

Diferencias y semejanzas en las estrategias de aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas en contextos: de escolarización y no escolarización.

Diego Hernán Zúñiga Quisoboní¹, Idalí Martínez Ruíz² y Marlady Quiñones Daza³.

Consideración⁴

Resumen

Las matemáticas se han convertido en un obstáculo para la mayoría de los escolares, debido a que su enseñanza es predominantemente abstracta y poco contextualizada, lo que la hace difícil de comprender y poco atractiva, aspectos que llevan a que no se logre un aprendizaje adecuado. Para mejorar esta situación es necesario indagar otros caminos y recurrir a espacios que permitan potenciar este aprendizaje. Por tanto, la presente investigación, parte de la necesidad de explorar las estrategias utilizadas por personas que no han asistido a la escuela y las que emplean los estudiantes, para luego utilizar los resultados en la construcción de una propuesta didáctica que permita mejorar el desempeño de los escolares en la comprensión de los algoritmos de las operaciones básicas.

La investigación se realizó con una unidad de trabajo conformada por dos grupos de personas: un grupo de diez personas escolarizadas pertenecientes a las Instituciones Santa Catalina Labouré, en Bolívar (Cauca), Escuela Rural Mixta las Huacas, en Sucre (Cauca) y La Bermeja, en Balboa (Cauca); y otro grupo de diez personas no escolarizados.

¹ Zúñiga Quisoboní Diego Hernán. Nacionalidad: Colombiano. Docente de la Institución Educativa Santa Catalina Labouré, municipio de Bolívar, departamento del Cauca. Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones, de la Universidad del Cauca. Especialista en Informática y Telemática, Universidad del área Andina. Aspirante a Magister en Educación desde la Diversidad de la Universidad de Manizales. Correo Electrónico: diegozuqui@hotmail.com

² Martínez Ruíz Idali. Nacionalidad: Colombiana. Docente de la Institución Educativa la Bermeja Baja, municipio de Balboa, departamento del Cauca. Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Educación Física, Recreación y Deportes de la Universidad del Cauca y Aspirante a Magister en Educación desde la Diversidad de la Universidad de Manizales. Correo Electrónico: idalymartinez_09@hotmail.com

³ Quiñones Daza Marlady. Nacionalidad: Colombiana. Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Humanidades y Lengua Castellana de la Pontificia Universidad Javeriana y Aspirante a Magister en Educación desde la Diversidad de la Universidad de Manizales. Correo Electrónico: marladyq@gmail.com

⁴ Patiño Giraldo Luz Elena. Nacionalidad: Colombiana. Docente de Maestría en Educación desde la Diversidad, Universidad de Manizales. Doctora en Ciencias Sociales, Niñez y Juventud, Universidad de Manizales- CINDE. Magíster en Educación: Psicopedagogía, Universidad de Antioquia.

El estudio se realizó desde un enfoque cualitativo, de carácter exploratorio comparativo. Para recolectar la información se diseñaron entrevistas semiestructuradas. Los datos se recopilaron en una matriz, que permitió establecer las diferencias y semejanzas en la forma como las personas escolarizadas y las no escolarizadas construyeron los conceptos de las operaciones básicas.

Los resultados arrojados evidenciaron que los sujetos que aprendieron en contextos no escolarizados desarrollan el método indo-arábigo para adicionar y sustraer, en la multiplicación recurren a la adición para duplicar reiteradamente un valor y para la división usan la adición iterada del cociente hipotético, es decir se supone un resultado y se prueba si es correcto sumándolo cuantas veces indique el número correspondiente al divisor.

Teniendo en cuenta los resultados se sugiere analizar y reflexionar los algoritmos y heurísticos utilizados en la enseñanza de las matemáticas en la escuela, fortalecer la comprensión del sistema decimal y de las propiedades de las operaciones básicas en situaciones y problemas contextualizados. Finalmente se puede concluir que cualquier grupo de personas, tiene mucho que aportar para potencializar la diversidad y enriquecer las prácticas pedagógicas y lograr un mejoramiento de la educación en Colombia, a través del reconocimiento de esas múltiples formas de aprender.

Palabras claves

Escolarizados, no escolarizados, cálculos mentales, operaciones básicas matemáticas, indo-arábigo, contexto, diferencias, semejanzas, estrategias.

Differences and similarities in the learning strategies of basic mathematical operations in contexts of: schooled and non-schooled.

Abstract

The mathematic has become an obstacle for most school because teaching is predominantly abstract and some contextualised, making it difficult to understand and unattractive aspects that lead to learning is not achieved adequate. To improve this situation it is necessary to explore other paths and use this space for enhancing learning. Therefore, the present investigation of the need to explore the strategies used by people who have not attended school and that students use, then use the results in the construction of a teaching proposal that will improve the performance of school in understanding the algorithms for basic operations .

The research was conducted with a working unit composed of two groups: a group of ten people schooled Institutions belonging to St. Catherine Laboure in Bolivar (Cauca), the Temples Joint Rural School in Sucre (Cauca) and La Bermeja at Balboa (Cauca) ; and another group of ten people out of school.

The study was conducted from a qualitative approach, comparative exploratory. To collect the information semi-structured interviews were designed. Data were

collected in a matrix, which allowed to establish the differences and similarities in the way the people schooled and unschooled constructed concepts of basic operations .

Thrown results showed that subjects who learned in -school contexts developed the Hindu-Arabic method for adding and subtracting , in the multiplication resort to adding to repeatedly duplicate a value and division using iterated addition of hypothetical ratio , ie a result and is proved right supposed if adding it indicate how many times the number of the divisor.

Given the results suggest analyzing and reflecting the algorithms and heuristics used in the teaching of mathematics in school strengthen understanding of the decimal system and the properties of the basic operations in contextualized situations and problems. Finally it can be concluded that any group of people, has much to contribute to potentiate the diversity and enrich teaching and to achieve an improvement of education in Colombia, through the recognition of these multiple ways of learning.

Keywords

Schooling, non-schooling, mental arithmetic, basic math operations, Indo -Arabic , context, differences, similarities, strategies.

Presentación.

Esta investigación está adscrita al Macro proyecto Didácticas alternativas: una posibilidad para responder a la diversidad en el aula, dirigido por las doctoras Luz Elena Patiño Giraldo, María Carmenza Grisales Grisales, y Gloria Isaza de Gil (2011) docentes de la Universidad de Manizales; y fue realizada por cuatro docentes del departamento del Cauca durante los años 2012 y 2013, quienes se interesaron, indagaron, compararon y analizaron las estrategias utilizadas para aprender las operaciones básicas matemáticas, en los contextos de escolarización y no escolarización, y partir de ello, plantear una estrategia didáctica que facilite el aprendizaje en la escuela de los mencionados saberes, de manera que pueda responder a los requerimientos y necesidades de los estudiantes, de acuerdo a ello, y teniendo en cuenta la importancia que representan las matemáticas, en la vida cotidiana, se realizó una investigación sistemática, organizada y pertinente; donde en primera instancia, se reconoció el contexto y la problemática, para plantear acciones metodológicas pertinentes, de manera tal, que al finalizar, los resultados reflejen la realidad vivida y se pueda plantear una propuesta que responda a los resultados encontrados.

Las matemáticas y la cotidianidad

La educación matemática en Colombia, está tomando nuevos rumbos donde se resalta la importancia de tener en cuenta la cultura y el medio ambiente del

educando, pero todavía falta investigar mucho acerca de cómo, por qué y para qué tener en cuenta las situaciones reales en la educación.

Es así, que aunque se ha investigado acerca de cómo aprenden las personas en diferentes ámbitos y culturas, es importante seguir explorando este campo de posibilidades para encontrar otros caminos pedagógicos, tal como lo afirma Alberti: “el educador debe ser capaz de interpretar una situación para reconocer las estrategias matemáticas originales, autóctonas, vernáculas, etno-matemáticas ajenas a su propia cultura y academicismo”. (Alberti, 2007, p.38) No se puede seguir pensando en la matemática desde la lógica o la idea de que solo requiere memoria, es más, pensando que la matemática no está en la cotidianidad, en la experiencia o ¿quiénes de nosotros no necesitamos realizar cuentas en nuestra vida diaria?

Se trata de reflexionar acerca de lo que sucede en las prácticas, preguntarse si realmente dan respuesta a las diferentes formas de aprendizaje de los aprendices, puesto que cada uno tiene una perspectiva de mundo y manera de aprender diferente, a los distintos ritmos y estilos de aprendizaje, a estructuras cognitivas variadas, a intereses disímiles y por supuesto, a subjetividades totalmente diversas, en el momento de enseñar la matemática.

El arte de los números en la cotidianidad

Salir a caminar e interactuar con personas con diferente grado de escolaridad que se desenvuelven a la perfección en la sociedad, nos ha sembrado la inquietud y la duda sobre cómo los sujetos que nunca asistieron a la escuela, o quienes estuvieron un tiempo y decidieron irse adquieren aprendizajes relevantes y pertinentes acerca de la matemática. Es decir, de qué manera las experiencias de vida, la relación con los otros y el desempeño laboral pueden potenciar aprendizajes que supuestamente ofrece la escuela. ¿Qué sucede con los sujetos que no tienen la opción de asistir a una Institución educativa pero aun así comprenden conceptos matemáticos básicos que para algunos escolares son difíciles de aprender?

En este sentido se han realizado varias investigaciones acerca de la matemática, los saberes extraescolares y prácticas culturales que tejen conocimiento desde las experiencias de vida de sujetos que no aprendieron los conceptos matemáticos en la educación formal; convirtiéndose en referentes del presente estudio, entre estas vale la pena mencionar, la Tesis de doctorado titulada; “Interpretación situada de una práctica artesanal” realizada por Miguel Alberti⁵ en el 2007, en la cual se hace una exploración acerca de las manifestaciones matemáticas fuera del ámbito académico y de la cultura occidental. Para ello se analizan las prácticas matemáticas de una actividad artesanal en una cultura no occidental: la ornamentación arquitectónica toroja de la isla de Surawesi, en Indonesia; pues sus casas y graneros tradicionales son únicos en el mundo, con multitud de diseños geométricos grabados directamente

⁵ Alberti, Miguel. (2007). Interpretación situada de una práctica artesanal. En: <http://tdx.cat/bitstream/handle/10803/4712/map1de1.pdf?sequence=1>. (Recuperado 05 de marzo 2013)

sobre sus paredes. Para hacer el estudio se utiliza un método basado en una estructuración científica de la práctica (obra-acabada, obra-en-curso, y obra-explicada) que dan lugar a la interpretación matemática situada (IMS).

