uv.mx).
- GARDNER Howard. Inteligencias múltiples. La Teoría en la práctica. Buenos Aires.1993. 313 pág.
- GARDNER Howard. Las cinco mentes del futuro. Un ensayo educativo. Paídos. Barcelona España. 2005.
- GARRISON D y ANDERSON T. El e-learning en el siglo XXI. Primera edición. Octaedro. España 2005.
- HERNÁNDEZ G.(2005.) .Proquest. La evolución de la educación a distancia: los asuntos y los estudios de casos.
- HALL y NIGTH. Algebra elemental. Barcelona. Editorial Aragón. 1965. 524 pág.
- KERLINGER Fred y LEE Howard. Investigación del comportamiento. Métodos de investigación en ciencias sociales. Cuarta edición. Editorial Mc Graw Hill. México. 2002.
- LEITHOLD Louis. Algebra. México. 1995. Editorial. Harla. 576 pág.
- MARTÍNEZ BENCARDINO Ciro. Estadística y Muestreo. Onceava edición. Ecoe. Bogotá. 2004.Padula.
- MURRAY, SPIEGEL. Algebra Superior. México. Editorial McGraw- Hill.312 pág.

PIAGET Jean y otros. La enseñanza de las matemáticas. Tercera edición. Madrid. Editorial Aguilar.1968. 181 pág.

PIAGET Jean. Biología y conocimiento. Ensayo sobre las relaciones entre las regulaciones orgánicas. Undécima edición. Editorial siglo XXI. México 1997. 338 paginas-

PERKINS David. La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente. Barcelona. Editorial Gedisa. 2001. 262 paginas.

Programa Bolívar (2005).Instituto tecnológico de Monterrey. México. Universidad Virtual.

Revolución Educativa. (2005). Ministerio de Educación Nacional. Rev. 4.

SÁNCHEZ SORDO Manuel. Algebra esencial. Bilbao España. Editorial Playor. 1983. 220 paginas

STILSON y ALSUP. (2004). Proquest. Álgebra. Teaching. On line instruction. Enseñar álgebra básica usando un sistema de enseñanza interactivo. Aleks.

STONE WISKE Martha. La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica. Argentina. Editorial Paidos. 1999. 446 p.

STONE WISKE Martha y otros. La enseñanza para la comprensión, con nuevas tecnologías. Buenos Aires. Argentina. Editorial Paidós. 2006. 270 p.

TAMAYO Oscar Eugenio. Didáctica de las ciencias. Maestría en Educación Docencia. Documento. Universidad de Manizales. Marzo 2006.

UNIGARRO G Manuel. Educación Virtual. Encuentro formativo en el ciberespacio. Editorial UNAB. Bucaramanga. Colombia. Universidad autónoma de Bucaramanga.2004.209 paginas.

VAISHNAV. (1998). Proquest. Álgebra a gran altura.

VELANDIA M Crisanto. (2004). Especialización en docencia universitaria.

VILLAREAL L.M. (2003).Proquest. Integrar un componente del laboratorio de computadora en cursos de álgebra.

VIRTUAL: Aulanet. Universidad de Oviedo. Documento.

[www.eduteka.org](http://www.eduteka.org). Entrevista con Bert Waits.  
[www.vulcano.lasalle.edu.co/docencia/quees.htm](http://www.vulcano.lasalle.edu.co/docencia/quees.htm).

Zill Dennis y Deware Jacqueline. Algebra y trigonometría. Segunda edición. Bogotá. Editorial McGraw- Hill.1999. 658 p.



## **ANEXOS**

## ANEXO A INSTRUMENTO<sup>81</sup>

Relacionado con la comprensión y retención de la factorización a través d una propuesta de docencia virtual en estudiantes de primer semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales

### OBJETIVO:

Evaluar la comprensión y retención en el aprendizaje de la factorización a través de una propuesta de enseñanza virtual en un grupo de estudiantes de primer semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales.

### INSTRUCCIONES

En el ejercicio que se presenta a continuación, la finalidad es poder medir niveles de comprensión al utilizar conceptos de expresiones algebraicas en forma flexible, creativa y competente.

Observe detenidamente la figura, corresponde a un paralelogramo.  
Se refiere inicialmente a un cuadrado de lado  $a$ .

El área de un cuadrado se determina con la expresión:  
**Area = Lado x Lado**

El área de la figura está dada entonces por:  
**Area =  $a \times a$**

En la multiplicación de potencias de igual base, se suman los exponentes:  
**Area =  $a \times a = a^{1+1} = a^2$**

El exponente es un número o letra que se coloca en la parte superior de una letra o número, pero se da el caso en que no se escribe el exponente como en este caso.

—————→ No los sumes  
 $a \times a$  —————→ No los sumes

Puesto que en la parte superior derecha de la letra (base) no hay ningún número, se le debe colocar un 1, como 1 es lo que denominamos exponente, después la base y sumamos los exponentes así:  
 $a \times a = a^{1+1} = a^2$

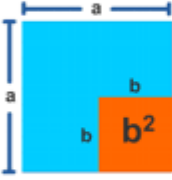
ver 2.

<sup>81</sup> Instrumento disponible en versión multimedia, solamente se presentan las fotografías, se sugiere observarlo en su forma virtual.

Macromedia Flash Player 7

Archivo Ver Control Ayuda

Ahora consideremos el segundo cuadrado interno menor de lado  $b \times b$ , y hallemos su área.



Area = Lado x Lado  
 Area =  $b \times b$   
 Area =  $b^1 \times b^1 = b^{1+1} = b^2$   
 De donde, Area =  $b^2$

El área del cuadrado menor es  $b^2$  se lee  $b$  a la dos o  $b$  al cuadrado

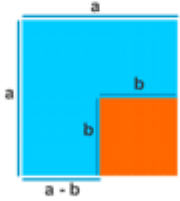
Inicio 1 2 3 5 6 7

Macromedia Flash Player 7

Archivo Ver Control Ayuda

Las longitudes de los lados de la figura quedan de la siguiente forma:

En el lado inferior izquierdo del cuadrado grande, el lado se denomina  $a$  pero se debe restar el lado inferior derecho del cuadrado pequeño, es decir  $b$  luego el lado  $a$  queda midiendo  $a - b$ .

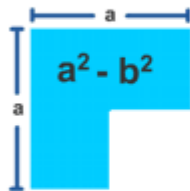


Inicio 1 2 3 4 6 7

Macromedia Flash Player 7

Archivo | Ver | Control | Ayuda

Si se retira el cuadrado pequeño de base  $b$  resulta una figura geométrica que se encuentra sombreada o de color diferente.



La región resultante tiene un área igual a  $a^2 - b^2$


Se ha evaluado  $a^2 - b^2$  de manera geométrica, restando el cuadrado de lado  $b$  al cuadrado de lado  $a$ .

Inicio 1 2 3 4 5 7

Macromedia Flash Player 7

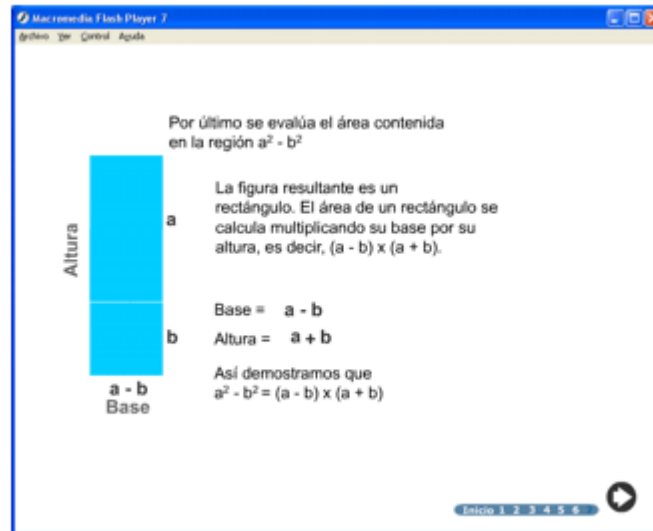
Archivo | Ver | Control | Ayuda

Por último se evalúa el área contenida en la región  $a^2 - b^2$



Acomodemos la figura, convirtiéndola en un rectángulo.

$a - b$



Observe detenidamente la figura, corresponde a un paralelogramo<sup>82</sup>. Se refiere inicialmente a un cuadrado de lado  $a$ , el área de un cuadrado es lado por lado, es decir  $a \times a$ . Si se expresa en forma algebraica es:

$$a \times a$$

La letra **a** se la denomina base

Tienen los mismos factores literales, lo que equivale a tener igual base  $a$ . Para multiplicarlas, se toma la base ( $a$ ) y se suman los exponentes. El exponente es un número o letra que se coloca en la parte superior de una letra o número; pero se da el caso en que no se escribe el exponente como en el caso siguiente:

$$\overbrace{a \times a}^{\text{No hay número}} \rightarrow \text{No hay número}$$

<sup>82</sup> BALDOR, A. Geometría plana y del espacio. Décima quinta reimpresión. Mexico Editorial Ultra. 1983. 423 páginas.

Un paralelogramo es una figura geométrica, en el cual sus lados opuestos son paralelos. Se clasifican en:

- Rectángulo: si tienen los cuatro ángulos iguales y los lados contiguos iguales.
- Cuadrado: tiene los cuatro ángulos iguales y los cuatro lados iguales.
- Romboide: tienen los lados y los ángulos contiguos desiguales.
- Rombo: tiene los cuatro lados iguales y el lado contiguo desigual.

Puesto que en la parte superior derecha de la letra  $a$  (base) no hay ningún número, se le debe colocar un 1; este 1 es lo que denominamos exponente, dejamos la base  $a$  y sumamos los exponentes así.

$$a \times a = a^{\overbrace{1+1}^{\text{Sumo los exponentes}}} = a^2$$

Este resultado se lee  $a$ , a la dos o  $a$  al cuadrado. Luego al área del cuadrado grande es  $a^2$ . Dentro de ese cuadrado grande hay otro más pequeño (inscrito) de lado  $b$  y cuya área es  $b \times b$ . Por las razones expuestas en el párrafo anterior, el área de este cuadrado inscrito es;

$$b^1 \times b^1 = b^{1+1} = b^2$$

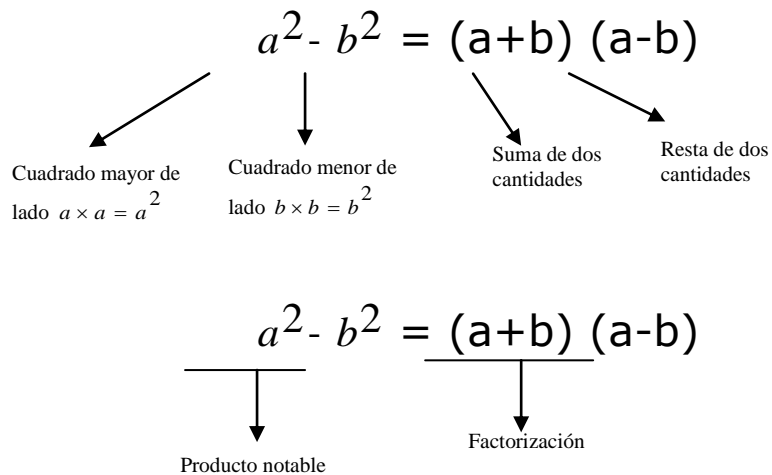
El área del cuadrado menor es  $b^2$  se lee  $b$  a la dos o  $b$  al cuadrado.

