

RESUMEN

El interés primordial de esta investigación es comprender lo que sucede en la mente del niño o de la niña cuando resuelve un problema matemático; por lo tanto es de gran importancia conocer las representaciones mentales que los niños y las niñas poseen ante una situación planteada, identificar el tipo de representación y cual es la relación que se establece entre los diferentes problemas.

Es un estudio cualitativo ya que busca comprender cuales son las representaciones mentales que tienen los estudiantes en la resolución de problemas. La metodología utilizada es un estudio de caso puesto que se escoge una población de 10 estudiantes entre niños y niñas, de cuarto grado del colegio Lasalle de Pereira, para un análisis más detallado.

Dentro del marco teórico se realiza un recorrido por diferentes autores, teniendo como base el concepto de la representación, los medios representacionales, las formas de representación y los niveles de representación, así como la teoría sobre los problemas matemáticos.

Palabras clave: Representaciones mentales, problemas matemáticos, contenidos, conceptuales, procedimentales, actitudinales y estratégicos, representaciones icónicas, simbólicas, enactivas, estrategias metacognitivas.

INTRODUCCIÓN

Con la siguiente investigación se pretende conocer las Representaciones Mentales que tienen los estudiantes de 4° de Básica Primaria del Colegio La Salle de Pereira en la resolución de problemas matemáticos. Comprender, cómo crean problemas a partir de sus representaciones, cómo representan los problemas matemáticos y cómo se representan la resolución de problemas.

Se hizo entonces un recorrido teórico por diferentes autores que planteaban en su teoría el tema de las representaciones; tal es el caso de Bruner con las representaciones mentales (icónicas, enactivas y simbólicas), las representaciones semióticas de Duval acerca de los registros representacionales que se pueden evidenciar en los problemas matemáticos.

Es un estudio cualitativo ya que busca comprender cuales son las representaciones mentales que tienen los estudiantes en la resolución de problemas. La metodología utilizada es un estudio de caso puesto que se escoge una población de 10 estudiantes, para un análisis más detallado.

Los estudios de casos son experimentos desarrollados en ambientes naturales, donde se pretende explorar toda la riqueza y la diversidad que normalmente exige la escuela y los procesos que en ella se desarrollan.

Se desarrolla un instrumento de aplicación a 10 estudiantes para observar las representaciones que tienen ellos de los problemas, como los crean a partir de sus representaciones, y cuales son las representaciones en la resolución de problemas matemáticos.

Con la investigación se concluye que para determinar cuáles son las representaciones mentales para la resolución de problemas es importante la evidencia a partir de las representaciones semióticas.

Es recomendable entonces, que en el proceso de enseñanza - aprendizaje se tenga en cuenta la diversidad de las representaciones mentales, que influyan en los estudiantes para que se fortalezcan procesos de exteriorización de ellas.

La resolución de problemas se constituye un aspecto fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, por eso es importante identificar las diversas formas como los estudiantes se lo representan para elaborar estrategias.

1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

De acuerdo con las experiencias vividas a lo largo de nuestro quehacer profesional nos hemos encontrado con interrogantes de cómo los niños y las niñas, en su etapa escolar resuelven problemas matemáticos, cuáles son los procesos utilizados para la resolución de problemas y por qué la diversidad en las soluciones.

En el desarrollo del pensamiento lógico - matemático, Piaget propone unas etapas por las cuales debe pasar el niño para desarrollar su pensamiento matemático. En la etapa concreta, el niño construye conceptos como la reversibilidad, la conservación de objeto que luego contribuirá a la elaboración de un espacio representado. La reversibilidad, es un elemento ineludible del pensamiento matemático.

En el proceso de asimilación, acomodación y equilibrio, pasando de un estado menor a otro mayor, se emplean las representaciones existentes para elaborar otras nuevas que le permitan solucionar problemas.