En el trabajo mencionado, se identificó que el aprendizaje de los artesanos no es académico, aprendieron el oficio y sus procedimientos de sus antepasados, por lo tanto, se concluye que en la escuela, no es suficiente evaluar el conocimiento en la obra-acabada, sino que resulta imprescindible analizar la obra-en-curso y sobre todo la obra-explicada; también, que el educador debe ser capaz de interpretar una situación para reconocer las estrategias matemáticas originales, autóctonas, vernáculas, etno-matemáticas ajenas a su propia cultura y academicismo.

Otro estudio que se convierte en antecedente importante, es de autoría de Fuenlabrada, I. y Delprato M⁶. Realizada en México en 2005 titulado “Tres mujeres adultas y sus diferentes acercamientos a los números y las cuentas”. En este trabajo se investiga sobre los procesos de acceso a la simbología matemática de adultos no escolarizados. En el estudio se entrevista a cada mujer en función de sus saberes previos, de sus posibilidades de respuesta, de sus visiones sobre las temáticas trabajadas y el saber matemático de acuerdo a sus experiencias, para lo cual se utilizó el juego del cajero ascendente y descendente, que genera una familiarización con los procedimientos de agrupar y desagrupar, necesarios para resolver las operaciones convencionales de adición y sustracción; lo cual se registró en una tabla. Y, posteriormente, la representación de los números se realizó mediante problemas de contexto comercial. En estos ejercicios se usaron cantidades representadas con o sin correspondencia con la escritura convencional (\$235, por ejemplo, podía estar representado con un billete de \$100, doce monedas de \$10 y quince monedas de \$1; o bien, con dos billetes de \$100, tres monedas de \$10 y cinco monedas de \$1).

Se encontró que las mujeres podían resolver problemas aditivos, con estrategias de cálculo ineficientes, reconocían las cantidades de dinero involucradas, y podían escribir algunos números; pero desconocían las razones que sustentan la escritura de los números y sus relaciones con los procesos usuales de manipulación simbólica de adición y sustracción. También se logró que mejoraran el desempeño en el cálculo haciendo uso del algoritmo escrito en remplazo de su cálculo mental poco eficaz, demostrando de esta forma la diversidad del aprendizaje en sujetos no escolarizados, aspecto a tener muy en cuenta, en las investigaciones, que buscan profundizar en el aprendizaje de la matemática.

También en México, se desarrolló la investigación “Prácticas cotidianas y conocimiento sobre las fracciones. Estudio con adultos de escasa o nula escolaridad” realizada por Ávila, A.⁷ en el 2006. Este trabajo aborda el

⁶ Fuenlabrada, Irma y Delprato, María Fernanda. (2005). Tres mujeres adultas y sus diferentes acercamientos a los números y las cuentas. En: <http://redalyc.uaemex.mx/>. (Recuperado el 20 de agosto de 2012)

⁷ Ávila, Alicia. (2006). Prácticas cotidianas y conocimiento sobre las fracciones. Estudio con adultos de escasa o nula escolaridad. En: <http://redalyc.uaemex.mx/>. (Recuperado el 20 de agosto de 2012).

conocimiento sobre las fracciones que se desarrollan en prácticas cotidianas y que son fuente primaria en las concepciones que se han construido en estos conceptos, para lo cual se hicieron entrevistas y se plantearon problemas orientados a indagar las ideas construidas acerca del concepto de fracción y la capacidad de operar con los fraccionarios. Las situaciones problema presentadas eran similares a las que enfrentaban cotidianamente como: repartir alimentos, comprar por kilos, o libras, por lo tanto se les pedía a los participantes que resolvieran el problema como ellos lo creían conveniente. El grupo estaba conformado por 36 personas de escasa o nula escolaridad, dentro de este, se presentaron personas que no sabían leer y quienes habían aprendido sin saber dónde y sin haber asistido a la escuela, pero evidentemente utilizaban el cálculo mental.

Una vez recolectados los datos se encontró que las concepciones que se han construido sobre las fracciones a partir de las prácticas cotidianas son frágiles y precarias, ya que pueden hacer la relación entre peso y capacidad, pero no logran establecer la relación entre el cuarto y la unidad (metro); las fracciones como sistemas que implican orden y equivalencia no van más allá de los medios, los cuartos y los medios cuartos, perdiendo así las relaciones de orden y equivalencia propias de los números fraccionarios. Por tanto se concluye que el uso de las fracciones en la vida cotidiana es diferente a la forma cómo se piensa este tipo de números en la escuela. Es de esta manera como se hacen evidentes las diferencias que existen entre el mundo cotidiano y el escolar, por lo cual es necesario crear caminos que vinculen estos dos mundos.

En nuestro país se toma como referente la investigación, “Prácticas Cotidianas y Conocimientos Matemáticos, Estudio de Caso con Modistas” realizada por Fuentes, C⁸. en Bogotá en 2010) cuyo propósito fue: describir y analizar algunas habilidades, pensamientos y estrategias matemáticas referentes a la maximización de áreas utilizadas por un grupo de ocho modistas que actualmente trabajan en una fábrica de confección de ropa en Bogotá. Las modistas se encontraban entre las edades de 26 a 35 años, y su formación escolar variaba entre la primaria incompleta y el bachillerato completo. Para el desarrollo de esta investigación se planteó la siguiente prueba “sin la utilización de moldes, diseña camisetas talla S, ¿Cuántas camisetas cabrían en una tela de 2mts por 2mts?, recuerda la utilización máxima del material”. Las respuestas dadas fueron diversas, al clasificarlas se observó que algunas modistas presentaron dificultades para realizar las representaciones graficas en relación a las proporciones, sin embargo, fue más fácil para aquellas que llevaban más tiempo laborando y que no habían terminado la básica primaria. Finalmente se concluyó que la matemática trasciende el espacio académico y disciplinar, ya que las comunidades la practican y la transforman constantemente mediante las actividades culturales que hacen parte de sus experiencias de vida, además se encontró que la capacidad de imaginación

⁸ Fuentes Leal, Chistian Camilo. (2010). Prácticas Cotidianas y Conocimientos Matemáticos, Estudio de Caso con Modistas. En: <http://redalyc.uaemex.mx/>. (Recuperado 20 de marzo de 2013).

y recursividad de la población de trabajo es inversamente proporcional al nivel de escolaridad.

Otra investigación en el contexto colombiano acerca del tema, es la realizada por; González, J y Zambrano, J. A⁹ en el 2011, sobre las “representaciones sociales y prácticas matemáticas de un grupo laboral de Corabastos” en Bogotá, Colombia. El objetivo del trabajo fue dar a conocer las representaciones sociales acerca de las matemáticas de un grupo de trabajadores de Corabastos, que no terminaron sus estudios en básica primaria, y que realizan actividades laborales que implican la utilización de prácticas matemáticas; es así, como teniendo en cuenta la forma como enfrentan las situaciones que implican cálculos en su contexto laboral se desarrolla una representación social de las matemáticas, al establecer una relación entre lo que aprendieron en la escuela y lo que vivencian en su trabajo. Es así que para investigar esta representación social, se establecieron cuatro situaciones a observar: comercialización de auyamas, proceso de llenado y acomodación de alimentos, construcción de flores y fabricación de huacales. El proceso de recolección de datos se hizo mediante entrevistas, videos y conversaciones con los trabajadores, se encontró que en la plaza de mercado las situaciones matemáticas no solo se limitan a la venta y compra de productos, sino que implican otros procesos, tales como: medir, contar, localizar, diseñar y explicar, situaciones que los trabajadores no reconocen como procesos matemáticos. También se encontró que las representaciones sociales matemáticas están relacionadas con la experiencia escolar y no con las prácticas matemáticas que se aplican a la hora de enfrentarse a las situaciones laborales en Corabastos.

Por su parte, en 2011, Fuentes¹⁰ realizó la investigación: “Algunos procedimientos y estrategias geométricas utilizadas por un grupo de artesanos del municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia”. El propósito del estudio fue presentar algunos procedimientos y estrategias geométricas por un grupo de artesanos y reflexionar sobre la importancia de la integración de conocimientos matemáticos extraescolares en el currículo escolar. En el trabajo se implementaron entrevistas, libretas de apuntes y observación no participante. El grupo de trabajo estaba formado por cinco artesanas con educación primaria incompleta y algunas de ellas analfabetas.

El autor, logró determinar que el grupo maneja representaciones abstractas de los diseños a construir. Además, utilizan patrones geométricos donde predominan conceptos matemáticos, tales como: traslaciones, medidas, proporcionalidad, simetría, entre otros, de esta forma, se concluye que la escuela es el escenario

⁹ González, Jenny y Zambrano, Jennifer. (2011). Representaciones sociales y prácticas matemáticas de un grupo laboral de Corabastos. En: <http://redalyc.uaemex.mx/>. (Recuperado el 20 de marzo 2013).

¹⁰ Fuentes Leal, Christian Camilo. (2011). Estrategias geométricas utilizadas por un grupo de artesanos del municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia. En <http://www.etnomatematica.org/v4-n1-febrero2011/fuentes.pdf>. (Recuperado el 20 de marzo de 2013).

adecuado para tender puentes de comunicación y dialogo respetuoso entre las matemáticas producidas en contextos extraescolares y escolares.

Por otro lado, en la ciudad de Cali, Rey y Aroca en el 2011¹¹ realizaron la investigación denominada “Medición y estimación de los albañiles, un aporte a la educación matemática” cuyo propósito era determinar cómo eran algunos procesos de medición y de estimación en los albañiles y que podían aportar a la educación matemática. El trabajo fue de carácter etnográfico; se utilizaron entrevistas semiestructuradas, la observación fue participante, también se analizaron las conversaciones entre los participantes. El mencionado estudio, logró constatar que las matemáticas son limitadas ya que tiene su propio contexto, hace que los grupos sociales o culturales creen sus propios lenguajes y símbolos, además, que las matemáticas se crean porque el medio socio-cultural de un individuo así lo exige, cabe resaltar que es importante determinar, cuáles son los significados que construyen los estudiantes en la clase y, por supuesto, la relación que los conceptos escolares tienen con el entorno sociocultural del mismo.