En el lado inferior del cuadrado grande, el lado se denomina  $a$ , pero se debe restar el lado inferior del cuadrado pequeño, es decir  $b$ , luego el lado  $a$  queda midiendo  $a - b$ .

Si se retira el cuadrado pequeño de base  $b$ , resulta una figura geométrica que se encuentra sombreada (de color diferente). La región sombreada resultante (se construye y toma el nombre de gnomon), se hace girar en dirección contraria a las manecillas del reloj.

Se ve claramente que la figura geométrica es un rectángulo, el que gira y al hacerlo se coloca encima del cuadrado. Queda una sola figura, es un rectángulo en forma vertical en el cual su base mide  $a - b$  y su altura  $a + b$ . El área de un rectángulo es base por altura. La base de la figura es  $a - b$  y la altura  $a + b$ , luego el resultado es  $(a - b)(a + b)$ ; esta última expresión algebraica, también se puede escribir en álgebra como

$a^2 - b^2$ ; esto es si el cuadrado mayor  $a^2$ , le resto el cuadrado menor  $b^2$  da una igualdad que es  $(a - b)(a + b)$ ; así se puede enunciar que la suma de dos cantidades  $(a + b)$ , multiplicada por sus diferencias  $(a - b)$  es igual al cuadrado de  $a$  ( $a^2$ ) menos el cuadrado de  $b$  ( $b^2$ ) y la expresión en álgebra se escribe:



En la anterior igualdad se debe tener claro que si se lee de izquierda a derecha se refiere a un producto notable. Si se lee de derecha a izquierda se refiere a una factorización.

Se tiene la siguiente expresión algebraica

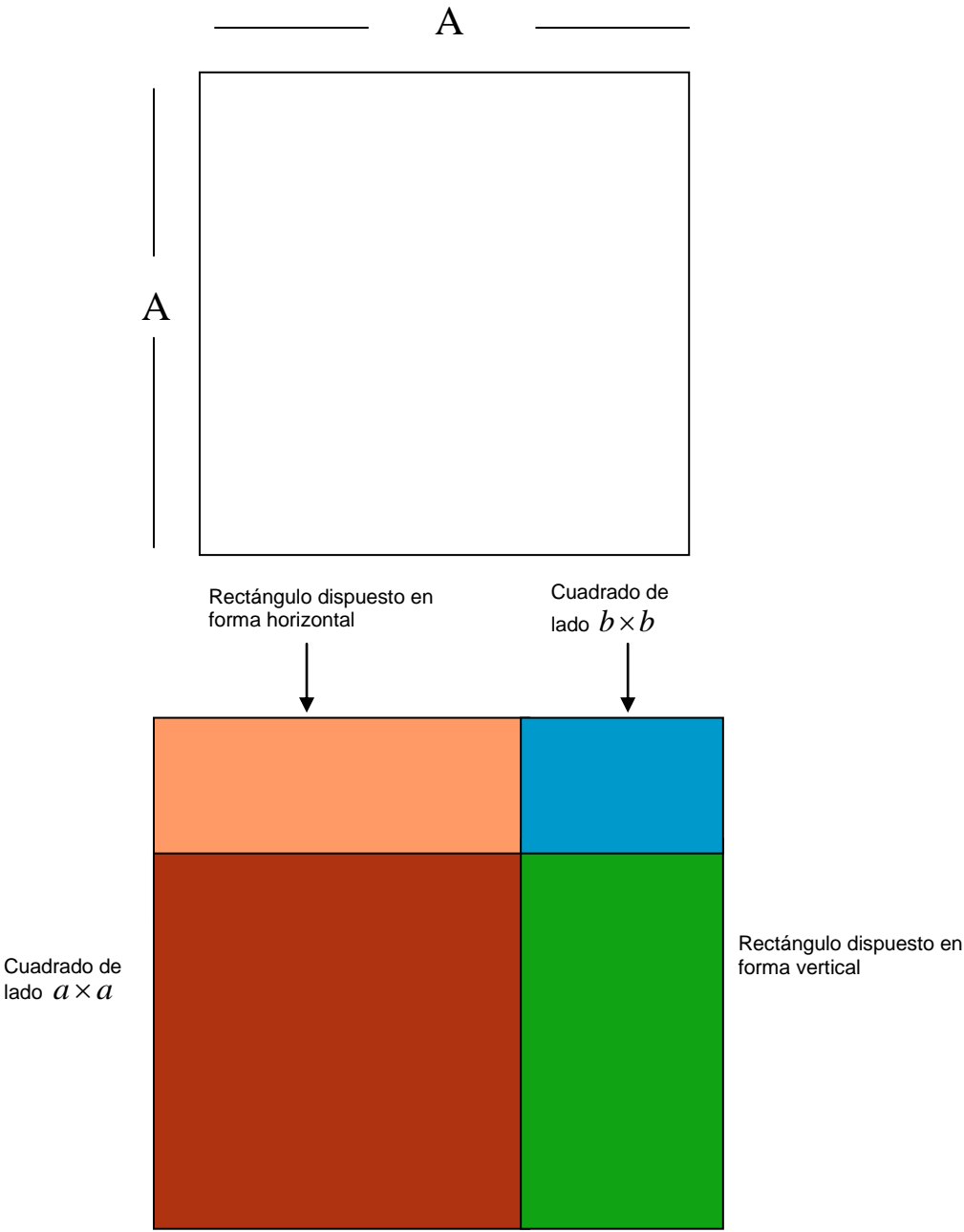
$$a^2 + 2ab + b^2$$

La cual se puede igualar a  $(a+b)(a+b)$  y que se escribe como  $(a+b)^2$ . La igualdad en álgebra es:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)(a+b) = (a+b)^2$$

Esta expresión algebraica se puede representar en forma geométrica como: un cuadrado de lado  $A \times A$ ; en el interior de este cuadrado trazamos otros dos cuadrados, uno de área  $a \times a$  ubicado en la esquina inferior izquierda del cuadrado  $A \times A$ , y otro cuadrado de lado  $b \times b$  en la esquina superior derecha del cuadrado  $A \times A$ . En la parte superior del cuadrado  $a \times a$  localizado en la esquina inferior izquierda, aparece otra figura geométrica correspondiente a un rectángulo de área  $a \times b$  dispuesto

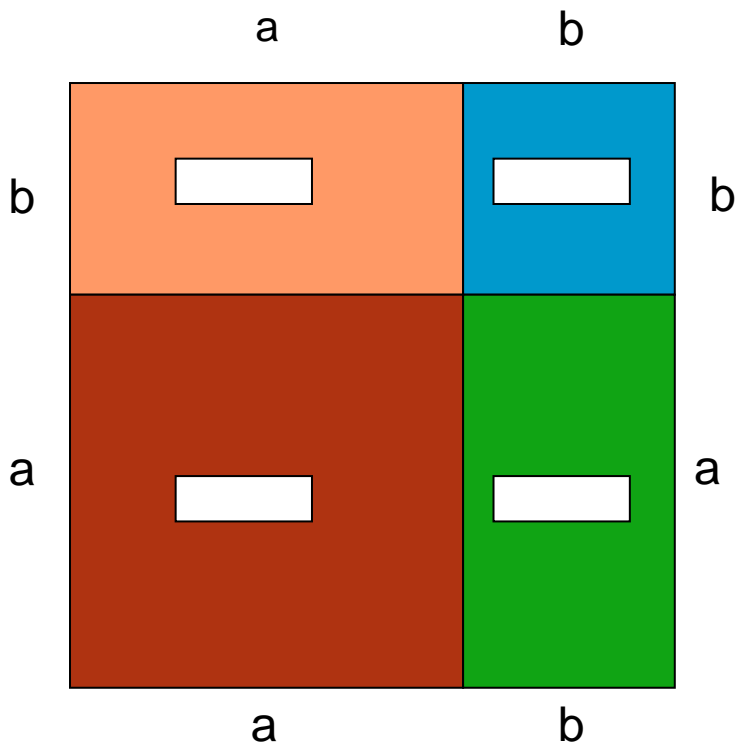
en forma horizontal; en forma vertical resulta otro rectángulo de lado  $a \times b$ . Como se observa en las siguientes figuras:

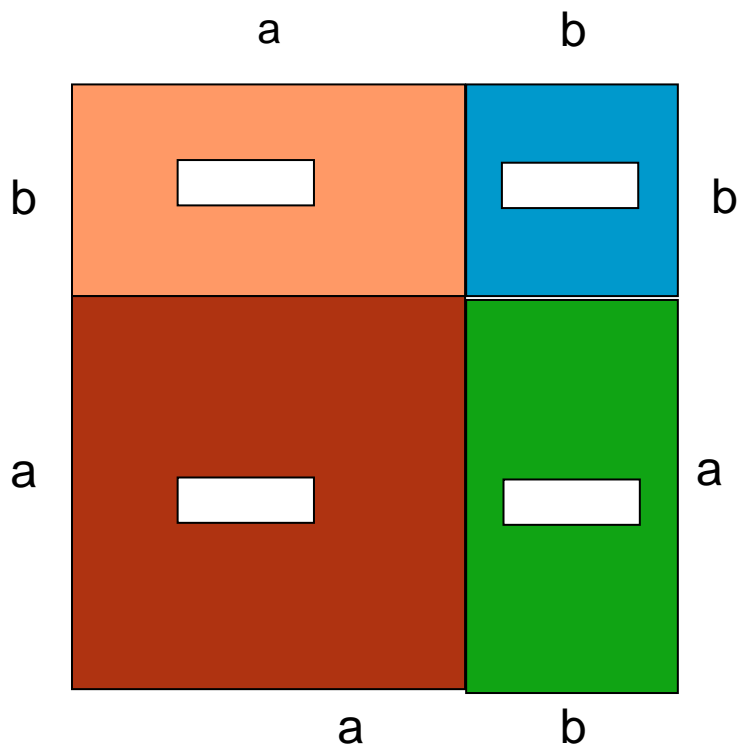
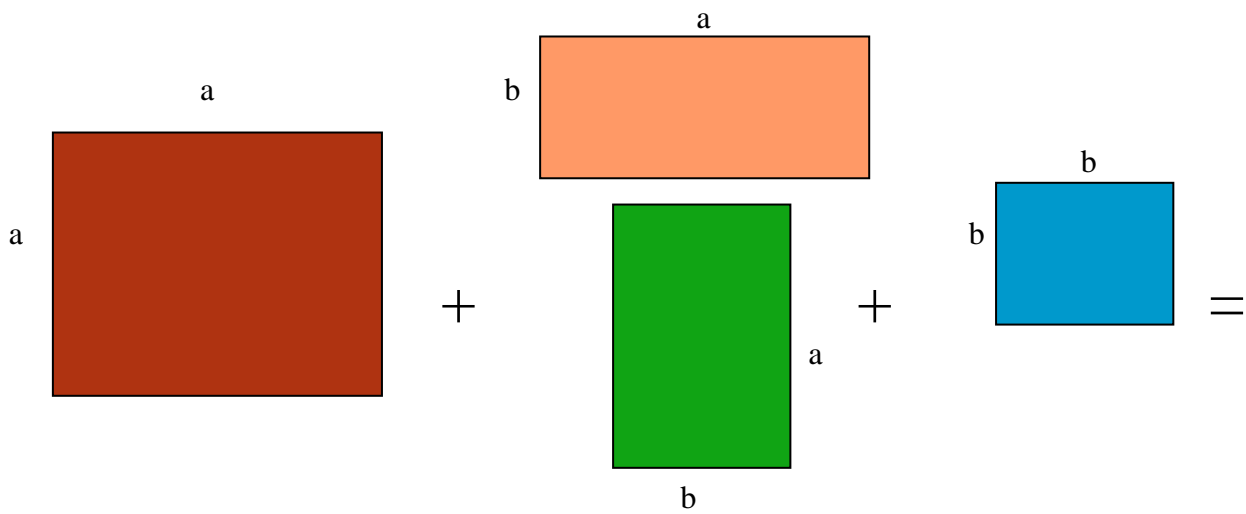