Toda acción consiste en primer lugar, en la asimilación del objeto sobre el que ella se ejerce a un esquema de asimilación constituido por las acciones anteriores en su continuidad con el acto actual. La imagen mental, símbolo del objeto, es la resultante de una especie de imitación interior que, como imitación misma prolonga la acomodación.

Es de gran interés para nuestra investigación la etapa del pensamiento concreto, aquí es claro, que todas las representaciones deben hacerse evidentes, a través de un medio ya sea oral o escrito, o por medio de la acción.

Desde la visión constructivista de la representación mental afirma que hay un puente significativo en la actividad sensoromotora y la representación mental, es decir, está como precedente a ella.

Los conceptos de asimilación y acomodación son vitales en el proceso de construcción de representaciones, la representación comienza cuando simultáneamente hay diferenciación y coordinación entre significantes y significados

Lo que se busca a través de las matemáticas, entre desarrollar habilidades, está la resolución de problemas matemáticos, es aquí donde se observan diferencias entre las formas y los procesos de resolución de problemas.

Lo que se pretende comprender en el procedimiento utilizado por los estudiantes de cuarto grado para resolver problemas, es cómo se representan todo el proceso para alcanzar la solución. *Resolución de problemas matemáticos: Situación en la cual se desea hacer algo, pero se desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que se quiere. (Newell y Simon 1972) o como una situación en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia en particular. (Chi y Glase, 1983)*

A lo largo de nuestra experiencia en el área de enseñanza de las matemáticas nos hemos dado cuenta que el poder identificar las representaciones, nos brindarían un mayor acercamiento a las posibles limitaciones de la resolución de problemas, es a través de las representaciones como procesamos la información que recibimos.

Siendo las representaciones mentales de la resolución de problemas matemáticos, nuestro eje central de la investigación queremos darle respuesta a las siguientes preguntas:

- ¿Cómo se representan los niños y las niñas de cuarto grado la resolución de problemas matemáticos?

Derivado de esta pregunta que es la orientadora del proyecto de investigación surgen las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son las representaciones que los niños y niñas se hacen sobre los problemas matemáticos?
- ¿Cuál es la relación que se puede establecer entre los tipos de problemas y las representaciones que se hacen los niños y las niñas?
- ¿Cuáles son los medios de representación que utilizan los niños y las niñas para resolver sus problemas matemáticos?

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Comprender en los niños de cuarto grado las representaciones que se hacen sobre los problemas matemáticos que se les plantea en el aula de clase y aquellos que ellos mismos se formulan.

2.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Identificar las representaciones mentales que presentan los niños y niñas de cuarto grado en los problemas matemáticos.
- Conocer la relación que se establece entre los tipos de problemas y las representaciones que se hacen los niños y las niñas.
- Describir los medios representacionales que utilizan los niños y las niñas para resolver sus problemas matemáticos.

3. JUSTIFICACIÓN

Los individuos elaboramos representaciones mentales de todo lo que a lo largo de la vida conocemos, experimentamos e imaginamos.

La resolución de problemas matemáticos es la parte central de las matemáticas, siendo ésta un área importante en los procesos de aprendizaje de los estudiantes. También se puede observar como los estudiantes plantean diversidad de formas para resolverlos, teniendo en algunos casos buenos resultados y alcanzando las metas propuestas.

Es importante comprender la forma de representación mental que hacen los estudiantes al resolver problemas matemáticos, de qué manera se almacena esa información y de que forma la hacen evidente a los otros, como una representación externa; aspecto de fundamental importancia en el campo de la enseñanza pues se hace necesario que en el aula de clase se pongan en juego las representaciones que los estudiantes poseen y de esa misma manera poder llegar a modificarlas.

El poder identificar cuales son las representaciones mentales de los niños y las niñas según el problema y la edad, seria de gran impacto para implementar posibles estrategias de manejo con el objetivo de abordar el aprendizaje lógico - matemático en las etapas de desarrollo por lo cual pasan los niños y las niñas.