Finalmente se encontró en el Cauca, la investigación “Actividades matemáticas socioculturales en la comunidad indígena Nasa de Chimborazo, Morales, Cauca” realizada por Gómez¹² en el 2009. El objeto de este estudio fue identificar actividades matemáticas presentes en la comunidad indígena de Morales, Cauca. La mayoría de familias que fueron objeto del estudio eran analfabetas, se hizo un estudio de tipo cualitativo en tres fases: actividades matemáticas desde la perspectiva sociocultural de Bishop (donde las matemáticas deben ser asumidas como un producto cultural, y por lo tanto deben partir de un saber cultural para su aprendizaje), matemática en la comunidad Nasa y caracterización de las actividades matemáticas socioculturales. Se acudió a técnicas como la observación participante y la entrevista semiestructurada con adultos mayores, jóvenes y líderes comunitarios.

Como conclusión, la autora, encuentra que las actividades socioculturales de la comunidad Nasa tienen un contenido matemático como: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar, además de que estos contenidos deben incursionar en el ámbito escolar y en sus prácticas pedagógicas. También se evidenció que estas comunidades habían asimilado elementos matemáticos occidentales del sistema métrico decimal y el sistema de numeración decimal, así como las propiedades de la adición y la multiplicación.

¹¹ Muñoz Rey, Miller Freddy y Aroca Araújo, Armando. (2011). Medición y estimación de los albañiles, un aporte a la Educación matemática. En: http://www.sci.unal.edu.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S012342262011000100017&lng=es&nrm=iso.(Recuperado el 20 de marzo de 2013)

¹² Gómez Ortiz, Nohora Betty. (2009). Actividades matemáticas socioculturales en la comunidad indígena Nasa de Chimborazo. En: [http:// etnomatematica.org/trabgrado/Matematica_Nasa.pdf](http://etnomatematica.org/trabgrado/Matematica_Nasa.pdf) (Recuperado el 20 marzo de 2013).

Inquietud por el conocimiento matemático

La matemática ha jugado un papel fundamental en el avance científico y tecnológico de las sociedades desde la antigüedad. Es un conocimiento necesario para el desarrollo económico en los países, por tanto, las diferentes culturas realizan prácticas matemáticas que han permanecido en el tiempo y difieren entre sí. En África surgieron como una repuesta relacionada con el comercio; en Mesopotamia se utilizaba las tabillas con el fin de administrar y controlar propiedades y riquezas; los egipcios lo hacían desde la primera mitad del cuarto milenio, habían desarrollado una notación decimal, con símbolos separados para las unidades y potencias de diez hasta un millón. (Martel, Caraballo, & Villalón, s.f, p.4-6).

Estos aspectos demuestran que la matemática se encuentra inmersa en el mundo y es ahí donde se hace necesario encontrar las lecturas de dicho conocimiento, en este caso, las lecturas del contexto y cultura de los sujetos a quienes pretendemos enseñarles dichos conceptos, si es que ya no los adquirieron en su cotidianidad.

Pero en el escenario escolar es común escuchar a los estudiantes que tiene dificultades para realizar ciertas operaciones matemáticas, debido a que no comprenden cómo desarrollar los problemas, y si los resuelven, lo hacen de forma mecánica, de tal manera que con el trascurso del tiempo olvidan los conocimientos adquiridos, por lo que muchos jóvenes se condicionan y suelen pensar que las matemáticas son complicadas, motivo por el cual, al llegar a la Universidad deciden ingresar a programas de pregrados con pocos contenidos matemáticos.

Con relación a lo ya mencionado surge la siguiente pregunta como eje central de la investigación:

¿Qué diferencias y semejanzas existen, en las estrategias utilizadas para el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas, en personas que han construido estos conceptos en contextos de escolarización y las que lo hacen en contextos de no escolarización?

A partir del anterior interrogante surgieron como objetivos que guiaron el camino para hallar posibles respuestas, los siguientes:

1. Describir las estrategias didácticas utilizadas por las personas que aprendieron las operaciones básicas matemáticas en contextos de escolarización y los que los aprenden en no escolarización.
2. Establecer las diferencias y semejanzas existentes, en las estrategias utilizadas para el aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas, en personas que han construido estos conceptos en contextos de escolarización y no escolarización.
3. Plantear una propuesta alternativa que cualifique la enseñanza de las operaciones básicas matemáticas en el contexto escolar.

¿Por qué indagar sobre el aprendizaje?

Es de suma importancia, pensar formas que logren desarrollar mejores didácticas y procesos de aprendizaje, y por lo tanto, es muy relevante, conocer las diferencias y semejanzas en las estrategias utilizadas para aprender las operaciones básicas matemáticas, por parte de las personas escolarizadas y no

escolarizadas, para así observar desde otra perspectiva este proceso. Además de tomar como referencia las diferencias que puedan existir en las personas para la construcción de este saber matemático, puesto que desde la lógica matemática, estos saberes se han orientado en la escuela siempre de la misma manera, recurriendo a la memoria sin enseñar el significado, el sentido y la utilidad de las operaciones, por lo cual se han descartado otras posibilidades de elaborar dichos conceptos en el aula, y de esta forma, se ha impedido el desarrollo de la creatividad de los escolares para pensar en las soluciones a los problemas matemáticos, especial mención, merece la comprensión del sistema decimal, el cual es el fundamento de las operaciones con números, así como del desarrollo del pensamiento lógico.

Ahora bien, se puede decir que las necesidades de los contextos en lo referente a la matemática, han permitido que este saber se potencie en personas que nunca asistieron a la escuela y que a pesar de sus dificultades aprendieron las cuatro operaciones básicas matemáticas y las utilizan a diario en sus labores, en una forma muy eficiente. Por lo tanto, se deben buscar estrategias que permitan al estudiante explorar otras opciones para interpretar y comprender la matemática, además de encontrarle significado a los conocimientos orientados en el salón de clase y desde esta posibilidad lograr que el docente enseñe las matemáticas desde el contexto y potencialidades de los educandos.

Caminado por la Teoría.

La investigación parte de la afirmación de que la matemática, es una de las materias de enseñanza en la totalidad de las escuelas a nivel mundial, y es ampliamente reconocido el papel fundamental que ha tenido desde los principios de la humanidad, pues esta disciplina se ha utilizado para hacer transacciones comerciales, para medir terrenos, y para hacer cálculos astrológicos, entre otras aplicaciones.

En cada cultura se han generado diferentes estrategias de aprendizaje en todos los aspectos, ya que la necesidad de conocer e interpretar el mundo ha permitido nuevos saberes. Lo cual ha pasado desde la antigüedad, por ejemplo las culturas Maya, Azteca e Inca desarrollaron sus propios sistemas de numeración entre ellos se encuentran: el sistema vigesimal para llevar sus cuentas, además de un Abaco, contaban con cuerdas que llamaban quipus, calendarios que correspondían a 365 días y emplearon 20 símbolos distintos para escribir cifras del 0 al 19. (Martel & Villalón, 2004, p. 159-190)

Por otro lado, se ha tenido la concepción de ser una disciplina difícil de aprender, y que es privilegio de unos pocos superdotados, lo que ha llevado a concluir, erróneamente, que su campo de aplicación práctico es muy limitado y solo de la academia, en la ciencia o en un espacio muy reducido.

Es así como autores como Carraher y Schliemann, concluyen en su texto: En la vida diez, en la escuela cero: “Este análisis cualitativo de los resultados sugiere que los algoritmos que se enseñan en la escuela para realizar operaciones aritméticas pueden construir un obstáculo para el razonamiento del niño” (Carraher y Schliemann, 1991, p. 39)

Demostración de este aspecto pueden ser los resultados de las pruebas pisa 2013 para Colombia, las cuales hicieron énfasis en matemáticas y donde los resultados obtenidos en las mismas demuestran un descenso en el desempeño en esta área del conocimiento, siendo esta evidencia de la dificultad presentada en la enseñanza de las matemáticas en nuestro país;

De acuerdo con los últimos datos de Pisa, que analizó el rendimiento de 510 mil estudiantes de 15 años (9.073 de ellos colombianos), en matemáticas, lenguaje y ciencia en 65 países, el país ocupa el lugar 62, diez puestos menos que en el 2009. De hecho, fue la nación que más retrocedió en la clasificación.

Colombia obtuvo 376 puntos en matemáticas, 403 en lenguaje y 399 en ciencia, en contraste con el 2009, cuando logró 381 puntos en matemáticas, 402 en ciencias y 413 en lectura.

En esta ocasión, las pruebas Pisa hicieron un énfasis especial en matemáticas, pues los resultados suelen ser un predictor del éxito académico futuro de los jóvenes. (Redacción El Tiempo, 2013)

Con los datos anteriores en mente, vale la pena mencionar que desde los años noventa, los educadores de las áreas relacionadas con las matemáticas y lenguaje han venido analizando, reflexionando y discutiendo sobre cómo debería ser la formación matemática en los niños y niñas del país y, el papel que ésta debe cumplir en las metas y propósitos de la educación actual. En otras palabras, la educación matemática que le impartimos a nuestros educandos debe responder a las nuevas demandas globales y nacionales, por ello es de vital importancia partir de reconocer e identificar el conocimiento y pensamiento matemático informal de los educandos en relación con las actividades prácticas de su contexto y, aceptar que el aprendizaje matemático no es solamente cognitivo, ni mecánico sino que en él intervienen factores de orden afectivo, social y cultural que están vinculados a su medio de aprendizaje particular.

Al respecto Godino (2003, p. 68), afirma que:

Los estudiantes aprenden matemáticas por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, y su confianza y buena disposición hacia las matemáticas están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela.

Por tanto, es fundamental reflexionar sobre la manera como se están realizando las prácticas escolares especialmente en el área de matemáticas, ya que los sujetos que por algún motivo no lograron ingresar al sistema educativo, han desarrollado aprendizajes básicos, esto debido a la necesidad de desenvolverse en el mundo laboral, lo que potenció ese conocimiento; para este caso, el de las operaciones básicas matemáticas.