Puede usted llenar los cuadros que están en blanco adentro de cada figura geométrica, que se formaron al interior del cuadrado  $A \times A$ , para que dé como resultado la fórmula de factorización:

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{\text{Producto notable}} = \frac{(a+b)^2}{\text{Factorización}}$$

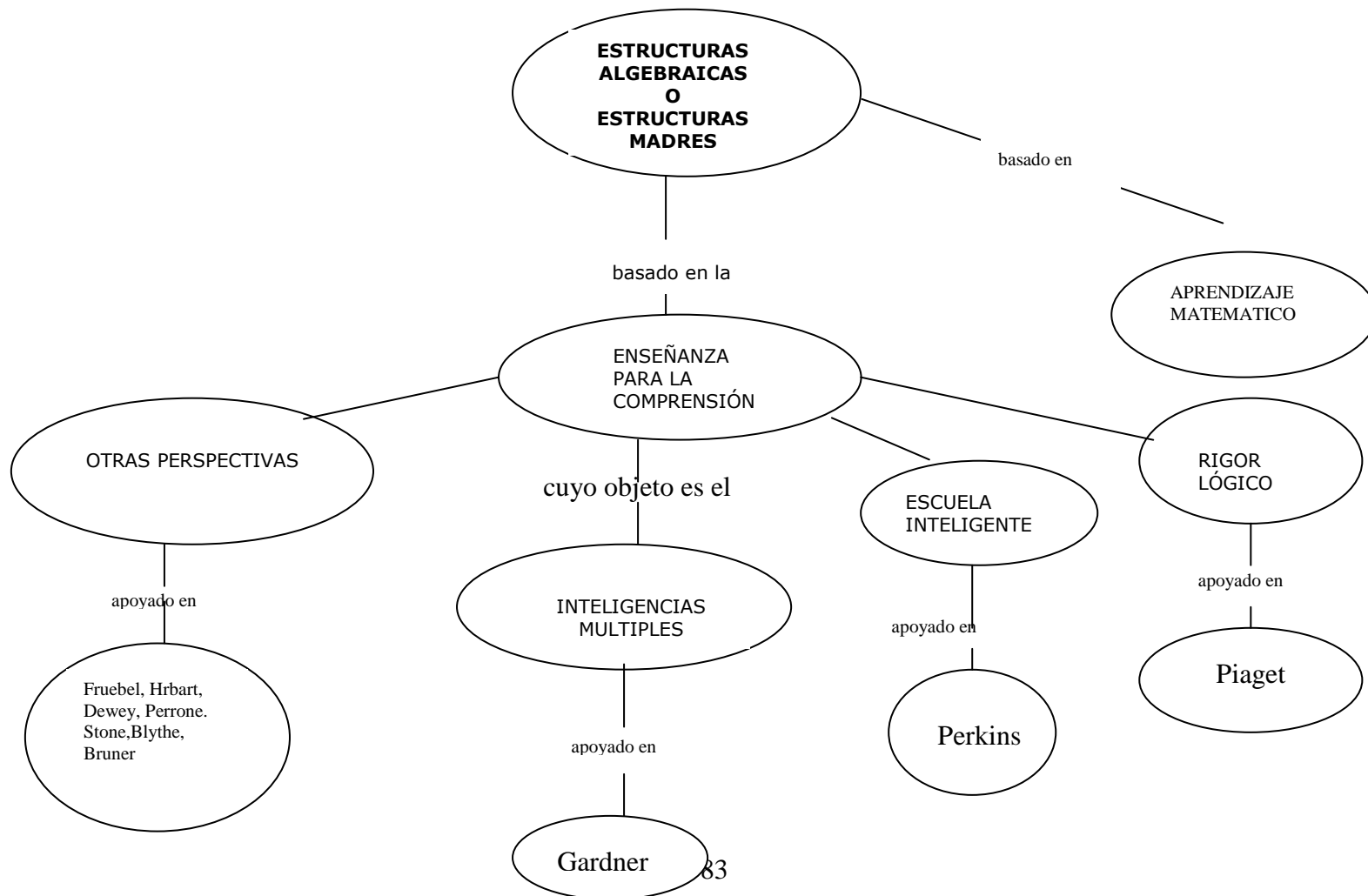


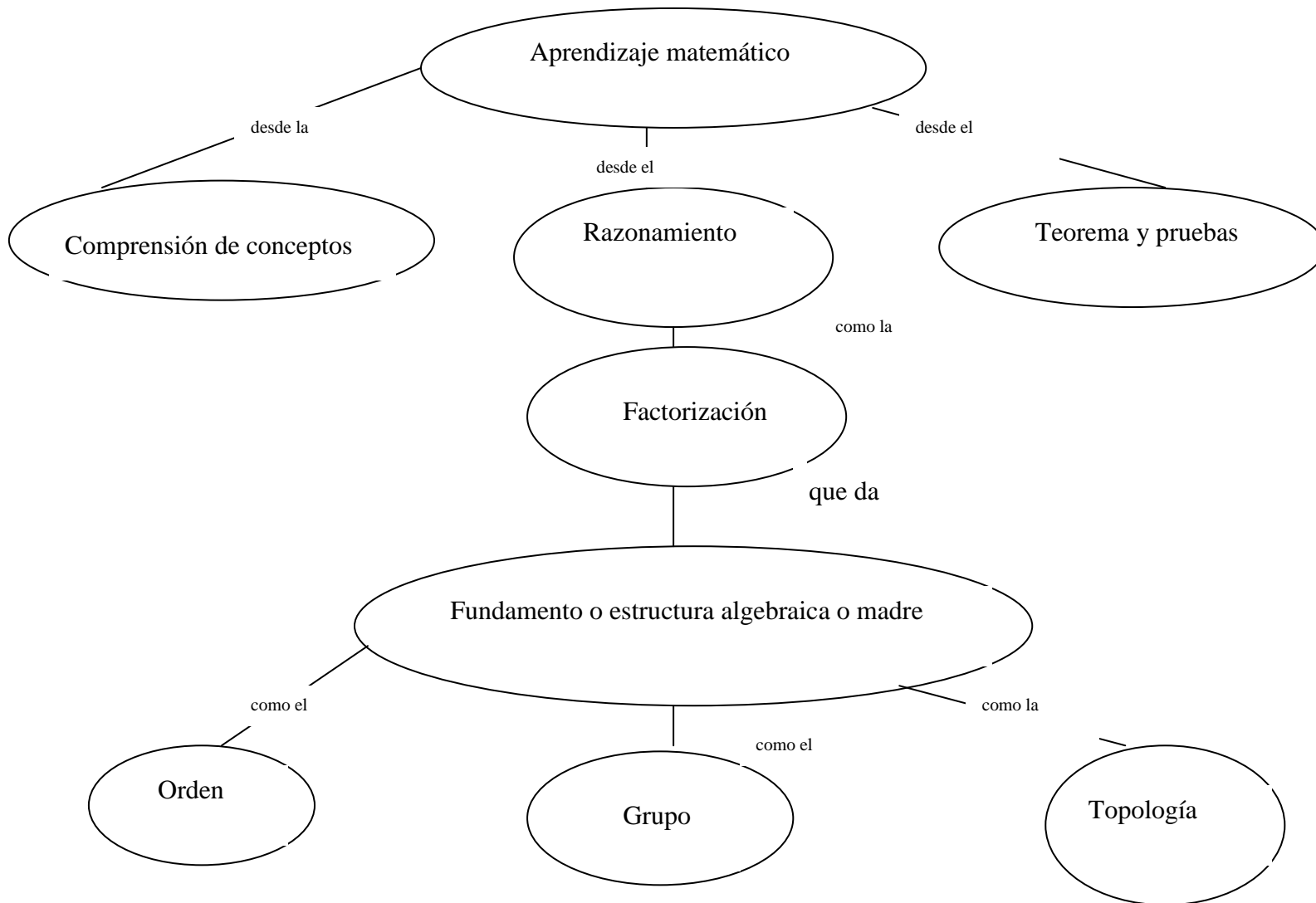


Nota: las figuras geométricas superior e inferior corresponden a una sola fórmula. Demostración disponible en multimedia en este trabajo.