Por esto consideramos de gran utilidad la investigación para quienes orientan los procesos educativos de los niños y las niñas específicamente en la básica primaria, dándole una mayor importancia sobre las formas y maneras de representaciones que ellos-as tienen en la resolución de problemas fortaleciendo el pensamiento lógico, importante para el desempeño escolar, familiar y social.

Identificamos un avance en el campo de la investigación educativa, específicamente en la didáctica, al comprender los procesos de aprendizaje y como este conocimiento pueda influir en los procesos de enseñanza.

4. MARCO TEORICO

4.1 CONCEPTO DE REPRESENTACIÓN

Históricamente el concepto de representación ha pasado por tres momentos a saber:

- Como representación mental en el estudio de Piaget (1924-1926) sobre la representación del mundo en el niño, en relación a las creencias y explicaciones de los niños pequeños sobre los fenómenos naturales y físicos. Piaget plantea la noción de representación como evocación de los objetos ausentes. Lo propuesto por Piaget se articula en torno a la oposición entre el plano de la acción y el de la representación.

Para Piaget el desarrollo Cognitivo se comprende como la reestructuración de las formas de conocimiento disponibles por parte del sujeto, en su confrontación con la realidad; por lo tanto, supone la adquisición sucesiva de estructuras lógicas cada vez más complejas que se van desarrollando a medida que el sujeto crece.

El avance cognitivo se produce si la información nueva, genera desequilibrio en las estructuras cognitivas existentes y se da a través de tres grandes estadios: Sensorio motor, operacional concreto y operacional formal.

- A partir de 1955-1960, se presentó como representación interna o computacional con las teorías que privilegian la transformación que hace un sistema de las informaciones que recibe para que se produzca una respuesta adaptada. Aquí la noción de representación es esencial en tanto que forma bajo la cual puede describirse una información y tomarse en cuenta en un sistema de transformación. Se trata de una codificación de la información. Se llega a

entender la representación como fenómeno de naturaleza proposicional y puramente computacional.

- La tercera vez aparece como representación semiótica. La especificidad de las representaciones semióticas consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: lenguaje, escritura algebraica o los gráficos cartesianos, y en que pueden ser convertidas en representaciones en otro sistema semiótico, pero pudiendo tener significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza (Duval, 1999).

Las representaciones semióticas son a la vez conscientes y externas. Permiten una mirada del objeto a través de puntos, trazos, caracteres, sonidos, que tienen el valor de significantes. Hay allí una gran variedad de representaciones semióticas posibles: figuras, esquemas, gráficos, expresiones simbólicas, expresiones lingüísticas, etc

Duval (1999) alude también a varios tipos de representación y denomina representaciones mentales (internas) a las que permiten mirar el objeto en ausencia de significante perceptible. Incluyen ellas no sólo las llamadas imágenes mentales (relacionadas con la percepción), sino también los conceptos, las nociones, las ideas, las creencias y fantasías, es decir, todas las proyecciones más difusas y más globales que reflejan los conocimientos, y los valores que un individuo comparte con su medio, con un grupo particular o con sus propios deseos.

Las representaciones externas cumplen una función de comunicación. Pero también cumplen otras funciones cognitivas, la función de objetivación (como las conscientes) y la función de tratamiento. Las representaciones externas son esenciales para la función de transformación. Las actividades de transformación están ligadas a la utilización de un sistema semiótico.

4.2 REPRESENTACIÓN

Las representaciones son el resultado del procesamiento de la información, sensorial o conceptual que realizan módulos cognitivos especificados genéticamente. El hecho que los módulos además de ser dominio específicos estén determinados genéticamente lleva a Sperber a postular que “un módulo cognitivo es un mecanismo evolucionado con una historia filogenética particular” (2002:76). El recorrido evolutivo de procesos perceptivos a módulos conceptuales es plausible, siendo los módulos cognitivos evolucionados respuestas a problemas específicos, comúnmente ambientales.

4.3 FORMAS REPRESENTACIONALES

Desde la perspectiva de Manuel de Vega se tiene el concepto de las imágenes mentales.