En palabras de Godino (2003, p. 21):

Las matemáticas; éstas deben aparecer como una respuesta natural y espontánea de la mente y el genio humano a los problemas que se presentan en el entorno físico, biológico y social en que el hombre vive. Los estudiantes deben ver, por sí mismos, que la axiomatización, la generalización y la abstracción de las matemáticas son necesarias con el fin de comprender los problemas de la naturaleza y la sociedad.

Naturalmente que es conveniente reconocer los métodos implementados por estos dos actores (las personas escolarizadas y las personas no escolarizadas), para luego tratar de analizar las estrategias de aprendizaje que usan para apropiarse de este conocimiento y usarlo en su contexto, pues el conocimiento depende del medio, la cultura y la sociedad donde se desarrolla; precisamente es necesario tener en cuenta estas condiciones del entorno donde se dan los aprendizajes, puesto que cada persona es diferente y aprende en diversos ambientes y cada uno trae un sin número de conocimientos de acuerdo a los esquemas cognitivos y a la experiencia que los generó, ideas a tener en cuenta en el momento de promover y enseñar la matemática, desde ese punto de vista se unen dos ideas diferentes: Las condiciones del entorno que tienen que ver con las posibilidades de aplicación de los contenidos, es decir de darle significado a lo que se aprende y por otro lado la incidencia que tiene el entorno en las posibilidades de desarrollo de los sujetos.

De acuerdo a ello, es evidente la existencia de factores del contexto que han incidido en el aprendizaje de los conceptos matemáticos, los cuales muchas veces, creemos que solamente se aprenden en la escuela, sin embargo se conocen personas con índices de escolaridad muy bajos (primero, o segundo de primaria) e incluso analfabetas que resuelven algoritmos de operaciones básicas con mayor precisión y fluidez que las personas escolarizadas, debido a que las operaciones matemáticas se convierten en una necesidad en sus labores cotidianas.

Al respecto Ausubel (2003, p. 250) Considera que:

El aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición (recepción), ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características. Así, el aprendizaje escolar puede darse por recepción o por descubrimiento, como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo o memorístico y repetitivo. De acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos; pero también es necesario que el alumno se interese por aprender lo que se le está mostrando.

Operaciones básicas matemáticas

La investigación se realizó teniendo en cuenta los algoritmos y las estrategias utilizadas para resolver las operaciones básicas como son: la adición, la sustracción, la multiplicación y la división, por parte de la población participante.

En su forma elemental se puede definir estas operaciones de la siguiente manera: Las adiciones y las sustracciones se plantean inicialmente como una necesidad de evitar un recuento "En la práctica se puede decir que "Adicionar es seguir contando", mientras que sustracción consiste en "contar hacia atrás" (descontar)". Godino, Font, Batanero y Roa (2004 p. 54), por su parte, "La multiplicación y división entera (división que implica que el resto sea diferente de cero) son un medio de abreviar los procesos de adición y sustracción) repetidamente una misma cantidad o repartir equitativamente una cantidad entre cierto número de seres u objetos", Godino, Font, Batanero y Roa (2004 p. 73-81) de acuerdo a ello, multiplicar es (en su forma más simple) adiciones repetidas y

dividir es repartir en partes o grupos iguales. Es el resultado de un "reparto equitativo".

Vale la pena anotar, respecto a dichas operaciones, que en el desarrollo de las mismas se han tenido en cuenta dos tipos de conocimiento: el conceptual, y el procedimental. El conceptual, está influenciado por la actividad cognitiva y se caracteriza por un conocimiento teórico, en este caso dado por el reconocimiento de los símbolos, las propiedades y el entendimiento de en qué consisten las operaciones básicas. El procedimental está más dado a la acción y tiene que ver con las técnicas y las estrategias para representar conceptos, es tratar de dar "el salto" de lo teórico a lo práctico pasando por unas etapas de elaboración, comparación, y ejercitando algoritmos para finalmente argumentar de forma convincente. El conocimiento procedimental ayuda al afianzamiento del conocimiento conceptual, y está asociado con el saber cómo, hacer las cosas, para este caso específico, el saber cómo adicionar, sustraer, multiplicar y dividir; así pues, son pocos los profesores que enseñan las matemáticas en el desarrollo de problemas cotidianos o con el reconocimiento de las matemáticas en el propio contexto de los estudiantes, para de esta forma poder obtener una mayor significación en los procesos cognitivos de sus estudiantes puesto que tanto en la multiplicación, como en la división se ponen a prueba las operaciones de adición y sustracción como lo afirman autores, como: Cid, Godino y Batanero (2004 p. 73-81).

Metodología.

La investigación realizada tuvo un enfoque cualitativo, buscando comprender las diferencias y las semejanzas que se dan en los procesos de aprendizaje de las operaciones básicas matemáticas de las personas escolarizadas y no escolarizadas, pero buscando adentrarse en como ellos logran este aprendizaje, como lo viven desde sus subjetividades y como desde sus experiencias logran la apropiación práctica y conceptual de las operaciones matemáticas.

Investigación de carácter exploratorio, cuyo propósito fue examinar el aprendizaje de las operaciones matemáticas básicas en diferentes contextos, específicamente en escolarizados y no escolarizados. Esto se pone en relación con lo expresado por Hernández, Fernández y Baptista, (p.114 citado en Arias, s.f p.2), cuando mencionan que el método exploratorio tiene como propósito "examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se han abordado antes" aclarando que también es un estudio comparativo al buscar establecer semejanzas y diferencias entre las estrategias de aprendizaje de las matemáticas de dos poblaciones diferentes.

Además, este tipo de estudio permitió acercarse a un problema sentido de la escuela debido a que los docentes de matemáticas, muchas veces reportan sentir desmotivación, apatía y por supuesto dificultades de aprendizaje por parte de sus estudiantes con relación al área, y que es poco estudiado y "novedoso"; desde la perspectiva de comparar las formas de aprendizaje en estos dos contextos y al mismo tiempo permitió preparar el terreno para investigaciones posteriores que experimenten nuevas alternativas didácticas y determinen su impacto en los procesos de enseñanza – aprendizaje.

Para la recolección de datos, se utilizó la entrevista estructurada y posteriormente los datos fueron analizados teniendo en cuenta las categorías deductivas.

Unidad de Trabajo

Personas escolarizadas

El 100 % de los estudiantes son campesinos que pertenecen a la zona sur del Departamento del Cauca, distribuidos en un 20% con ubicación en la zona rural y el otro 80% en las cabeceras municipales. El 100 % de los estudiantes son campesinos que pertenecen a la zona sur del Departamento del Cauca, distribuidos en un 20% con ubicación en la zona rural y el otro 80% en las cabeceras municipales.

Personas no escolarizadas

Las personas no escolarizadas participantes fueron diez personas, en su totalidad campesinos dedicados en su mayoría a labores como: madre comunitaria, comerciante de ganado y transporte municipal, dueña de una fama, comerciante, y un administrador de arriendos de oficinas; la edad del grupo de trabajo varía entre los 35 y 65 años de edad.

En cuanto a la formación escolar de la población no escolarizada con quien se realizó el estudio, encontramos que estaban divididos en un 60% que no asistió a la escuela y el 40% restantes asistió entre seis meses y un año, una sola persona manifestó haber que reprobado dos veces el primer grado. Algunos manifiestan no haber aprendido nada en sus años de escuela, y haber aprendido más, con las experiencias de vida.

Contexto de la investigación

Institución Educativa Santa Catalina Labouré

La Institución está ubicada en la zona urbana del municipio de Bolívar en el departamento del Cauca. Cuenta con novecientos estudiantes desde el preescolar hasta el grado once repartidos en cuatro sedes: tres de primaria y una de secundaria. Es una institución pública de carácter mixto regida por Hermanas Vicentinas desde hace aproximadamente cincuenta años. En cada aula de clases se encuentran mínimo 25 estudiantes. La mayor parte de los estudiantes son de la zona urbana y un pequeño porcentaje proviene de las veredas aledañas.

Los docentes de la institución Santa Catalina Labouré utilizan en la enseñanza de las matemáticas estrategias como: clases magistrales, talleres grupales e individuales, evaluaciones de completar y de selección múltiple con única respuesta; también se hace un acompañamiento continuo y se realizan clases y talleres de nivelación con el fin de superar logros pendientes. Para las valoraciones de cada logro se tienen en cuenta las evaluaciones, talleres y

trabajos; y para la promoción de un grado a otro se sigue el siguiente procedimiento: se encuentra el promedio de todos los logros alcanzados en todas las áreas, si supera el 70% es promovido, en caso contrario su promoción está condicionada a tener rendimiento bajo en máximo un área.

En cuanto a la población objeto de la investigación, es una comunidad que vive en zona sur del departamento del Cauca y que cuenta con escasos recursos; debido a esto, los estudiantes reciben restaurante escolar y subsidios de familias en acción, siendo estos pseudo-satisfactores y a veces convirtiéndose en la única motivación para asistir a clases. Sin embargo los niños de esta zona son más receptivos frente a las actividades y observaciones que les proponen los docentes y se logra percibir el deseo de superación.

Institución Educativa La Bermeja Baja

La institución se encuentra ubicada en el municipio de Balboa, en una vereda llamada Bermeja Baja, en el departamento del Cauca. Cuenta con doscientos estudiantes cincuenta y ocho en la básica primaria y ciento cuarenta y dos en la secundaria, hay un promedio de 25 estudiantes en cada aula de clases. Es la sede principal de cinco escuelas que se encuentran en veredas aledañas como: el Naranjal, Rinconada, Cañaveral, Limonar y la Bermeja Alta.

Las instalaciones del colegio fueron construidas por la comunidad, y sus fundadores son profesores que actualmente se encuentran trabajando en la misma. En este momento son trece los docentes en la institución, de ellos, son tres los que orientan clases en la básica primaria y su formación académica se relaciona con Administración de empresas, Licenciatura en preescolar y normalista superior.

El colegio no sigue un modelo pedagógico, cada profesor realiza sus clases de acuerdo a los planteamientos curriculares para cada área. En relación al área de matemáticas siguen los contenidos que exige el Ministerio de Educación, y sus metodologías para la enseñanza de los mismos son: ejercicios, trabajos, exposición, exámenes orales y escritos.