## ANEXO B

### MAPA CONCEPTUAL DE LA COMPRENSIÓN DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS.





## ANEXO C

### GUÍAS DE EVALUACIÓN

ACTIVIDAD	ASIMILACIÓN	ACOMODACIÓN	ORGANIZACIÓN	EQUILIBRACIÓN
Observando la animación virtual, el estudiante emplea herramientas para desarrollar procesos de factorización.	Identifica las herramientas	Interpreta cada una de las herramientas	Si con las herramientas realiza soluciones correctas	Con las herramientas plantea y resuelve nuevos casos
Cada uno de los estudiantes observa la figura virtual, e identifica, interpreta, realiza y resuelve procesos de factorización.	Identifica	Interpreta	Realiza soluciones correctas	Resuelve nuevas expresiones
El estudiante plantea un caso de la vida real y lo utiliza para factorizar	Identifica	Interpreta	Realiza soluciones correctas	Resuelve nuevas expresiones
El estudiante intercambia su caso planteado en la vida real factorizado, con sus pares, se retroalimenta y se autoevalúa.	Identifica	Interpreta	Realiza soluciones correctas	Resuelve nuevas expresiones
Los estudiantes realizan un foro virtual con el docente y en él se tiene en cuenta: -Tema: libre - Tiempo: durante la enseñanza y la evaluación diagnóstica continua.	Identifica	Interpreta	Realiza soluciones correctas	Resuelve nuevas expresiones
Chat (conversación en tiempo real).- Intercambia conceptos.-Despeja dudas.-Contribuye a la	identifica	Interpreta	Realiza soluciones correctas	Resuelve nuevas expresiones

solución de problemas. -Permite transferencia de archivos. -Realiza video conferencias.				
El estudiante indaga información de factorización a través de buscadores.	Identifica	Interpreta	Realiza soluciones correctas	Resuelve nuevas expresiones

## ANEXO D

### GRAFICAS DE RESULTADO

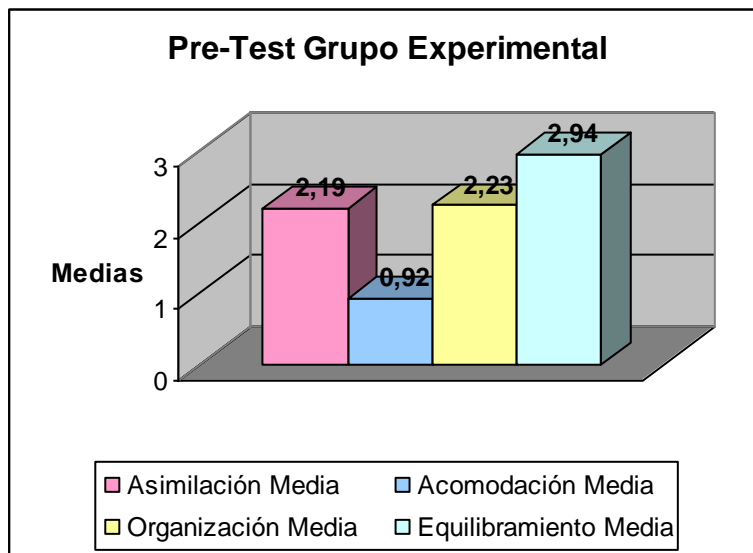


Figura 1.

Fuente: encuesta aplicada

## GRAFICAS DE RESULTADOS

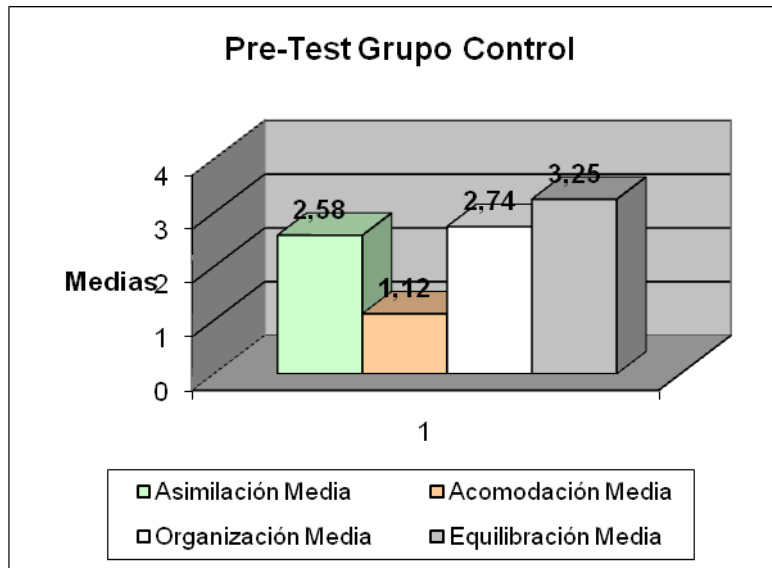


Figura 2  
Fuente: encuesta aplicada.

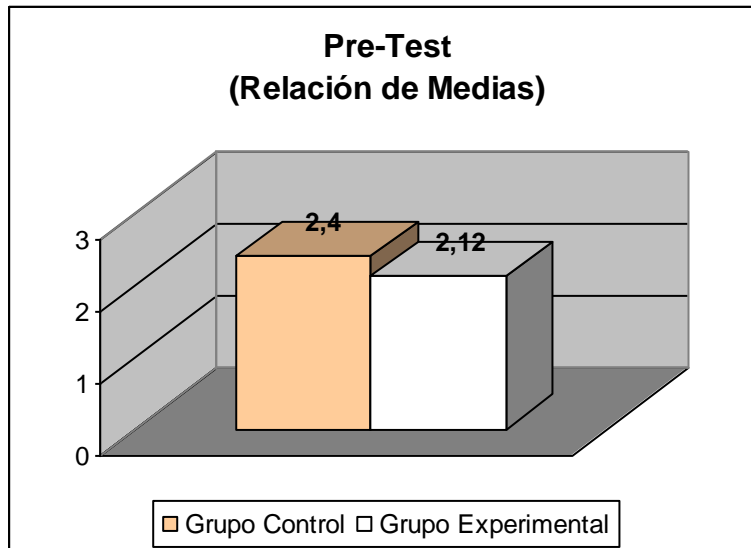


Figura 3  
Fuente: encuesta aplicada.



## ANEXO E

### PRE TEST GRUPO CONTROL

EST N°	ASIMIL	ACOMOD	ORGAN	EQUILI	MEDIA
1	1.50	1.75	2.50	5.0	2.69
4	1.25	2.25	2.50	5.0	1.69
7	3.37	3.50	3.50	5.0	3.84
12	1.25	0.00	0.00	0.0	0.31
14	3.25	1.13	4.25	5.0	3.40
17	2.13	1.00	3.75	0.0	1.72
19	2.50	2.50	3.75	5.0	3.44
20	1.25	1.25	3.75	5.0	2.81
23	3.75	2.25	3.00	5.0	3.50
25	2.25	0.00	0.00	0.0	0.56
26	3.50	1.00	2.50	5.0	3.0
27	2.00	0.00	3.75	5.0	2.69
28	1.25	0.00	0.00	5.0	1.56
29	3.75	0.00	5.00	0.0	2.19
30	3.75	0.00	3.75	0.0	1.88
31	4.50	1.25	5.00	5.0	3.93
33	2.50	0.00	1.25	0.0	0.94
34	2.00	0.75	2.75	5.0	2.63
35	1.25	1.25	3.75	0.0	1.56
38	2.25	2.50	0.00	5.0	2.44
$\Sigma$	51.50	22.38	54.75	65.0	46.78
<b>MEDIA</b>	<b>2.58</b>	<b>1.12</b>	<b>2.74</b>	<b>3.25</b>	<b>2.40</b>

FUENTE: Datos obtenidos de las pruebas aplicadas a los estudiantes

### POS TEST GRUPO CONTROL

<b>EST N°</b>	<b>ASIMIL</b>	<b>ACOMOD</b>	<b>ORGAN</b>	<b>EQUILI</b>	<b>MEDIA</b>
<b>1</b>	<b>5.0</b>	<b>2.5</b>	<b>3.75</b>	<b>5.0</b>	<b>4.06</b>
<b>3</b>	<b>2.5</b>	<b>2.5</b>	<b>2.5</b>	<b>0.0</b>	<b>1.87</b>
<b>4</b>	<b>1.75</b>	<b>0.0</b>	<b>3.75</b>	<b>5.0</b>	<b>2.62</b>
<b>7</b>	<b>4.6</b>	<b>2.5</b>	<b>3.75</b>	<b>5.0</b>	<b>3.96</b>
<b>12</b>	<b>3.5</b>	<b>1.25</b>	<b>2.0</b>	<b>0.0</b>	<b>1.68</b>
<b>14</b>	<b>3.25</b>	<b>2.50</b>	<b>5.0</b>	<b>5.0</b>	<b>3.93</b>
<b>19</b>	<b>4.12</b>	<b>2.0</b>	<b>5.0</b>	<b>5.0</b>	<b>4.03</b>
<b>20</b>	<b>4.50</b>	<b>2.50</b>	<b>3.75</b>	<b>5.0</b>	<b>3.93</b>
<b>23</b>	<b>3.75</b>	<b>1.25</b>	<b>3.00</b>	<b>0.0</b>	<b>2.00</b>
<b>25</b>	<b>3.75</b>	<b>0.0</b>	<b>1.25</b>	<b>3.5</b>	<b>2.12</b>
<b>26</b>	<b>0.50</b>	<b>0.0</b>	<b>2.50</b>	<b>2.0</b>	<b>1.25</b>
<b>27</b>	<b>3.75</b>	<b>2.25</b>	<b>5.0</b>	<b>5.0</b>	<b>4.00</b>
<b>28</b>	<b>4.62</b>	<b>0.0</b>	<b>2.50</b>	<b>0.0</b>	<b>1.78</b>
<b>29</b>	<b>5.00</b>	<b>2.50</b>	<b>5.00</b>	<b>5.00</b>	<b>4.37</b>
<b>30</b>	<b>2.0</b>	<b>0.5</b>	<b>3.75</b>	<b>5.0</b>	<b>2.81</b>
<b>31</b>	<b>3.25</b>	<b>1.25</b>	<b>2.50</b>	<b>0.0</b>	<b>1.75</b>
<b>33</b>	<b>3.12</b>	<b>1.25</b>	<b>1.00</b>	<b>0.0</b>	<b>1.34</b>
<b>34</b>	<b>1.75</b>	<b>2.00</b>	<b>2.50</b>	<b>5.00</b>	<b>2.81</b>
<b>38</b>	<b>2.5</b>	<b>1.25</b>	<b>2.0</b>	<b>5.0</b>	<b>2.68</b>
<b>Σ</b>	<b>63.21</b>	<b>28.00</b>	<b>60.5</b>	<b>60.5</b>	<b>52.59</b>
<b>MEDIA</b>	<b>3.33</b>	<b>1.47</b>	<b>3.18</b>	<b>3.18</b>	<b>2.76</b>