El proceso de pensamiento se hace a través no solo de imágenes sino de palabras.

Se parte entonces del concepto de mnemonista para hacer alusión, cómo la memoria influía en los procesos de representación, se habla entonces de cómo los mnemonistas utilizan solo la memoria para evocar lo vivido y otros lo hacen a través de sus significados lo hacían de manera literal recogiendo relaciones conceptuales.

Posteriormente le dieron más importancia a las imágenes al determinar que no era solo un código para favorecer el recuerdo, sino que ejercía importancia en el pensamiento de los individuos creativos.

Poco a poco el concepto de imágenes fue adquiriendo importancia, e incluyendo a la creatividad como un aspecto fundamental para las diferentes investigaciones realizadas.

Las imágenes son un formato representacional decisivo para algunos procesos de resolución de problemas.

Manuel de Vega (1984) afirma que la percepción juega un papel importante en las imágenes mentales, teniendo en cuenta un evento sensorial, excitación de un proceso central y de conciencia y una respuesta motriz determinada por la actividad central.

Paivio sostiene la existencia de dos formatos representacionales: *Sistema verbal y la imaginación*.

Sistema verbal: Opera secuencialmente, puede procesar tanto información concreta como abstracta y tiene un carácter descriptivo y semántico pero no retiene una replica sin forma del estímulo

La imaginación actúa en paralelo, esta especializada en el procesamiento de información concreta y preserva de modo analógico las propiedades espaciales métricas del estímulo (tamaño, forma, localización, orientación movimiento)

Las imágenes mentales tienen un carácter relativamente dinámico de modo que pueden modificarse o transformarse rápidamente.

La generación de imágenes mentales esta asociado el material concreto, este influye en la creación de imágenes y en la medida que se van teniendo experiencias se van transformando esas imágenes.

Los procesos de las imágenes mentales tienen una estrecha relación con los procesos verbales, es decir, es importante lo verbal para la construcción de imágenes y las imágenes en los diferentes procesos mentales de representación. Cuando recibe un estímulo verbal, estos pueden ser codificados simultáneamente como imágenes y palabras. Aunque, sigue resaltando la importancias de las imágenes sobre las palabras.

La corriente cognitivista brinda un aporte muy importante al concepto de representación y de modelo mental. Según algunos autores se convierten en un proceso clave para el conocimiento, generando posibilidades de reestructuración de los modelos previos, enriqueciéndolos de modo tal que adquieran mayor diferenciación. Y esto se dirige especialmente a discriminar información de conocimiento, que en un sistema a distancia se presenta como una gran dificultad.

Interesa considerar que, parte del proceso de transformación de la información en conocimiento, está mediado por las representaciones. Aquellas representaciones que logró el sujeto en su interacción con el objeto de conocimiento deben ser tomadas en cuenta y, a partir de ellas, lograr que diferencie, discrimine, opere, brindándole la oportunidad de realizar rupturas y resignificaciones. Esta dinámica lo permitirá generar nuevas competencias.

Para Piaget, el conocimiento resulta de la interacción entre las estructuras internas del sujeto y las características pre-existentes en el objeto. Todo conocimiento implica creación. El énfasis en el desarrollo de los procesos mentales superiores y en la formación de estructuras del conocimiento convierte a Piaget en un antecesor indiscutible de la psicología cognoscitiva.

Vygotsky abordó el desarrollo de la conciencia en sus dimensiones onto y filogenético, concibiéndola como un cambio cualitativo de la mente determinadas por influencias de orden social.

Entre 1931- 1932 Luria investigó los procesos cognoscitivos desde un enfoque marxista-experimental.

Para Tolman su punto de vista era “no se aprenden respuestas sino representaciones “mapas cognoscitivos” acerca del ambiente.

Niveles de representación

Representaciones primarias: Para que un sistema establezca qué significan sus sistemas representacionales, es importante, ante todo que funcione en estrecho contacto causal con el mundo que se ha de representar, de lo contrario se puede hacer una representación errónea.