En relación a los sujetos investigados, viven en la Bermeja Baja. Muchos de los niños les gusta ir a la escuela, porque se encuentran con sus amigos y además aprenden cosas nuevas. Sin embargo con el paso del tiempo, sus expresiones de felicidad van desapareciendo y ya no les parece tan divertido ir a la escuela.

Escuela Rural Mixta Rural las Guacas

La Escuela está ubicada en la zona rural del municipio de Sucre, en la vereda las Guacas que pertenece al corregimiento del Retiro en el departamento del Cauca. Cuenta con once estudiantes desde el preescolar hasta el grado quinto, es escuela unitaria, y pertenece al Centro Educativo el Retiro que cuenta con otras sedes como son: los Colorados, la Ceja, Llano Verde y la sede principal el Retiro; en total cuenta con 136 estudiantes. Es una institución pública de carácter mixto. El modelo pedagógico con el que se trabaja es Escuela Nueva.

Los docentes del centro manejan las cartillas de escuela nueva, sin embargo, los niños aprende de la siguiente manera: memorizan las tablas de multiplicar, se realiza talleres, evaluaciones de completar y de selección múltiple con única

respuesta, y para la promoción de un grado a otro se tiene en cuenta el promedio de las evaluaciones, talleres y trabajos de todo el año.

En cuanto a la población objeto de la investigación, son de origen campesino, los estudiantes reciben restaurante escolar y subsidios de familias en acción, siendo estos unos de los alicientes para asistir a clases. Los niños de esta zona presentan muchas dificultades en los procesos de aprendizaje, además de las condiciones sociales en que viven ya que están expuestos a la contaminación ambiental que se presenta con los insecticidas, debido a la fumigación que le hacen a los cultivos sin ninguna medida de seguridad. Además, son poco receptivos, su mente siempre la enfocan en el “no puedo”.

En el aspecto económico, la Alcaldía Municipal les paga la vivienda y la alimentación. Son pocos los niños que continúan sus estudios en el pueblo, pues la mayoría se quedan trabajando con sus padres en las labores de la finca.

Análisis e Interpretación de Resultados

Personas escolarizadas

El 100% de los escolares realizan la suma y la resta con facilidad demostrando así que comprenden los conceptos de dichos algoritmos. Pueden utilizar estrategias como agrupar y desagrupar mediante la ejecución de cálculos de derecha a izquierda; en el desarrollo de los diferentes ejercicios. También es importante resaltar el ordenamiento y la posición que tienen en la escritura de los números, ya que siguen el debido algoritmo, comprendido como “la puesta en marcha de un proceso que se compone de una sucesión de órdenes inequívocas”. Godino, Font, Batanero y Roa (2004 p. 59). Los niños efectúan la suma escrita usando estrategias como repartir elementos en cantidades iguales para luego realizar el conteo y poder sumarlas, mientras que en la resta utilizan acciones como llevar y quitar. Lo cual se corrobora con lo expuesto por Godino, Font, Batanero y Roa (2004 p.54) donde "Sumar es seguir contando", mientras que restar consiste en "contar hacia atrás" (descontar)".

Con relación a la multiplicación el 100% de los estudiantes expreso haber aprendido esta operación memorizando las tablas, es la estrategia más utilizada en las escuelas; ante esta concepción, Reed y Lave (1979, p. 570 citados por González y Zambrano, 2011 p.13) afirman que:

“En la escuela se dan muestras de matemáticas escritas siempre con la aplicación de algoritmos y estrategias dadas por persona con influencias que aparentan tener la verdad absoluta, y para resolver estas situaciones se tiene que acudir a concepciones desligadas del contexto diario, lo cual las hace difícil de abstraer y entender y fuerzan la memoria y no la comprensión significativa”.

Los procesos de enseñanza aprendizaje en las matemáticas son llevados a cabo por estrategias tradicionales y es más evidente en la enseñanza de las operaciones como: la multiplicación y la división; son pocos los profesores que enseñan las matemáticas en el desarrollo de problemas cotidianos para poder obtener un mayor significación en los procesos cognitivos de sus estudiantes puesto que, tanto en la multiplicación como en la división se ponen a prueba las

operaciones de suma y resta como lo afirman estos autores: Cid, Godino y Batanero, (2004 p.73, 79, 80, 81) “La multiplicación y división son un medio de abreviar los procesos de sumar (o restar) repetidamente una misma cantidad o repartir equitativamente una cantidad entre cierto número de seres u objetos”.

El sujeto escolarizado N° 14 dice que se le facilito aprender dichas operaciones porque en casa la mamá y el abuelo le orientaban problemas cotidianos donde debía resolver estas operaciones utilizando sumas repetidas, estrategia utilizada por las personas analfabetas.

También se observó que una de las falencias del aprendizaje de dicha operación es que los niños manifiestan no saber “porque se debe dejar un espacio a la derecha cuando se debe escribir el producto de las decenas” (sujetos escolarizados N°11, 15, 16, 17 y 18). Aunque el aprendizaje de las operaciones se trabaje con base en el sistema decimal, si esta enseñanza no es clara para los escolares, termina por construir una barrera de aprendizaje. Tal como lo afirma Poveda, (2001, p. 1).

“las estrategias de enseñanza del sistema decimal de numeración se han caracterizado por concebir el aprendizaje como reproducción de modelos y procedimientos; es por ello que desconocen las demandas lógicas del sistema decimal de numeración y la capacidad del niño para comprenderlas e ignoran el proceso de apropiación del sistema por parte de los niños y las elaboraciones y teorías que ellos van poniendo a prueba en su intento por darle significado al sistema convencional”

Por tanto es importante observar detenidamente las elaboraciones teóricas que el niño realiza desde su saber cotidiano para encontrar la solución a las falencias matemáticas.

Con respecto a la división la mayoría de los escolares dicen: lo primero que se debe aprender son las tablas de multiplicar, después separar cifras y mirar si cabe o no para buscar un número de las tablas que le sirva para realizar la operación. Mientras que otro usa la calculadora para encontrar el resultado y luego la desarrolla en el cuaderno, y al último se le dificulta multiplicar y dividir, porque todavía no se memoriza las tablas.

De igual forma se observa en los sujetos de estudio el análisis y desarrollo de una operación mediante el cálculo mental, cuando se les hace referencia a la compra de la galleta y la vuelta que deben recibir, se evidencia claramente los alcances que estos actores tienen y como algunos de ellos dejan volar su imaginación con los números aunque, no saben explicar ese proceso. Lo anterior se relaciona con lo expresado por Alberti (2007 citado por González y Zambrano, 2011, p.11) cuando afirma que: “Las practicas matemáticas se evidencian cuando una persona se enfrenta a una situación matemática en la que hace uso de actividades matemáticas universales definidas por Bishop (1999) como contar, medir, localizar, jugar, diseñar y explicar”.

En este grupo se observa que los niños crean sus propias interpretaciones de los conceptos que en algunos difieren un poco de lo enseñado pero con el tiempo

se van adaptando al sistema y comprenden los pasos que deben seguir para realizar las operaciones matemáticas, sin embargo hay unos niños que se demoran en adquirir dicho aprendizaje tal vez porque sus dinámicas de adquisición del concepto son diferentes, lo cual sucede con aquellos que viven en las cabeceras y los que pertenecen a las veredas. En este sentido es necesario implementar otro tipo de estrategias para facilitar el aprendizaje.

Personas no escolarizadas.

Se puede decir que el 40% de las personas no escolarizadas objeto del presente estudio, desarrolla las cuatro operaciones matemáticas básicas, el 20% manifiesta poder adicionar, sustraer y multiplicar, y el 40% restante únicamente desarrolla operaciones de adición y sustracción.

De acuerdo a lo anterior ellos realizan operaciones de adición y sustracción, utilizando el sistema indo- arábigo, aunque no sean conscientes de que están efectuando un procedimiento matemático. Según Ávila (2005, p.186) La adición y sustracción, la asocian con el procedimiento Indo-Arábigo el cual consiste en:

1. Descomposición de los números involucrados en el cálculo con base en el sistema decimal (...centenas, decenas, unidades).
2. Adiciones de agrupamientos de orden superior. (Centenas y obtención de la primera adición parcial).
3. Adición de los agrupamientos siguientes (decenas y obtención de una segunda adición parcial).
4. Adición de los agrupamientos menores (unidad obtención de una tercer adición parcial).
5. Adición de las adiciones parciales a partir de los agrupamientos mayores y obtención de la adición total. (Centenas, decenas, unidades).
6. Y en relación a la sustracción desarrollan los siguientes procedimientos:
7. Descomposición de los números en centenas, decenas y unidades.
8. Sustracción de las centenas, es decir, agrupamientos mayores, la idea es completar obteniendo la primera sustracción parcial.
9. Sustracción de las decenas, predominantemente con la idea de completar y obtener una segunda sustracción parcial.
10. Sustracción de las unidades, con agrupamientos menores, predominantemente con la idea de completar y obtener la tercera sustracción parcial.
11. La adición de restantes parciales, a partir de los agrupamientos mayores para obtener la sustracción total, como lo hacen los participantes en el estudio.

En este sentido, las personas no escolarizadas realizan las operaciones básicas matemáticas de manera mental e inician de izquierda a derecha, esto contrasta con el proceso realizado por los escolares, pues ellos inician las operaciones de derecha a izquierda tomando las cantidades más pequeñas hasta llegar a las más grande; el procedimiento utilizado por las personas no escolarizadas también es válido pero no se enseña en la escuela y parece desarrollarse gracias a su propia experiencia.

Es de notar, que el 30% de este grupo de personas no escolarizadas, tuvo la oportunidad de ser guiados por alguna persona en la construcción de su conocimiento matemático, en ello participaron sus padres y/o amigos, que aunque no asistieron a la escuela sabían defenderse en sus cálculos mentales, y el 70% restante lo hizo por necesidad y a través de la experiencia que era adquirida al ejercitar estas operaciones.