**FUENTE:** Datos obtenidos de las pruebas aplicadas a los estudiantes

**ANEXO F**  
**PRE TEST GRUPO EXPERIMENTAL**

<b>EST N°</b>	<b>ASIMIL</b>	<b>ACOMOD</b>	<b>ORGAN</b>	<b>EQUILI</b>	<b>MEDIA</b>
<b>2</b>	<b>1.75</b>	<b>0.00</b>	<b>2.50</b>	<b>5.0</b>	<b>2.31</b>
<b>3</b>	<b>1.75</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>5.0</b>	<b>1.69</b>
<b>5</b>	<b>1.25</b>	<b>1.88</b>	<b>1.13</b>	<b>0.0</b>	<b>1.06</b>
<b>6</b>	<b>0.00</b>	<b>1.25</b>	<b>0.75</b>	<b>1.0</b>	<b>0.75</b>
<b>8</b>	<b>4.75</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>5.0</b>	<b>2.44</b>
<b>9</b>	<b>4.13</b>	<b>2.75</b>	<b>5.00</b>	<b>5.0</b>	<b>4.22</b>
<b>10</b>	<b>5.00</b>	<b>1.50</b>	<b>3.25</b>	<b>5.0</b>	<b>3.69</b>
<b>11</b>	<b>3.75</b>	<b>0.00</b>	<b>2.50</b>	<b>0.0</b>	<b>1.56</b>
<b>13</b>	<b>1.00</b>	<b>0.00</b>	<b>0.00</b>	<b>5.0</b>	<b>1.50</b>
<b>15</b>	<b>0.75</b>	<b>1.75</b>	<b>2.50</b>	<b>0.0</b>	<b>1.25</b>
<b>16</b>	<b>1.25</b>	<b>0.00</b>	<b>2.50</b>	<b>2.0</b>	<b>1.44</b>
<b>18</b>	<b>2.25</b>	<b>0.50</b>	<b>2.50</b>	<b>5.0</b>	<b>2.56</b>
<b>21</b>	<b>0.25</b>	<b>1.25</b>	<b>3.50</b>	<b>5.0</b>	<b>2.50</b>
<b>22</b>	<b>3.75</b>	<b>2.00</b>	<b>5.00</b>	<b>5.0</b>	<b>3.93</b>
<b>24</b>	<b>2.00</b>	<b>0.00</b>	<b>1.25</b>	<b>0.0</b>	<b>0.81</b>
<b>32</b>	<b>3.25</b>	<b>2.50</b>	<b>3.75</b>	<b>5.0</b>	<b>3.63</b>
<b>36</b>	<b>1.50</b>	<b>1.25</b>	<b>0.00</b>	<b>0.0</b>	<b>0.69</b>
<b>37</b>	<b>1.75</b>	<b>0.00</b>	<b>5.00</b>	<b>0.0</b>	<b>2.19</b>
<b>Σ</b>	<b>39.38</b>	<b>16.63</b>	<b>41.13</b>	<b>53.0</b>	<b>38.12</b>
<b>MEDIA</b>	<b>2.19</b>	<b>0.92</b>	<b>2.23</b>	<b>2.94</b>	<b>2.12</b>

**FUENTE:** Datos obtenidos de las pruebas aplicadas a los estudiantes

### POS TEST GRUPÒ EXPERIMENTAL

EST N°	ASIMIL	ACOMOD	ORGAN	EQUILI	MEDIA
2	2.12	1.25	3.75	5.0	3.03
3	4.75	2.5	3.75	5.0	4.00
5	5.0	1.25	3.25	5.0	3.62
6	0.75	0.00	0.00	5.0	1.43
8	5.0	1.25	1.25	5.0	3.12
9	3.25	4.0	5.0	5.0	4.31
10	5.0	4.0	3.37	5.0	4.34
11	1.25	1.25	3.75	4.5	2.68
13	3.25	2.0	4.5	5.0	3.68
15	3.5	4.00	4.62	5.0	4.28
16	3.25	2.12	3.75	2.5	2.90
18	5.0	3.50	3.00	5.0	4.12
21	5.0	2.75	5.0	5.0	4.43
22	5.0	2.5	4.50	0.0	3.00
24	5.0	0.0	4.00	5.0	3.50
32	5.0	1.75	4.60	5.0	4.08
36	5.0	2.50	3.75	5.0	4.06
37	4.75	2.25	5.0	5.0	4.25
$\Sigma$	71.87	38.87	66.84	82.0	64.83
<b>MEDIA</b>	<b>3.99</b>	<b>2.15</b>	<b>3.71</b>	<b>4.55</b>	<b>3.60</b>

**FUENTE:** Datos obtenidos de las pruebas aplicadas a los estudiantes

## ANEXO G

### CALCULO DE LA "t" STUDENT – Procedimiento-

Grupo experimental

Grupo control

Pos - test
------------

$$H_o = M_1 = M_2$$

$$H_a = M_1 > M_2$$

Grupo experimental

$X_1$	$X_1^2$
3.03	9.1809
4.00	16.0000
3.62	13.1044
1.43	2.0449
3.12	9.7344
4.31	18.5761
4.34	18.8356
2.68	7.1824
3.68	13.5424
4.28	18.3184
2.90	8.4100
4.12	16.9744
4.43	19.6249
3.00	9.0000
3.50	12.2500
4.08	16.6464
4.06	16.4836
4.25	18.0625
$\Sigma$ 64.83	243.9713

## Cálculo de Varianzas

$$S_1^2 = \frac{\sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n_1}}{n-1}$$

$$S_1^2 = \frac{243.9713 - \frac{(64.83)^2}{18}}{18-1}$$

$$S_1^2 = \frac{243.9713 - \frac{4202.9289}{18}}{17}$$

$$S_1^2 = \frac{243.9713 - 233.4960}{17}$$

$$S_1^2 = \frac{10.4753}{17}$$

$S_1^2 = 0.616194$
--------------------

Grupo Control  
Cálculo de Varianza

$X_2$	$X_2^2$
4.06	16.4836
1.87	3.4969
2.62	6.8644
3.96	15.6816
1.68	2.8224
3.93	15.4449
4.03	16.2409
3.93	15.4449
2.00	4.0000
2.12	4.9444
1.25	1.5625
4.00	16.0000
1.78	3.1684
4.37	19.0969
2.81	7.8961
1.75	3.0625
1.34	1.7956
2.81	7.8961
2.68	7.1824
$\sum 52.59$	169.0845

$$S_2^2 = \frac{\sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n}}{n-1}$$

$$S_2^2 = \frac{169.0845 - \frac{(52.59)^2}{19}}{19-1}$$

$$S_2^2 = \frac{169.0845 - \frac{2765.7081}{19}}{18}$$

$$S_2^2 = \frac{169.0845 - 145.5635}{18}$$

$$S_2^2 = \frac{23.521}{18} = 1.3067$$

$$S_2^2 = \boxed{1.3067}$$



## Combinación de Variancias

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$S_p^2 = \frac{(18 - 1)0.616194 + (19 - 1)1.3067}{18 + 19 - 2}$$

$$S_p^2 = \frac{(17)(0.616194) + (18)1.3067}{35}$$

$$S_p^2 = \frac{10.4752 + 23.5206}{35}$$

$$S_p^2 = \frac{33.9958}{35} = 0.971308$$

$S_p^2 = 0.971308$
--------------------

Aplico la fórmula

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$t = \frac{3.60 - 2.76}{\sqrt{0.971308 \left( \frac{1}{18} + \frac{1}{19} \right)}}$$

$$t = \frac{0.84}{\sqrt{0.971308 (0.0555 + 0.0526)}}$$

$$t = \frac{0.84}{\sqrt{0.104998}}$$

$$t = \frac{0.84}{0.3240} = 2.5925$$

$$t = 2.5925$$

Calculada

En la tabla (del libro) a 35 grados de libertad.  
Prueba de una cola. Unilateral a la derecha.

$$t = 1.697$$

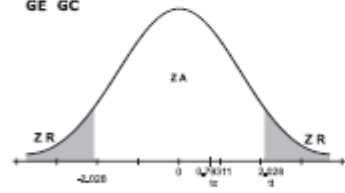
Ver figura 5 \*

**Anexo H**

**PRUEBAS "t" STUDENT**

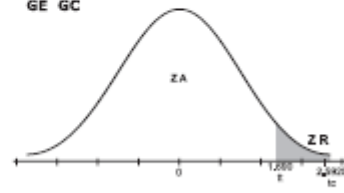
Docencia virtual | - Docencia presencial |

**PRE-TEST  
GE GC**



$H_0 = U1 = U2$   
 $H_a = U1 \neq U2$   
 $GL = 35$   
 Se Acepta  $H_0$   
 Figura 4

**POS-TEST  
GE GC**



$H_0 = U1 = U2$   
 $H_a = U1 > U2$   
 $GL = 35$   
 Se Acepta  $H_a$   
 Figura 5

**POS-TEST  
PRE-TEST  
GE  
ASIMILACION**



$H_0 = U1 = U2$   
 $H_a = U1 > U2$   
 $GL > 34$   
 Se Acepta  $H_a$   
 Figura 6

**POS-TEST  
PRE-TEST  
GE  
ACOMODACION**

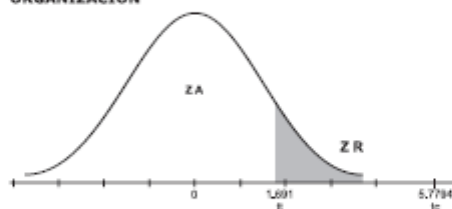


$H_0 = U1 = U2$   
 $H_a = U1 > U2$   
 $GL = 34$   
 Se Acepta  $H_a$   
 Figura 7

$t_c$  = "t" calculada  
 $t_t$  = "t" teórica

**Fuente:** Datos obtenidos de las pruebas aplicadas a los estudiantes.

**POS-TEST  
PRE-TEST  
GE  
ORGANIZACION**



Ho = U1= U2  
Ha = U1> U2  
GL = 34  
Se Acepta Ha  
Figura 8

**POS-TEST  
PRE-TEST  
GE  
EQUILIBRACION**



Ho = U1= U2  
Ha = U1> U2  
GL = 34  
Se Acepta Ha  
Figura 9

tc = "t" calculada  
tt = "t" teórica

Fuente: Datos obtenidos de las pruebas aplicadas a los estudiantes.



## ANEXO I

### EXPRESIONES ALGEBRAICAS NECESARIAS PARA LA FACTORIZACIÓN Y PRODUCTOS NOTABLES UTILIZADOS EN LA ENSEÑANZA PRESENCIAL

Si  $a$  y  $b$ ,  $m$  y  $n$  son dos cantidades cualesquiera, entonces:

$$1- a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$2- (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3- (ab)^m = a^m b^m$$

Estos productos notables son indispensables que el estudiante los identifique y los aprenda a resolver, a fin de adentrarse en la enseñanza de la factorización, antes de comenzar el proceso de la misma<sup>83</sup>.

Los principales productos notables que el estudiante debe tener claros, en su concepción y desarrollo para poder iniciarse en el campo de la factorización, son:

$$1. (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2. (x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$3. (x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$4. (x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$5. x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$6. x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$7. (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

$$8. (ax + by)(cx + dy) = acx^2 + (ad + bc)xy + bdy^2$$

$$9. (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

---

<sup>83</sup> Nos han enseñado desde tiempo atrás que este proceso debe ser aprendido a través de la memoria.