Representación errónea: Se produce cuando el sistema no funciona correctamente.

Representaciones secundarias: Son voluntariamente separadas o “desdobladas” de la realidad y constituyen el fundamento de nuestra capacidad para considerar el pasado, el futuro posible e incluso lo que no existe, y para razonar hipotéticamente, de las representaciones secundarias surge la metarepresentación.

Metarepresentación: representación de representaciones y sus diferentes usos. Perner cuando habla de representación se refiere al *medio representacional*, es decir a la imagen.

Una representación es algo que mantiene una relación de representación con otra cosa.

Se entiende por sistema representacional todo sistema cuya función sea indicar de que manera las cosas están en relación con otro objeto, condición o magnitud (Dretske 1988, 52).

Características de las representaciones según Perner (1994)

- *Asimetría*: Tu imagen te representa, pero tu no representas la imagen
- *Singularidad*: tu imagen solo te representa a ti, aún cuando sea indiscernible de una imagen de tu gemelo idéntico.
- *Representación errónea*: Para cualquier representación es posible representar de manera errónea (ojos rojos en las fotos)
- *No existencia*: El objeto o situación descrita en una imagen no tiene necesidad de existir.

Función representacional: Las representaciones no pueden ser simplemente cosas que tienen su causa en lo que representan.

Las representaciones van más ligadas al contexto.

Medios de representación

Bruner (1966), reconoce a un sistema de representación como un elemento importante en el desarrollo del pensamiento de los individuos. Afirma que una persona con un amplio bagaje de representaciones acerca de alguna parte del conocimiento, le permite un desenvolvimiento competente.

Bruner identifica tres tipos de representaciones: la enactiva que tiene que ver con actos habituales, la icónica que se refiere a la imagen que se puede tener acerca de algo y la simbólica como el lenguaje. Afirma que el dominio progresivo de estas

representaciones y la traducción de un sistema de representación a otro, son parte de lo que promueve el desarrollo del pensamiento.

Considera además que uno de los deberes de la educación es el de promover el enriquecimiento de los sistemas de representación.

Jerome Bruner, sugiere que existen tres formas donde el niño puede usar los símbolos para representar objetos o sucesos, estas representaciones pueden ser: *activada, icónica y simbólica* (Faw, 1981).

La representación activada, es la forma más simple de las tres, ya que el niño usa una respuesta motora para representar un suceso u objeto. La representación icónica, son cuadros y esquemas mentales de un objeto o suceso que no está presente. Aunque no está estimulado por la habilidad motora, está limitada a objetos o sucesos concretos. En la representación simbólica, el símbolo tiene relación directa con el objeto o suceso que simboliza, y no está limitada a los objetos o sucesos con los cuales ha tenido contacto sensorial o motor el niño, pudiendo ser posible representar conceptos abstractos (Faw, 1981).

Bruner realiza un detenido estudio de los procesos cognitivos del niño, de las formas que adquiere la representación y de la influencia que la cultura tiene en estos procesos.

El desarrollo de la representación está influido por la cultura como amplificadora de las capacidades humanas y la escuela como instrumento específico de transmisión de pautas.

Una de las ideas centrales de Bruner es la relación que se establece entre el pensamiento y el lenguaje; el lenguaje está considerado como mediador en las

competencias cognitivas del niño y tiene la misma estructura que el pensamiento; se le considera como un amplificador del mismo.

En el proceso de desarrollo de la representación el niño conoce por medio de las acciones habituales, por medio de imágenes relativamente independiente de la acción y porque traslada acciones e imágenes al lenguaje.

El desarrollo cognitivo sucede desde el exterior por el impacto de la cultura y desde el interior. Analizando los aportes externos Bruner dice que la cultura provee amplificadores de las distintas capacidades y las distintas culturas proveen amplificadores diferenciados que impactan de distintas maneras en los diferentes momentos de la vida del niño.