Cabe resaltar, que en el 100% del grupo de estudio, aprendió a realizar estos cálculos matemáticos por experiencia propia, de acuerdo a las exigencias del contexto en el que se desenvolvía, como lo puede manifestar el sujeto N°1 con el refrán: “Grábate los errores de memoria para que te llenes de la experiencia”; y además, dicho conocimiento fue adquirido en la juventud y adultez, cuando se hizo necesario realizar actividades comerciales como negocios y de esta manera, evitar ser engañados o robados; así mismo, todos ellos utilizan cálculos mentales. Al respecto Godino (2004, p. 463) afirma:

En esta visión, las aplicaciones, tanto externas como internas, deberían preceder y seguir a la creación de las matemáticas; éstas deben aparecer como una respuesta natural y espontánea de la mente y el genio humano a los problemas que se presentan en el entorno físico, biológico y social en que el hombre vive.

Por otra parte, se puede mencionar que el uso de herramientas como la calculadora, lápiz y papel no es indispensable para ellos ya que realizan las operaciones en forma mental.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, respecto a las operaciones básicas matemáticas, se puede decir que las personas que no asistieron a la escuela y que sin embargo obtuvieron estos aprendizajes, utilizan otras estrategias para resolver los problemas matemáticos; además los resuelven partiendo del cálculo mental. A través de las experiencias adquiridas durante su vida y sin saberlo han utilizado otros métodos matemáticos que no se usan en la escuela, demostrando nuevas formas de aprender la matemática, lo cual puede aportar mucho a proponer nuevas estrategias didácticas, pero igual hay que pensar que tal vez sea porque tanto los docentes como los estudiantes solo comprenden una forma de resolver los problemas matemáticos, que es mediante el algoritmo que a todos se nos enseña; pero finalmente no se logra comprender por qué se hace de esta manera y no de otra. La mayoría de personas termina el colegio y la Universidad sin entender para que sirven las matemáticas, con el sinsabor de no tener claro los procedimientos y terminan siendo aprendizajes memorísticos, es por esto que se hace necesario que el mundo matemático trascienda de las aulas de clases y se impregne un poco de las experiencias y vivencias de aquello que no está dentro de la norma o la escuela, se requiere de métodos que cambien la forma de pensar los planteamientos matemáticos, para lograrlo, se puede usar el saber popular de las personas que no asistieron al aula de clase pero desarrollaron estrategias para aprender las operaciones básicas matemáticas.

En este momento y para dar mayor claridad a los resultados encontrados en la tabla 1 se presentan las diferencias y semejanzas en personas escolarizadas y no escolarizadas.

Tabla 1 diferencias y Similitudes de Personas Escolarizadas y No escolarizadas en el aprendizaje de las Matemáticas

Criterio	Escolarizados	No escolarizados
Porcentajes que reportan apropiación de las operaciones básicas	90%	80% reportan
Porcentajes que reportan apropiación de las operaciones adición y sustracción	100%	100%
Porcentajes que reportan apropiación de la operación multiplicación	100%	60% directa y consiente 40% Indirecta y no tan consiente
Estrategia de adicción y sustracción	Agrupación Primero cantidades pequeñas luego grandes Sumas parciales Proceso de lápiz y papel y mental (con dificultades)	Agrupación Primero cantidades grandes y luego pequeñas Sumas parciales Proceso mental
Procedimiento	Decimal tradicional	Indigo arábigo
Sistema	Decimal	Decimal
Práctica para el aprendizaje	Problemas creados y abstractos	Problemas concretos
Reporte de ¿Cómo se aprendió?	En la escuela	30% guiados por alguien y 70% por necesidad
Aprendizajes	Memorísticos	Significativos

De la investigación se concluye:

- Los resultados demuestran que en las personas escolarizadas, los procesos de enseñanza aprendizaje en matemáticas, son llevados a cabo por estrategias muy tradicionales y se hace más evidente en la enseñanza de las operaciones de multiplicación y división. Por lo tanto se desarrollan conocimientos procedimentales basados en costumbre generacionales de los docentes, las cuales muchas veces no gozan de significados claros.
- La utilización de la técnica escrita de las matemáticas no asegura el éxito del aprendizaje, en contraposición, la técnica oral y mental juegan un papel importante en el mismo, debido a que tanto las personas escolarizadas y no escolarizadas recuerdan mejor la técnica oral y mental. Tal como afirma Ávila las estrategias de cálculo son ágrafas.
- Las personas analfabetas constituyen como base de su aprendizaje el intercambio comercial y manejo del dinero, esta estrategia hace que sus cálculos sean más exactos, además es una actividad que realizan diariamente, en la cual es imprescindible la habilidad de contar y el concepto de cantidad que fundamentan la base de los aprendizajes lógico-matemáticos. Y difieren de las estrategias que se usan en la escuela.
- La calculadora puede convertirse en una estrategia de aprendizaje siempre y cuando se oriente de manera adecuada, es decir una vez los estudiantes adquieran los conceptos matemáticos se puede incluir en el desarrollo de los problemas matemáticos.
- La aplicación eficiente y práctica que dan a las matemáticas las personas no escolarizadas muestran la importancia que para los seres humanos es la educación contextualizada con experiencias significativas.
- Los diferentes contextos en donde se aplican las matemáticas muestran la gran cantidad de procedimientos utilizados para resolver un problema, lo cual nos permite entender que lo importante es apropiarse de concepto y que los algoritmos y procedimientos tienen importancia secundaria.
- Las prácticas escolares nos muestran que se hace un énfasis en el algoritmo, en el procedimiento, y las personas desescolarizadas nos muestran que lo que realmente tiene importancia para la vida es entender el concepto y que los algoritmos no tienen aplicación universal, sino que son pertinentes en un tiempo, un espacio y un contexto determinado.
- En el caso de las personas no escolarizadas es importante resaltar, que existen estrategias de aprendizaje similares en cuanto al modo como aprendieron a realizar estos cálculos matemáticos que generalmente fue por experiencia propia, de acuerdo a las exigencias del contexto en el que se desenvolvía, conllevando de esta manera a un aprendizaje más significativo (ya que estos aprendizajes son relacionados con su contexto, con sus vidas diarias de modo sustancial y por lo tanto toman conciencia de las necesidades cognitivas de las mismas), pues este ayuda a tomar decisiones en situaciones problémicas de acuerdo a las experiencias cotidianas de las personas.

Se recomienda:

Para lograr un aprendizaje significativo de las matemáticas en nuestros estudiantes es indispensable que los docentes tomemos conciencia de nuestras prácticas pedagógicas y llevemos acabo ciertas actividades tales como:

- Los docentes que orientan las matemáticas en la primaria, deben adecuar dicha enseñanza al contexto donde vive el niño; para ello deberían utilizar algoritmos con un enfoque más real y concreto. Y así, de esta manera, el niño vivencie, manipule, y experimente las operaciones básicas matemáticas; conozca su verdadero significado y las aplique en la vida diaria logrando un aprendizaje más significativo.
- Utilizar el juego como estrategia de aprendizaje debido a que los niños y niñas logran despertar su imaginación a través de actividades lúdicas e incluir en ellas los conceptos de las operaciones básicas matemáticas.
- Para la enseñanza de las operaciones básicas matemáticas, en espacios escolarizados es pertinente conocer, apropiarse y explotar las bondades del sistema de numeración decimal, siempre que se tenga en cuenta la lógica desde la cual la comprenden los escolares.
- Cualquier estrategia didáctica que se utilice para la enseñanza de cualquier área, y especialmente de las matemáticas, debe buscar la comprensión del significado, de la utilidad, de la practicidad y aplicabilidad en el contexto, de lo aprendido en el aula, es así que toda estrategia didáctica debe buscar la reflexión y en fin la praxis; recordando que según Masi esta debe ser entendida como (Masi, 2008, p. 79):

“Reflexión y acción como unidad indisoluble, como par constitutivo de la misma y por lo tanto imprescindible. La negación de uno de los elementos del par desvirtúa la praxis, transformándola en activismo o un subjetivismo, siendo cualquiera de los dos una forma errónea de captar la realidad. La tensión entre este par dialéctico es una cuestión que constantemente se repite en toda práctica social”.

Propuesta alternativa para una educación que potencie la atención a la diversidad desde el enriquecimiento a los procesos de aprendizaje.

Tomando como referencia el análisis de los datos acerca de cómo aprenden las personas en contextos de escolarización y no escolarización, se realizó una propuesta que contribuya a enriquecer los procesos de enseñanza-aprendizaje escolar, específicamente la comprensión y funcionamiento de las operaciones básicas matemáticas; ya que debido a la desvinculación de los saberes con la vida cotidiana y el contexto donde se desenvuelve el estudiante, se desarrolla el desinterés por conocer más acerca de las matemáticas. Es por eso que, se deben presentar los problemas a los niños en forma contextualizada, es decir aprovechar su contexto de manera que logren llevar a la práctica lo que aprenden en el aula.

De los resultados de la investigación, se puede observar que hay diferencias entre los algoritmos que utilizan las personas escolarizadas y las personas no escolarizadas para resolver las operaciones matemáticas, además, se hace evidente que existe una gran diversidad de estrategias para resolver problemas que involucren operaciones matemáticas básicas. Sin embargo, se alcanza a vislumbrar que las personas no escolarizadas utilizan algoritmos básicos, sencillos, fáciles de entender y poco estructurados, que los hacen eficientes para resolver problemas de su entorno; los escolares utilizan algoritmos más estructurados, más potentes, recordando que los algoritmos son: “procedimientos (reglas) que se aplican a un tipo particular de problemas y que, si se siguen correctamente, garantizan la respuesta correcta” (Bruning, Schraw, Norby y Ronning, 2005, p. 370)

A la luz de la investigación realizada, se evidencia que los conocimientos que se imparten deben tener en cuenta estos dos mundos, no se debe, con el pretexto de potencializar los saberes de las personas que abandonaron la escuela, afectar a las personas (tal vez minorías) que continúan con estudios superiores. En este sentido, la propuesta debe tener como base los algoritmos y las diferentes formas de resolver problemas (como por ejemplo los heurísticos) que se dan actualmente en la escuela, que les ayudará a desenvolverse en un mundo globalizado, en donde les serán muy útiles los conocimientos matemáticos que han servido de base para los grandes descubrimientos de la sociedad occidental y que se utilizan a diario; pero a su vez, sin descuidar los algoritmos que utilizan las personas no escolarizadas.