10.  $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$
11.  $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
12.  $a^4 - b^4 = (a-b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$
13.  $a^5 - b^5 = (a-b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$
14.  $a^6 - b^6 = (a-b)(a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5)$
15.  $a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$
16.  $a^7 + b^7 = (a+b)(a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$

## PROCESOS DE FACTORIZACIÓN

La factorización puede realizarse por:

- Factor común.  
 $ac + ad = a(c + d)$
- Diferencia de cuadrados.  
 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- Trinomio cuadrado perfecto.  
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$   
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- Otros trinomios.  
 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$   
 $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
- Suma y diferencia de dos cubos.  
 $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$   
 $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- Agrupamiento de términos  
 $ac + bc + ad + bd = c(a + b) + d(a + b)$   
 $= (a + b)(c + d)$
- Factores  $a^n + b^n$ ;  $a^n - b^n$ .
- Suma y resta de términos.  
 $a^4 + a^2b^2 + b^4$  Sumo y resto  $a^2b^2$   
 $a^4 + a^2b^2 + a^2b^2 + b^4 - a^2b^2$

$$\begin{aligned}
 & a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^2b^2 \\
 & (a^2 + b^2)^2 - a^2b^2 \\
 & [(a^2 + b^2) + ab] [(a^2 + b^2) - ab] \\
 & (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)
 \end{aligned}$$

➤ Combinación de los anteriores.



**UNIVERSIDAD DE MANIZALES**  
**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN. DOCENCIA**

**INFORMACIÓN GENERAL DE INVESTIGACION**

Título	La comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual en Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales
Investigador Principal	Carlos Alberto Ospina Parra
Nombre del Grupo Investigador	Cognición y Desarrollo Humano
Clasificación del Grupo en Colciencias	Grupo A
Línea de Investigación	Cognición y desarrollo humano
Área de Conocimiento	Educación
Fecha de Iniciación	Febrero de 2005
Fecha de Finalización	Septiembre de 2007
Lugar de ejecución del proyecto	Universidad de Manizales
Tipo de Proyecto	Cuantitativo, cuasi experimental, diseño de grupo control no equivalente.

**RESUMEN EJECUTIVO:**

La educación virtual, llamada también por algunos autores, educación en línea, educación con medios virtuales o educación medida con tics (tecnología de la información y la comunicación), ocurre siempre en el ciberespacio. Para Facundo Ángel<sup>84</sup>, la educación virtual es el ofrecimiento de los diferentes procesos y servicios educativos por medio de tecnologías informáticas y telemáticas que utilizan el lenguaje digital o numérico binario para representarlos. La educación asistida por computador se constituyó en una de las primeras modalidades informáticas aplicadas a los procesos de enseñanza. Aunque en sus comienzos

<sup>84</sup> FACUNDO Ángel. Educación virtual en América Latina y el Caribe: características y tendencias. Bogotá. 2002. Documento 74 p.

fue muy incipiente por las mismas barreras tecnológicas a nivel de software, se observa hoy el potencial de estos sistemas, muchos ya basados en sistemas multimedia. González R<sup>85</sup>, define la educación virtual como aquella que consiste básicamente en la posibilidad de ofrecer estudios por medio de redes de información por computadora, tales como Internet. Collins<sup>86</sup> utiliza el término telelearning para referirse a la comunicación por computadora con fines educativos. Unigarro<sup>87</sup> plantea que la educación virtual es educación a distancia de tercera generación, basado en que no es más que educación a distancia transformada, puesto que la de segunda generación es la llamada educación a distancia, y la de primera generación es la educación presencial.

Garrison y Anderson<sup>88</sup> entienden por e-learning la educación facilitada on line mediante tecnología en red. Otros sugieren que la tecnología e-learning es única<sup>89</sup> y que representa una nueva era en la educación a distancia. Este mismo autor afirma que quizá sea el momento de despedir el viejo sistema educativo y de emplear las tecnologías de e-learning para superar la modalidad clásica de la transmisión de la información.

E-learning es educación que recurre a las TICs como herramienta, se apoya en ellas para ofrecer procesos de enseñanza aprendizaje a través de redes de comunicación, on line, utiliza la computadora como medio; no es educación presencial o semi presencial, es una nueva forma de enseñanza.

La matemática se ha enseñado a través de la historia en forma presencial tradicional y en particular la factorización. El estudiante que inicia un curso de álgebra (caso específico la factorización) en la universidad, ha estudiado anteriormente uno o dos cursos de álgebra elemental, en la que se dio mayor importancia a la mecanización de las operaciones algebraicas y a la obtención correcta de las soluciones, poca atención se ha puesto a los fundamentos, estructura y naturaleza de la factorización.

Algunos autores han realizado investigaciones acerca de la factorización a través de medios virtuales, entre otros: Bert Waits y Frank Demana (1996), Robin (1982), Barron, Erigir, Cantor y Ronal J,<sup>90</sup> Abramovich S<sup>91</sup>, Villareal M. L<sup>92</sup>, Stillson

---

<sup>85</sup> GONZÁLEZ R (online). 2005. Educación superior virtual. www.uv.mx

<sup>86</sup> Collins. 1999. Proquest. umi.com

<sup>87</sup> UNIGARRO Manuel. Educación Virtual. Encuentro formativo en el ciberespacio. Bucaramanga. Editorial UNAB. 2004. 216 pág.

<sup>88</sup> GARRISON D.R. y ANDERSON T. e-learning en el siglo XXI. Investigación y Práctica. Primera edición. 2005. Editorial octaedro.

<sup>89</sup> EN GARRISON (2005). HAROSEN. 1987.

<sup>90</sup> BARRON, ERIGIR, CANTOR y RONALD. Mayo de 1993. Proquest.umi.com

y Alsup<sup>93</sup>, Hernández G<sup>94</sup>, concluyen estos autores que la factorización a través de esta forma de enseñanza es significativa. Lo anterior conduce a plantear el problema: ¿Qué cambios se suscitan en la comprensión (asimilación, acomodación, organización y equilibración) cuando se enseña el concepto de factorización a través de una didáctica virtual, en estudiantes de primer semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales?

El propósito general en esta investigación es la desarrollar comprensión en el aprendizaje de la factorización a través de una propuesta de enseñanza virtual en un grupo de estudiantes, para ello se siguen los siguientes pasos:

Evaluar el nivel de comprensión en el aprendizaje de la factorización, en un grupo de estudiantes de primer semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales, antes y después de la intervención de docencia mediada por el computador.

Diseñar una estrategia para la enseñanza de la factorización mediante medios virtuales para implementarla en el grupo experimental.

Comparar el desarrollo de la comprensión en el aprendizaje de la factorización en un grupo de estudiantes de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales, que participa en la enseñanza de Matemáticas I, a través de la educación virtual, en relación con los resultados logrados en la enseñanza presencial.

En las últimas décadas, los teóricos del aprendizaje han demostrado que los alumnos no recuerdan ni comprenden gran parte de lo que se les enseña. Para que recuerden y comprendan es deseable enseñar desde la comprensión. Se aborda la definición de comprensión, desde los postulados de Piaget, hasta lo planteado por los autores de la enseñanza para la comprensión, en especial Perkins, Stone Wiske y Gardner. Piaget, diferencia los procesos de asimilación, acomodación, organización y equilibración; en este orden de ideas se desarrollan estos conceptos. En la asimilación<sup>95</sup> ningún conocimiento, ni siquiera perceptivo, constituye una simple copia de la realidad, puesto que supone siempre un proceso de asimilación a estructuras anteriores. Toda Asimilación<sup>96</sup> va acompañada de Acomodación, sin asimilación no hay acomodación. La Acomodación para Piaget<sup>97</sup>

---

<sup>91</sup> ABRAMOVICH. 1999. Proquest.umi.com

<sup>92</sup> VILLAREAL L. Agosto 26. 2005. Proquest. umi.com

<sup>93</sup> STILLSON H. y ALSUP J. 2003. Proquest. umi.com

<sup>94</sup> HERNÁNDEZ G. 2003. Proquest. umi.com

<sup>95</sup> PIAGET Jean. Biología y conocimiento. Ensayo sobre las relaciones entre las regulaciones orgánicas. Undécima edición. Editorial siglo XXI. México. 1997.338 páginas.

<sup>96</sup> Ibid; págs 153 y 159

<sup>97</sup> Ibid, pág. 10

es toda modificación de los esquemas de Asimilación por influencia de las situaciones exteriores (medio) a los cuales se aplican. Pero de la misma forma que no hay asimilación sin acomodación, tampoco hay acomodación sin asimilación, pues la acomodación<sup>98</sup> es solidaria de la asimilación. La adaptación la define Piaget<sup>99</sup> como un equilibrio entre la asimilación y la acomodación; que no son dos funciones separadas y sí los dos polos funcionales o puntos entre sí de toda adaptación; para Piaget<sup>100</sup> la adaptación es una equilibración. Dice Piaget<sup>101</sup> que el equilibrio es un producto de la equilibración, es decir que hay continuidad y, en todo caso, parentesco estrecho entre el proceso formador y el equilibrio que resulta; la equilibración constituye un proceso muy general. La equilibración<sup>102</sup> es autorregulación; el conjunto de las operaciones del pensamiento y muy especialmente las operaciones lógico-matemáticas elementales (operaciones aditivas y multiplicativas de clase, de relaciones y de número o de métrica especial) pueden ser consideradas como un vasto sistema autorregulador que garantiza el pensamiento su autonomía y coherencia; el equilibrio operatorio se caracteriza por su reversibilidad pues es evidente que hay continuidad entre el equilibrio alcanzado y el proceso mismo de equilibración; además el comportamiento está expuesto a muchos desequilibrios<sup>103</sup> y la función autorreguladora de los mecanismos cognoscitivos desembocan entonces en las formas de equilibrio más estable que conoce un ser vivo; la de las estructuras de la inteligencia, cuyas operaciones lógico-matemáticas se imponen con necesidad pues la organización no es disociable de la adaptación<sup>104</sup>.

Para Piaget ningún aprendizaje, ni ningún conocimiento físico, son posibles sin marcos lógico-matemáticos y está convencido de que toda realidad se puede matematizar y por supuesto logizar, además de que la fuente primera de las coordinaciones de acción de donde se sacan las matemáticas han de buscarse en las leyes generales de la organización, y es que el equilibrio entre la asimilación y la acomodación realizada por las estructuras lógico-matemáticas constituyen el estado a la vez móvil o dinámico; luego las estructuras lógico-matemáticas alcanzan un equilibrio permanente. A la doctrina Piagetiana (constructivista) le prosigue el cognitivismo<sup>105</sup>, escuela con la que se identifican investigadores como Perkins y Gardner.