El desarrollo cognitivo, sea divergente o sea uniforme es inconcebible sin la participación de la cultura y de la comunidad lingüística.

Características de la representación

Bruner dice que la representación se pueden entender en dos sentidos: en término de los medios empleados para realizarla y en término de los objetivos que se persiguen.

Respecto del primer aspecto podemos decir que hay tres medios de representar algo, tres modos de conocer.

- A través de su ejecución
- A través de su imagen
- A través de un significado simbólico como el lenguaje.

En resumen, la representación se lleva a cabo por medio de acciones, imágenes y símbolos. Cada forma de representación está especializada en: ejecutar actos motores, organizar imágenes y manipular simbólicamente.

Cada uno de los medios de la representación logra sus fines en sus propios términos. Los tres sistemas son paralelos y todos distintos pero traducibles parcialmente unos en otros.

Aquí radica un impulso muy importante para el desarrollo cognitivo. Existe desequilibrio cuando dos sistemas de representación no se corresponden. Cuando dos sistemas de representación llegan al conflicto, el niño realiza finos ajustes hacia la solución de sus problemas.

Representación enactiva

Sugiere Bruner que el origen de la representación enactiva se encuentra en la referencia que sirve para relacionar los requerimientos de la acción con las propiedades del campo visual.

El fin de este primer período de desarrollo es la emergencia de un mundo en el que los objetos son independientes de las acciones dirigidas a ellos.

Después de la inteligencia sensoriomotora, el mayor vehículo de desarrollo es la coordinación de esquemas de acción a otros esquemas más generalizados, en los que cada "acción" es fundida por otra en algo que es más genuinamente una representación del mundo.

Bruner sugiere como hipótesis que tales representaciones comienzan con una huella de una respuesta anterior. Esta representación primitiva guía a una respuesta nueva y realiza algunas anticipaciones.

Una vez que el esquema es abstraído de un acto particular y llega a relacionarse con los actos consecutivos, en una relación de uno a varios, puede convertirse en la base para la imagen liberada de la acción. Entonces la representación del mundo puede también ser libre de la acción.

Representación icónica

Una segunda etapa de la representación surge cuando el niño es capaz de representarse el mundo por sus imágenes o esquemas espaciales que son relativamente independientes de la acción. Hacia el primer año de vida el niño está bien preparado para este logro.

Bruner, Olver y Greenfield (1966) afirman que los niños comienzan con representaciones en acto, que se emplean para representar acciones o un objeto. Este sería el único formato hasta el fin del primer año de vida. Un segundo estadio en la representación emerge cuando un niño comienza a ser capaz de representar el mundo por la vía imaginaria, que es relativamente independiente de la acción. Esta representación icónica es similar a “un dibujo en la cabeza”. Esta forma de representación, domina el pensamiento del niño hasta la edad de 7 años o más. La representación icónica se considera como el origen de la inflexibilidad del pensamiento del niño, las imágenes son concebidas como estáticas y relativamente integrales, el niño no puede relacionar las partes independientemente con el todo, a causa de estas propiedades. Mas aun el pensamiento abstracto no puede tener lugar si únicamente estas clases de representaciones están disponibles. El lenguaje es usado en el razonamiento abstracto solo después que el estadio simbólico es alcanzado. En este estadio, el niño adquiere un “sistema simbólico” caracterizado por: categorialidad, jerarquía, precisión, causación y modificación.

Según Bruner y sus colegas, el desarrollo de estas nuevas clases de representaciones es una consecuencia de la desequilibración y del intento de resolver conflictos entre sistemas de representación.

4.4 LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Contenido procedimental

Los contenidos son procesos del momento educativo los cuales se deben de tener en cuenta en su enseñanza - aprendizaje, y hace relación al procedimiento, concepto, normas, valores y actitudes.

Los procedimientos son considerados como un tipo de contenidos, igual que los conceptos, las actitudes, los principios, las normas y aunque se tienen en cuenta más para unas áreas que para otras, deben de ir cruzando todo las áreas.