Es decir, adicional a lo que hoy se enseña en la escuela, se propone implementar la enseñanza de las operaciones básicas matemáticas usando el sistema indo-arábigo el cual surge en el año 1000 de nuestra era (NCTM, 1969 citado por Ávila p. 186) y cuyas características para la adición son:

1. descomposición de los números involucrados.
2. adición de los agrupamientos de orden superior
2. adición de los agrupamientos siguientes (... decenas) y obtención de una segunda adición parcial;
3. adición de los agrupamientos menores (unidades) y obtención de una tercera adición parcial;
4. e) adición de las adiciones parciales, a partir de los agrupamientos mayores y obtención de la adición total.

El principio de ordenación de este sistema es decreciente se empieza por las centenas, decenas y unidades. Lo cual lo hace diferente del método escolar donde se utiliza un procedimiento que empieza por agrupamientos de orden inferior.

En el caso de la sustracción las personas no escolarizadas utilizan como estrategia el procedimiento indo-arábigo donde se realiza primero una sustracción en las centenas, luego las decenas y por último las unidades. Mientras que en la sustracción por complemento aditivo es necesaria la desagrupación, donde la sustracción se convierte en una adición.

La estrategia utilizada para aprender a multiplicar se basa en utilizar una adición para duplicar reiteradamente un valor. Se usa tres formas:

1. Conteo de adición o adición de iguales
2. Duplicación reiterada
3. Multiplicación abreviada

Mientras que para la división usan la adición iterada del cociente hipotético, el cual consiste en suponer un resultado y probar si es correcto sumándolo cuantas veces indique el número correspondiente al divisor.

Es de gran importancia, también, tener en cuenta que tanto el mundo de las personas escolarizadas como el de los no escolarizados convergen en la utilización del sistema decimal (sistema en el que se basan las matemáticas que manejamos normalmente) y de las propiedades de las operaciones básicas matemáticas, por lo tanto, se debe hacer un gran énfasis en la comprensión de estos conceptos, aclarando que la comprensión del sistema decimal no debe reducirse a conceptos, sino a asimilación de los mismos y sobre todo a ponerlos en práctica en situaciones cotidianas y en la aplicación de diferentes algoritmos (y no solo en uno, como actualmente se hace) para la resolución de problemas y para obtener los resultados de las diferentes operaciones matemáticas.

De igual manera, se debe profundizar en la aplicación de las propiedades de las operaciones básicas matemáticas, no como simples conceptos particulares en un problema numérico, sino como una poderosa herramienta que facilita los procesos y que se aplica en forma general, sin importar el algoritmo particular que se utilice.

En cuanto a estrategias específicas, deben trabajarse desde los planteamientos de los teóricos de la cognición situada, entre ellos Jean Leave (1991, p.84 citado en Barriga, F. p. 20) quien afirma que "Situado [...] no implica algo concreto y particular, o no generalizable o no imaginario. Implica que una determinada práctica social está interconectada de múltiples maneras con otros aspectos de los procesos sociales en curso dentro de sistemas de actividad en muchos niveles de particularidad y generalidad". De tal manera que esta forma de aprender no se reduce a un contexto en específico, todo lo contrario son aquellas situaciones que se dan en un contexto, tiempo y lugar determinado además de las relaciones que se establecen con otros y de las prácticas sociales que ahí se desarrollan para adquirir ciertos saberes.

Desde esta perspectiva se plantea una enseñanza diferente a la brindada por la escuela, debido a que en esta existe una ruptura entre el saber qué y el saber cómo, ya que las situaciones académicas se desligan de la vida cotidiana y de las prácticas socio-culturales de los sujetos que asisten a la escuela. Lo cual se puede observar en el análisis de los datos de las personas escolarizadas, puesto que solo uno de los sujetos entrevistados dice que aprendió de una forma bien sencilla debido a que su abuelo (analfabeta) le enseñó mediante problemas cotidianos las operaciones básicas matemáticas. Godino y Batanero (2004 p. 88) afirman que:

"En la escuela, las situaciones y problemas planteados no son situaciones "vivas" sino situaciones "narradas", que se presentan a través de un texto escrito o de una narración oral, son los problemas aritméticos escolares. Esto añade una nueva dificultad: la relación

entre acción y verbo ya que un mismo verbo puede describir varias acciones y una misma acción se puede nombrar mediante varios verbos distintos”

Ahora bien, el docente debe tomarse la tarea de analizar el contexto del escolar, es decir: identificar qué tipos de medida utiliza en el desarrollo de sus actividades cotidianas, si está en contacto con la compra y venta, como comprende el sistema decimal desde sus labores en casa, como realiza el manejo del dinero, que prácticas culturales recrean las actividades matemáticas y si hay juegos que se puedan enfocar hacia el aprendizaje significativo del concepto más que la ejecución del procedimiento.

Recordar que el juego es una herramienta muy importante debido a que “El juego estimula la imaginación, enseña a pensar con espíritu crítico, favorece la creatividad; y por sí mismo el juego es un ejercicio mental creativo (Ferrero, 1991 citado en Moya, p. 13).” Tal como pudimos observar en las entrevista donde los escolares utilizan la imaginación para recrear los conceptos matemáticos. De esta manera la matemática tendría un componente atractivo para el educando. Por tanto se puede partir de una matemática que inicialmente no tenga como requisito los símbolos, ni la escritura, sino que se centre en las prácticas socioculturales de la comunidad donde se enseña, es decir, partir de ese saber popular que trae el estudiante y posteriormente vincularlo con la teoría matemática. Al respecto Radford (citado en Jaramillo, 2011 p. 21) plantea:

“la necesidad de pensar las matemáticas sobre unas bases que asumen el conocer como el resultado de la actividad humana, histórica, social y culturalmente situada, donde el pensamiento sea considerado mediado a través de instrumentos, en relación con la actividad de las personas, esto es, reflexión mediatizada sobre el mundo.”

Establecer estos vínculos entre escuela y vida cotidiana puede potenciar los conocimientos de los escolares además de enriquecer las prácticas educativas, ya que se convierte en un encuentro de saberes donde pueden recrear las metodologías de la enseñanza-aprendizaje.

Reflexión

Así pues, reflexionar la educación sin pensar en la cultura es no reflexionar educación, ni reflexionar diversidad. Cuando un docente en Colombia se pregunta ¿de dónde son sus estudiantes? encuentra una riqueza cultural profunda, la cual permite dimensionar la educación y el respeto por la misma. Por supuesto, este respeto aparece desde el compartir, desde el reconocer, por ello, estas estrategias no solo afianzan la identidad cultural, sino también el reconocimiento de que esa identidad nacional y municipal se basa en la diversidad dada por las regiones, veredas y caseríos que conforman este gran país.

Por otro lado, es triste mirar que la identidad cultural se desarrolla en ambientes democráticos, que por desgracia muchas veces en Colombia y especialmente en algunas áreas de nuestro país no existen, pues todavía se obliga a la homogeneidad y la uniformidad. A lo anterior Díaz Gómez (2012, p. 4) afirma:

La reproducción cultural es una condición necesaria de toda sociedad, es lo que le da su carácter conservador, en el sentido de preservar la tradición: así como lo genético transmite la herencia biológica, la cultura se reproduce mediante los procesos de socialización, no para ser calcada tal cual (aquí radica su potencial productor) sino para, simultánea y procesualmente, irse transformando.

Otro punto de aclarar es sobre las diversas políticas institucionales que siempre han pretendido homogeneizar a la población que tienen a su cargo, entre ellas la escuela. A veces sin percatarse se han fomentado prácticas tendientes a lograr este objetivo mediante normas, reglamentos, uniformidad, discursos, entre otros; la escuela ha venido trabajando con metodologías y discursos que han pretendido la uniformidad, igualdad cognitiva y actitudinal de estudiantes ya que ello genera estabilidad, seguridad, certeza, tranquilidad, comodidad para los docentes y para el ambiente escolar en general; se ha pretendido adaptar a los estudiantes a lo establecido, a lo que ya está dado.

Sin embargo, la escuela está llamada a explorar, reconocer y desarrollar las potencialidades individuales, las características personales en donde el estudiante entre a cuestionarse sobre la importancia y la necesidad de la diversidad y la diferencia de los seres humanos como un aliciente para el crecimiento personal y colectivo; se requiere por lo tanto, una sociedad en donde se valore la heterogeneidad y la diferencia, lo cual trae consigo: inestabilidad, indeterminación, incertidumbre; tomadas como situaciones positivas, a tener en cuenta para el pleno desarrollo personal y no como situaciones negativas a normalizar, y es aquí donde se espera aportar, desde el reconocimiento de las posibilidades de aprender, de los respetos por esa individualidad en la forma de aprendizaje, pero respondiendo a ella es variedad de estrategias.

La escuela debe ser un encuentro con el otro, en donde los docentes propicien las condiciones para que este encuentro sea en igualdad de condiciones, donde todas las personas sean capaces de “ponerse en los zapatos del otro” y así practicar los valores como una característica superior de los seres humanos y no como un regalo o donación que hacen unos seres superiores o “buenos” a otros que no están en sus mismas condiciones, más aún ante la necesidad continua de un diálogo de saberes (como el que se hizo en este estudio);

“El diálogo de saberes en educación popular e investigación comunitaria se ha comprendido como principio, enfoque, referente metodológico y como un tipo acción caracterizada por el reconocimiento de los sujetos. Que participan en los procesos. La aproximación que se hace al diálogo de saberes, en este texto, apunta a entenderlo como un tipo de “hermenéutica colectiva”, donde la interacción caracterizada por lo dialógico recontextualiza y resignifica los “dispositivos” pedagógicos e investigativos que facilitan la reflexividad y la construcción de sentidos de los procesos, acciones, saberes, historias y territorialidades.” (Ghiso, 2000, p.2)

Con esto en mente la recontextualización y resignificación de los procesos escolares y de procesos de aprender que potencialicen competencias, debe ser la búsqueda de una educación incluyente, así como de la investigación en el aprendizaje desde la diversidad y por lo tanto estos dos aspectos se facilitan pensando en el otro y, aceptando sus aprendizajes y conocimiento, así como desarrollando estudios que miren la variedad de discursos posibles en un mundo

diverso; para que todas estas buenas intenciones se materialicen se debe empezar por conocerse un poco a sí mismo y cambiar para poder entender al Otro y en cómo fortalecer sus aprendizajes a través de la apertura a la enseñanza de nuevos medios y didácticas, que logren aprendizajes significativos y nuevas formas de desarrollar el conocimiento.