---

<sup>98</sup> Ibid; pág 158

<sup>99</sup> Ibid; pág. 159

<sup>100</sup> Ibid; pág. 187

<sup>101</sup> Ibid; pág. 24

<sup>102</sup> Ibid; pág. 13

<sup>103</sup> Ibid; pág. 36

<sup>104</sup> Ibid; pág. 157

<sup>105</sup> Cognitivismo: Línea más reciente de la psicología,

Para Perkins<sup>106</sup>, la escuela es otra de las maravillas del mundo<sup>107</sup>, ya que esta Institución se compromete a llevar conocimiento y comprensión a un gran número de personas con distintas capacidades e intereses y provenientes de medios culturales y familiares diferentes. Este nuevo esquema, para el autor, corresponde a lo que él llama la escuela inteligente que debe tener, según él, tres características: estar informada, ser dinámica y ser flexible. Además incluye tres metas importantes: Retención del conocimiento, comprensión del conocimiento y uso activo del conocimiento.

Howard Gardner se extiende del pensamiento lógico matemático, que había planteado Piaget y propone que no es solamente una inteligencia lógico-matemática, sino que hay otras. Para explicarlas sugiere la teoría de las inteligencias múltiples.

Todo lo anterior llevó a los investigadores de Harvard a sugerir el marco de la enseñanza para la comprensión. En el año 2006 Martha Stone Wiske<sup>108</sup> con la colaboración de Kristi Rennebohm Franz y Lisa Breit publican “Enseñar para la comprensión con nuevas tecnologías”. Las nuevas tecnologías son cualquier herramienta nueva de información y comunicación que esté más allá de las que se han utilizado tradicionalmente en la enseñanza y el aprendizaje, tales como: cámaras y reproductoras de video, graficadoras, computadoras equipadas con cualquier tipo de software, artefactos digitales conectados a una pantalla, como calculadoras, computadoras y la red de Internet con sus sitios Web, multimedia hipervínculos y su capacidad de enviar y recibir e-mails, así como establecer videoconferencias. En esta misma publicación, Stone Wiske se refiere al concepto de comprensión, y la define (Perkins David, pág. 36<sup>109</sup>) como la capacidad de pensar y desempeñarse flexiblemente con el propio conocimiento.

Stone Wiske (1999) afirma que los temas que merecen ser comprendidos corresponden a los tópicos generativos; lo que los alumnos debieran comprender de este tema son los hilos conductores o metas de comprensión; cómo desarrollan y demuestran los alumnos su comprensión corresponden a los desempeños de comprensión y las evaluaciones continuas se basan en criterios explícitos que se relacionan directamente con las metas de comprensión.

---

<sup>106</sup> PERKINS David. La Escuela Inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente. Barcelona. Editorial Gedisa. 2001. 262 págs.

<sup>107</sup> Los jardines de Babilonia, el Coloso de Rodas, Las Pirámides de Egipto, el Templo de Artemisa en Efeso, la Estatua de Zeus, el Mausoleo de Halicarnaso, el Faro de Alejandría.

<sup>108</sup> STONE WISKE Martha. y otros. La Enseñanza para la Comprensión. Con nuevas tecnologías. Buenos Aires-Barcelona-México. Editorial Paidós. 2006. 363 páginas.

<sup>109</sup> En STONE Martha. Enseñar para la comprensión con nuevas tecnologías. Op. Cit

En esta investigación los tópicos generativos corresponden a la factorización de expresiones algebraicas; las metas o hilos conductores es cómo reconocer estructuras algebraicas de la factorización y como aplicar las herramientas; los desempeños de comprensión es cómo explicar, interpretar, analizar, relacionar, comparar y hacer analogías de expresiones algebraicas; las evaluaciones continuas se relacionan en forma permanente, se autoevalúan, intercambian conceptos de factorización con el profesor; con otros docentes de diferentes sitios geográficos e inclusive, si es posible, con integrantes de las comunidades.

Las hipótesis que se plantean en este trabajo se relacionan así: hipótesis nula: no hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional. Hipótesis alternativa: si hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional.

De otro lado, para aplicar la didáctica de las matemáticas, es indispensable hacerlo desde la didáctica de las ciencias<sup>110</sup>. Tamayo Oscar Eugenio (2006), considera la didáctica como una disciplina actualmente en construcción y validación; es integradora, orientada a considerarse como disciplina científica, que aporta a la construcción integral de la persona. Su objeto de estudio (en palabras de Tamayo Oscar Eugenio) es la educación científica y su principal problema radica en cómo enseñar ciencias significativamente. El mismo autor sostiene que la didáctica busca explicar, comprender y transformar la realidad del aula. Para Gondino (2004) deben existir comunidades matemáticas y exalta la utilización de la tecnología como un medio para desarrollarla. Parra (1996) hace un llamado a la sociedad del conocimiento, para ayudar a la simbiosis máquina hombre del futuro.

En esta investigación se considera la variable dependiente como la comprensión de la factorización, y la variable independiente como la propuesta didáctica de docencia virtual basada en la enseñanza para la comprensión; además de variables intervinientes (historia, maduración, administración del test, instrumentación, selección y mortalidad) que se controlaron en este proceso.

La investigación se desarrolla desde un diseño cuantitativo, cuasi experimental, diseño de grupo control no equivalente<sup>111</sup>, en el cual uno grupo de estudiantes, se condujo a la experimentación; el colectivo se dividió en forma aleatoria en dos: grupo experimental (GE) y grupo control (GC).

---

<sup>110</sup> TAMAYO Oscar Eugenio. Didáctica de las ciencias. Maestría en educación docencia. Universidad de Manizales. 2006.

<sup>111</sup> CAMELL, Donald y STANLEY Julián. Diseños experimentales y cuasi experimentales en la investigación social. Buenos Aires. Editorial Amorrortu. 2001. 140 págs.

GE	01	x	02
GC	03		04

Tanto al grupo experimental como al de control, se les realizó un pre-test; luego el grupo experimental se le imparte docencia a través de una didáctica virtual; mientras el grupo control continúa recibiendo sus clases en forma presencial tradicional con otro profesor. Posterior a este proceso, se realizó un pos-test a los dos grupos, empleando la prueba "t" student con el fin de docimar las hipótesis propuestas.

La asimilación, acomodación, organización y equilibración, se miden con indicadores previamente validados por expertos, mediante la construcción de un cuestionario para este fin, así: 0-2, 2.1-3.0, 3.1-4.0, 4.1-5.0.

El pre-test realizado al grupo experimental y control en cuanto a una relación de medias, muestran que son prácticamente iguales, es decir el grupo es homogéneo y es un buen punto de partida para realizar la investigación. El pos-test grupo experimental, grupo control permite aseverar que la factorización a través de medios virtuales es significativa.

Concluida la investigación, se evidencia que si hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional. Demuestra este trabajo que hay mayor asimilación, acomodación, organización y equilibración en la docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional. Hay comprensión en la docencia virtual.

Con referencia a Piaget, ésta propuesta es un aporte para el cambio en la enseñanza de las matemáticas, puesto que la tecnología permite ampliar el concepto de la factorización y ofrecer una comprensión profunda.

La enseñanza aprendizaje de la factorización a través de medios virtuales, en este trabajo, permitió conocimiento y comprensión. Fue siempre informado, dinámico y flexible; acorde todo esto con los fundamentos ilustrados por Perkins.

La enseñanza para la comprensión propuesta por Stone, en esta indagación demuestra que la tecnología es un medio que ofrece una significativa ventaja de comprensión educativa. Prepara al estudiante de hoy para un mundo velozmente cambiante.

La enseñanza para la comprensión, propuesta por los investigadores de Harvard, se evidencia en este trabajo y demuestra las posibilidades de implementarla en la enseñanza aprendizaje a través de medios virtuales

Los resultados logrados en esta investigación, son similares a los obtenidos por Bert Waits y Frank Demana (1996), Robin (1982), Barron, Erigir, Cantor y Ronal (1993), Abramovich (1999), Villa Real (2005), Stillson y Alsup (2003), Hernández (2003).

La investigación contradice los resultados obtenidos por Clark y Villareal, puesto que la prueba “t” student, aplicada en este trabajo, demuestra que la comprensión utilizando medios virtuales, es significativa.

La matemática deberá ser enfocada bajo la lógica y los conceptos de esta disciplina y buscar su aplicación en la sociedad. El ser humano utilizando la virtualidad ofrece en forma veloz y acertada el planteamiento y la solución de problemas, en ella se puede modelar con gran facilidad; con esta nueva forma de enseñanza aprendizaje profesores y alumnos se despiertan hacia la creatividad y en consecuencia forman a sus interlocutores en la disciplina y la síntesis, permite trasegar por las lógicas, de la formal a la comprensiva y de ésta a la pos formal; avanzamos del pensamiento matemático en el cual nos han formado, analítico, lógico deductivo, de las leyes correctas del pensamiento categorial, a una lógica comprensiva que destaca el valor del conocimiento.

**PALABRAS CLAVES:** Comprensión (asimilación, acomodación, organización y equilibración), docencia presencial tradicional, docencia virtual, pedagogía, didáctica, factorización, enseñanza para la comprensión, diseño cuantitativo cuasi experimental

**Principales resultados académicos derivados del proyecto:  
Ponencia educación y Pensamiento Crítico**

**Ponencia: Simposio: Educación y Pensamiento Crítico**

**Publicaciones:**



## RESUMEN ANALITICO EN EDUCACION (RAE)

Titulo:	La comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual en Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales
Autor(a):	Carlos Alberto Ospina Parra
Publicación:	
Lugar:	Manizales, Caldas, Colombia.
Año:	2007.
Paginas	72
Anexos:	9

**PALABRAS CLAVES:** Comprensión (asimilación, acomodación. Organización y equilibración), docencia presencial tradicional, docencia virtual, pedagogía, didáctica, factorización, enseñanza para la comprensión, diseño cuantitativo cuasi experimental.

**DESCRIPCION:** La investigación se fundamenta en la teoría de Jean Piaget, el grupo de investigadores del marco de la enseñanza para la comprensión de la escuela de graduados de Harvard y la aplicación de las tecnologías de la información y la comunicación, como herramienta de la enseñanza aprendizaje mediada por el ordenador. Se indaga acerca de la comprensión de la factorización a través de la docencia virtual y se confronta con la educación cuando se realiza como clase presencial.

El propósito general en esta investigación es la desarrollar comprensión en el aprendizaje de la factorización a través de una propuesta de enseñanza virtual

en un grupo de estudiantes, para ello se siguen los siguientes pasos:

Evaluar el nivel de comprensión en el aprendizaje de la factorización, en un grupo de estudiantes de primer semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales, antes y después de la intervención de docencia mediada por el computador.

Diseñar una estrategia para la enseñanza de la factorización mediante medios virtuales para implementarla en el grupo experimental.