Fuentes

Arias, Fidas. (s.f). *Lecturas de investigación*. Unidad 3. El proceso de investigación. En: http://www.uaeh.edu.mx/docencia/VI_Lectura/bachillerato/documentos/LEC7.2.pdf. (Recuperado el 10 de agosto de 2013)

Ausubel, David. Novak, Joseph y Hanesian, Helen (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognitivo*. México: Trillas.

Ávila, Alicia. (2005). El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo. *Revista latinoamericana de Estudios Educativos* (México), vol. XXXV, núm. 3-4, 3er-4to trimestres, pg. (179-219). Centro de Estudios Educativos A.C. México. En <http://redalyc.uaemex.mx/>. (Recuperado el 10 de agosto de 2013).

Ávila, Alicia. (2006). Prácticas cotidianas y conocimiento sobre las fracciones. Estudio con adultos de escasa o nula escolaridad. *Educación matemática*, Vol. 18, número 1. Editorial Santillana. En <http://redalyc.uaemex.mx/>. (Recuperado el 20 de agosto de 2012).

Barriga, Frida. (2006). *Enseñanza Situada: vínculo entre la escuela y la vida*. Universidad Nacional Autónoma de México. En www.mcgraw-hill-educacion.com. McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V. México (Recuperado Extraído el 26 de mayo de 2013)

Bruning, Roger. Schraw, Gregory y Ronning, Bryce. (2005). *Psicología cognitiva y de la instrucción*. Madrid: Pearson

Carraher, Terezina, Carraher, David y Schlieman, Ana Lucia. (1991). *En la vida diez, en la escuela cero*. Sao Pablo: Siglo XXI

Díaz, Gómez, Alvaro. (2012). *Pertinencia de la política ante la muerte del sujeto*. Modulo Sujeto Político. Modulo el Sujeto Político y La Política Pública. Manizales: Universidad de Manizales, CEDUM

Fuenlabrada, Irma y Delprato María Fernanda. (2005). *Tres mujeres adultas y sus diferentes acercamientos a los números y las cuentas*. En <http://redalyc.uaemex.mx/>. México (Recuperado el 20 de agosto de 2012)

Fuentes Leal, Christian Camilo. (2010). *Prácticas Cotidianas y Conocimientos Matemáticos, Estudio de Caso con Modistas*. *Revista latinoamericana de*

Etnomatemática 3(1). 31-44. en <http://redalyc.uaemex.mx/>. Bogotá (Colombia) (Recuperado el 20 de marzo de 2013).

Fuentes Leal, Christian Camilo (2011). Estrategias geométricas utilizadas por un grupo de artesanos del municipio de Guacamayas en Boyacá, Colombia. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Volumen 4, Número 1; pp. 55- 67; Febrero 2011. Disponible en <http://www.etnomatematica.org/v4-n1-febrero2011/fuentes.pdf>

Ghiso, Alfredo. (2000). *Potenciando la diversidad (Diálogo de saberes, una práctica hermenéutica colectiva.)*. Medellín: Universidad de Antioquia

Godino, Juan Diego. (Director) (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada (España): Universidad de Granada. En, <http://www.ugr.es/local/jgodino/> (recuperado el 20 de mayo de 2013).

Gómez Ortiz, Nohora Betty. (2009). Actividades matemáticas socioculturales en la comunidad indígena Nasa de Chimborazo. En: [etnomatematica.org/trabgrado/Matematica_Nasa.pdf](http://www.etnomatematica.org/trabgrado/Matematica_Nasa.pdf) (Recuperado el 20 marzo de 2013)

Jaramillo, Diana (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. *Revista Educación y Pedagógica*, Vol.23, núm. 59 enero- abril. En revinut.udea.edu.co/index.php/revistaeyp/article/viewFile/8688/8002 (Recuperado 30 de enero de 2014)

Martel, Eugenio, Caraballo, Ana & Villalón, Ángel (s.f) *Bases económicas en la constitución del os sistemas de numeración y su operaciones*. Sevilla, España: Universidad Pablo de Olavide. Ee http://scholar.google.com.co/scholar?cluster=14145174821313146696&hl=en&as_sdt=0,5. (Recuperado el 10 de septiembre de 2013)

Masi, Ana (2008). El concepto de praxis en Paulo Freire. En Godotti, M., Gomez, M., Mafrá, J. y Fernández, A. (2008). *Paulo Freire. Contribuciones para la pedagogía*. Buenos Aires: CLACSO, Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales, Buenos Aires.

Poveda, Mery Aurora (2001). Matemática a la media de los niños “el sistema decimal de numeración”. Instituto de investigación y desarrollo pedagógico IDEP. Bogotá. Colombia. En www.colombiaaprende.edu.co/html/.../articles-132962_archivo3.pdf (Recuperado el 27 de enero de 2014)

Rey, Miller Freddy y Aroca Araújo, Armando (2011). Medición y estimación de los albañiles, un aporte a la Educación matemática. En: http://www.sci.unal.edu.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S012342262011000100017&lng=es&nrm=iso.(Recuperado el 20 de marzo de 2013)

Redacción el Tiempo. (3 de diciembre de 2013). Malos resultados en pruebas Pisa se deben a la calidad de profesores. El Tiempo. En <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-13248995> (Recuperado el 5 de marzo de 2014)

Referencias

Albertí, Miguel (2007) Interpretación situada de una práctica artesanal. Tesis Doctoral. Departamento de didáctica de las matemáticas y las ciencias experimentales. Universidad Autónoma de Barcelona. En <http://tdx.cat/bitstream/handle/10803/4712/map1de1.pdf?sequence=1>. (Recuperado el 5 de marzo de 2013)

Arancibia, Violeta. (1999). Psicología de la educación. México: Alfaomega

Batallán, Graciela y Campanini, Silvana (2007). El “respeto a la diversidad” en la escuela: atolladeros del relativismo cultural como principio moral. Revista de Antropología Social. 2007, 16 159-174

Botero, Patricia. (2011b). La construcción del conocimiento social. Maestría en Educación desde la Diversidad. CEDUM: Universidad de Manizales.

Cord. Org (2003). *Enseñanza contextual de las matemáticas*. USA: Documento electrónico disponible en <http://www.cord.org/uploadedfiles/Ensenanza%20Contextual%20de%20Matematica.pdf> (recuperado el 16 de diciembre de 2013)

Delgado, Francisco. (s.f). *La educación matemática en Colombia. Un engaño de 500 años*. Texto sin publicar. En <http://porunaeducaciondecalidad.org/matematica-articulada.html>. (Recuperado el 01 de agosto de 2013).

González González, Miguel Alberto. (2009). Umbrales de indolencia. Educación sombría y justicia indiferente. Capítulo I: Bicentenario del akairós en la educación Latinoamericana. Manizales: Universidad de Manizales.

González, Jenny y Zambrano, Jennifer (2011). Representaciones sociales y prácticas matemáticas de un grupo laboral de Corabastos. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. En <http://redalyc.uaemex.mx/>. Bogotá (Colombia). (Recuperado el 20 de marzo de 2013)

Granillo, Erinea. (2007). Estrategias didácticas para facilitar el aprendizaje de adición y sustracción en alumnos de segundo grado de primaria. México: Universidad Pedagógica Nacional. Trabajo para optar por el título de licenciada en educación. Disponible en <http://biblioteca.ajusco.upn.mx/pdf/24193.pdf> (Recuperado el 30 de mayo de 2013)

Isaza de Gil, Gloria. (2012). Aspectos generales de las políticas, reformas y cambios educativos. Módulo Educación para la Diversidad. Universidad de Manizales. Manizales: CEDUM.

Labarca, Alexis (sf). Los Métodos de Investigación Aplicados a las Ciencias de la Conducta. Pag. 4-5. México: U.M.C.E. Facultad de filosofía y educación departamento de formación pedagógica.

Loaiza Rendón, Carlos Andrés. (2011). La cultura de la diversidad: el telón de fondo de la inclusión en la educación de y para todos. Revista Plumilla Educativa Nro. 8. Manizales: Universidad de Manizales.

Martel, Eugenio & Villalón, Ángel (2004). Los sistemas de numeración Maya, Azteca e Inca. Sevilla, España: Universidad Pablo de Olavide, Volumen 25. P. 159-190. En www.scm.org.co/aplicaciones/revista/Articulos/756.pdf (Recuperado el 4 de Octubre de 2013)

Montoya, Diana. (2011). *Desarrollo Humano: Ciencias cognitivas y psicología contemporánea*. Maestría en Educación desde la Diversidad. Facultad de Ciencias Sociales y Humanas. Manizales, Colombia: Universidad de Manizales.

Morín, Edgar. (1999). Los siete saberes necesarios para la educación del futuro. Bogotá: Magisterio.

Morín, Edgar. (1995a). Introducción al pensamiento complejo, (2ª edición). Barcelona: Editorial Gedisa.

Morín, Edgar. (1995b). El método. Barcelona: Editorial Gedisa.

Patiño Giraldo, Luz Elena. (2011). Las Escuelas Pedagógicas. *Resumen fundamentado en WULF, Christoph. Introducción a la ciencia de la educación*. Medellín: Universidad de Antioquia, 1999. Modulo Alternativas pedagógicas. Universidad de Manizales.

Patiño Giraldo, Luz Elena. (2011). La atención a la diversidad en el contexto del aula de clase. Modulo Alternativas pedagógicas. Manizales: Universidad de Manizales.

Oteyza, Elena. (2003). Conocimientos fundamentales del Algebra Pearson educación. México, 2006. En www.conocimientosfundamentales.unam.mx/.../algebra/pdfs/interior.pdf (Recuperado el 14 de febrero de 2014)

Valles, Miguel. (2007). Técnicas cualitativas de investigación social: reflexión metodológica y práctica profesional. Madrid: Síntesis Sociología. P 195, 294, 341.

González González, Miguel Alberto. (2013). Módulo Filosofía de la Diversidad II. Popayán. Universidad de Manizales.