Comparar el desarrollo de la comprensión en el aprendizaje de la factorización en un grupo de estudiantes de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales, que participa en la enseñanza de Matemáticas I, a través de la educación virtual, en relación con los resultados logrados en la enseñanza presencial.

**FUENTES:** Se revisó las teorías propuestas por Piaget Jean, en cuanto a asimilación, acomodación, organización y equilibración. Flavell John, Perkins David, Gardner Howard, Stone Wiske, Blythe Tina.

Para la educación virtual se exploraron autores como: Barron y otros, Facundo Ángel, Garrison y Anderson, Hernández, Stillson y Alsup, Unigarro Manuel.

Con respecto a la didáctica se analizaron autores como: Tamayo oscar, Parra Cecilia, Gondino.

Para el diseño se consultaron a: Campbell Donald y Stanley Julián, además de Kerlinger Fread y Lee Howard.

En la matemática y la estadística.: Allendoerfer y Oclay, Barrnet, Bedoya I, Ceballos, Fossi, Hall y Night, Martínez Bencardino, Leithold, Mason y Lind, Murray Spiegel, Sanchez Sordo.

**Diferentes sitios Web.**

CONTENIDO: El estudio de las matemáticas ha sido y es de suma importancia para el desarrollo del conocimiento. Hasta hace poco tiempo las matemáticas sólo se enseñaban sustentadas en la clase presencial, sin embargo desde la década de los 90 ha surgido otra forma de enseñanza denominado docencia virtual, éste nuevo procedimiento de enseñanza, está permitiendo avances en la comprensión de las matemáticas. Muchos autores resaltan el valor que tiene la factorización, dentro de las matemáticas, aseverando que ésta es la base de la comprensión del ciclo de las matemáticas que se enseñan en todas las universidades. Se han formado generaciones, en el contexto de la factorización, señalando reglas fijas, cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, sin efectuar las operaciones, no permitiendo de esta manera que el estudiante piense y se desempeñe con flexibilidad con su propio conocimiento. Para abordar la comprensión es importante soportarla en los postulados de Jean Piaget (asimilación, acomodación, organización y equilibración), y en las estructuras lógico matemáticas, propuestas por este mismo autor, con énfasis en las estructuras fundamentales, sobre las cuales reposa el edificio matemático, según el grupo Burbaki, que serían las estructuras algebraicas, cuyo prototipo es el grupo; las estructuras de orden, de las cuales, una variedad, corrientemente utilizada hoy es la red, y las estructuras topológicas.

Para Perkins debe existir una escuela inteligente, informada, dinámica y flexible, y cuyas metas importantes son la retención del conocimiento, comprensión del conocimiento y uso activo del conocimiento. Gardner propone no solo la inteligencia lógico matemática, sino que hay otras; para explicarlas sugiere la teoría de las inteligencias múltiples. En el año 2006 Martha Stone wiske y otros publican "Enseñanza para la comprensión con nuevas tecnologías" y en donde se refiere al concepto de comprensión, definida por Perkins como "La capacidad de desempeñarse flexiblemente con el propio conocimiento", además, en la enseñanza para la comprensión, Stone expone un modelo de cuatro elementos (que temas merecen ser comprendidos; qué es exactamente lo que los alumnos deberían comprender de ese tema; cómo desarrollan y demostrarán los alumnos su comprensión y cómo pueden evaluar docentes y alumnos).

De estos diseños surgen cinco elementos: los tópicos generativos, las metas de comprensión, los desempeños de comprensión, la evaluación permanente y las comunidades de aprendizaje cooperativas y reflexivas.

Lo anterior se enmarca en una didáctica entendida en palabras de TAMAYO Oscar Eugenio (2006) como una disciplina actualmente en construcción y validación, para explicar, comprender y transformar la realidad del aula.

El objetivo de esta investigación es el de determinar la comprensión en el aprendizaje de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, evaluar el nivel de comprensión, diseñar una estrategia para la enseñanza de la factorización y comparar el desarrollo de la comprensión, a través de la educación virtual, con relación a los resultados logrados en la enseñanza tradicional.

En el desarrollo de este trabajo se plantea un diseño cuantitativo, cuasi experimental, diseño de grupo control no equivalente, con un grupo control y un grupo experimental; el alcance de la investigación está circunscrito sólo al grupo que participa de la experimentación y no se infiere para todos los procesos de enseñanza aprendizaje. Permite la investigación avanzar en la comprensión de la factorización mediada por el computador y por este camino progresar en una nueva forma de enseñanza, la educación virtual.

**METODOLOGIA:** La investigación se desarrollo desde un diseño cuantitativo, cuasi experimental, diseño de grupo control, no equivalente, en el cual el grupo de estudiantes de primer semestre del programa de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la universidad de Manizales, se condujo a la experimentación; el colectivo se dividió en forma aleatoria en dos grupos; denominados en este trabajo como grupo experimental (GE) y grupo control (GC)

La equivalencia de los grupos se verificó, utilizando las medias (en la estadística descriptiva) y las desviaciones estándar de los pretest; la prueba "t" student (en la estadística inferencial) sirve para este fin.

Tanto el grupo experimental como el de control recibieron una prueba

pretest, y una prueba postest así: el grupo experimental como el de control se les hizo un pretest para identificar el nivel de conocimiento, con respecto a las expresiones algebraicas, haciendo énfasis en la factorización. Una vez identificada esta etapa, se procedió a intervenir el grupo experimental a través de docencia virtual, y al grupo control se le impartió docencia presencial (con un profesor diferente al que imparte la docencia virtual); se identificaron y analizaron; nuevamente se emplearon pruebas postest tanto al grupo experimental como al grupo control, se analizaron y se compararon;(ver diseño)

GE	01	X	02
GC	03		04

En cuanto a la intervención en la virtualidad, el grupo experimental recibió educación on line, utilizando modelos preparados por el profesor en forma on line, posteriormente cada uno de los estudiantes del GE discutieron los ejemplos y produjeron desde su creatividad nuevas formas de plantear y solucionar problemas desde la factorización. El instrumento se preparo y validó, teniendo la precaución de colocarle los indicadores pertinentes, para poder medir asimilación, acomodación, organización y equilibración. Se usa la prueba “t” student para docimar las hipótesis

**CONCLUSIONES:** Concluida la investigación, se evidencia que si hay diferencia en la comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual, respecto a una basada en la docencia presencial tradicional, en un grupo de estudiantes de matemáticas de primer semestre de ingeniería de sistemas y telecomunicaciones de la universidad de Manizales, y por lo tanto se desarrolla comprensión en el aprendizaje de la factorización a través de una propuesta de enseñanza virtual.

El estudiante que recibe la enseñanza de la factorización a través de medios virtuales desarrolla lógica comprensiva, comprende la realidad del algoritmo algebraico, lo concreta, lo sitúa en la realidad, abandona el concepto abstracto de la matemática para llevarlo a los sucesos de la vida real. La tecnología le permite ampliar el concepto algebraico, entenderlo en otra forma, observarlo desde una óptica diferente, motivando en forma continua al estudiante acorde con los avances del conocimiento, permite la integración interpersonal del colectivo que recibe la docencia virtual, se informa de los adelantos

matemáticos, intercambia conceptos con estudiantes de otras latitudes, se confronta con él mismo, aprende a su propio ritmo, escoge el horario que se acomoda a su proceso de enseñanza, inter actúa en forma virtual con su profesor y rompe el paradigma de la clase con lápiz y papel.

Con referencia a Piaget, ésta propuesta es un aporte para el cambio en la enseñanza de las matemáticas, puesto que la tecnología permite ampliar el concepto de la factorización y ofrecer una comprensión profunda.

La enseñanza aprendizaje de la factorización a través de medios virtuales, en este trabajo, permitió conocimiento y comprensión. Fue siempre informado, dinámico y flexible; acorde todo esto con los fundamentos ilustrados por Perkins.

La enseñanza para la comprensión, propuesta por Stone, en esta indagación demuestra que la tecnología es un medio que ofrece una significativa ventaja de comprensión educativa. Prepara el estudiante de hoy para un mundo velozmente cambiante.

La enseñanza para la comprensión, propuesta por los investigadores de Harvard, se evidencia en este trabajo y demuestra las posibilidades de implementarla en la enseñanza aprendizaje a través de medios virtuales.

Esta investigación contradice los resultados obtenidos por Clark y Villareal, puesto que la prueba “t” student aplicada en ese trabajo, demuestra que la comprensión utilizando medios virtuales, es significativa.

Los resultados logrados en esta investigación, son similares a los obtenidos por Bert Waits y Frank Demana (1966), Robín (1982), Barrón, Erigir, Cantor y Ronal (1993), Abramovich (1999), Stillson y Alsup (2003) y Hernández (2003).

Al profesor le facilita el trabajo multidisciplinario, exige del maestro planeación, permite el avance en la construcción de un modelo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje, potencia el desarrollo de nuevas estrategias de resolución de problemas, mejora las habilidades de comunicación, diseña estrategias de trabajo colaborativo, supera el temor a las matemáticas y erradica concepciones imaginarias mal construidas.

Este propuesta es un aporte para el cambio en la enseñanza de las matemáticas puesto que la tecnología permite ampliar el concepto y ofrecer una comprensión profunda ya que los procesos de asimilación, acomodación, organización y equilibración son notorios, adaptables y veloces en la educación virtual; es una invitación a que los docentes integren el contenido escolar con las actividades de la vida cotidiana.

**RECOMENDACIONES:** Esta investigación permite presentar algunas recomendaciones que pueden ser de interés colectivo: es indispensable formar a los docentes en didáctica y pedagogía de las matemáticas en la educación virtual para romper los esquemas tradicionales de la clase presencial, además de sensibilizar a los docentes del área de las matemáticas de las bondades y ventajas de la docencia virtual, para cerrar la brecha que existe en la actualidad.

Es importante, realizar estudios que puedan determinar al culminar el ciclo matemático, que ha sucedido con los procesos de comprensión y formación del pensamiento lógico, después de realizar esta experiencia.

Buscar la posibilidad de extender este tipo de estudios para la comunidad matemática, a través de la inferencia estadística para aplicar los resultados a toda la población, y no a un sector del universo.

Los departamentos de matemática deben ser equipados con un laboratorio propio, internet banda ancha, en red y con un espacio real acondicionado en donde se fomente el uso de las calculadoras gráficas, software de álgebra, cálculo, ecuaciones diferenciales, matemáticas especiales, matemáticas financieras, métodos numéricos, geometría y estadística, por sólo mencionar algunos de ellos como herramienta para apoyar los procesos pedagógicos, permitiendo a los estudiantes realizar ensayos, simulaciones, demostraciones y reflexiones sobre el tema, para provocar cambios significativos en el aprendizaje de las matemáticas y los docentes inicien la docencia virtual.