Estas afirmaciones se han definido para los procedimientos.

“Utilización de diferentes estrategias para contar de manera exacta y aproximada”

“Utilización de la calculadora de cuatro operaciones y decisión sobre la conveniencia o no de usarla atendiendo a la complejidad de los cálculos y a la exigencia de exactitud de los resultados”

“Utilización de materiales auténticos procedentes de distintas fuentes próximas al niño con el fin de obtener las informaciones deseadas”

“Un procedimiento es un conjunto de acciones ordenas, orientadas a la consecución de una meta”

Con este concepto sobre los contenidos procedimentales hace claridad a una actuación de pasos específicos para alcanzar algo que se quiere, una meta.

El objetivo primordial de los contenidos procedimentales, es lograr en los estudiantes la capacidad de planear acciones organizadas, teniendo la posibilidad de saber hacer, y saber actuar de manera eficaz.

Destrezas, técnicas o estrategias también son términos primordiales al momento de abordar los procedimientos

Se llama procedimiento al conjunto de acciones o decisiones que componen la elaboración o la participación.

Cada individuo, tiene diferentes procedimientos para conseguir su meta, de acuerdo a las experiencias vividas y realizadas.

Por la diversidad de los individuos existe diversidad de procedimientos.

Lo motriz y lo cognitivo son dos procesos indispensables que realizan a la par al momento de realizar procedimientos.

Es decir, existen procedimientos internos y externos, esos procedimientos internos son tan importantes como los que se evidencian de manera externa, aquellos procedimientos que implican un curso de acciones y decisiones de naturaleza interna, con los cuales se tratan no los objetos físicos directamente, sino los símbolos, las representaciones, las ideas, las letras, las imágenes, los conceptos u otras abstracciones. “el saber hacer consiste en saber operar con objetos y con información”

4.5 REPRESENTACIÓN DE LOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS

En los procedimientos entra a jugar un papel importante los objetos que permiten que el individuo pueda elaborarse una serie de representaciones, imágenes a nivel mental que le permiten ir estructurando procedimientos que pone en ejecución al momento de alcanzar una meta.

Los *algoritmos*, parte importante en los procedimientos, especifican de forma muy precisa la secuencia de acciones y decisiones que debe respetarse para resolver un determinado problema. Si se realiza completamente y en el orden propuesto, seguro que se llegará a la solución.

Los *heurísticos*, que orientan de manera general en la secuencia a respetar, y no dicen exacta o completamente cómo se ha de actuar. Su uso o aplicación no siempre hacen previsible un resultado concreto o una manera idéntica de obrar por parte de aquellos que los utilizan.

Dentro de los heurísticos más conocidos destacan los que se han propuesto para conducir las actividades de solución de problemas así:

- ❖ Identificación del problema
- ❖ Definición y representación del problema
- ❖ Exploración de posibles estrategias
- ❖ Actuación fundada en una estrategia.
- ❖ Logros. Observación y evaluación de los efectos de nuestras actividades.

Estos pasos son realmente tenidos en cuenta en la resolución de problemas y en la toma de decisiones, no para asegurar la respuesta correcta pero si para estar apuntando a un camino correcto.

También se hace visible las representaciones, como aspecto importante para la elaboración de una estrategia valida que permita el alcance de una meta optima.

Todo procedimiento tiene su curso de desarrollo, respecto al cual pueden contemplarse diferentes momentos.

1. Ejecución de acciones para resolver tareas
2. Concepción, elaboración del curso de acciones para resolver tareas
3. ejecución insegura, lenta inexperta
4. Ejecución experta (fácil, precisa, contextualizada)
5. Regulación mínima, sin gasto atencional, bajo control automático.
6. Actuación regida por representaciones simbólicas
7. Actuación por ensayo y error, sin comprensión en orden
8. Regulación máxima de la actividad bajo control voluntario consciente.

En estos pasos se puede observar como existen diferencias entre ellos, como una persona puede se ágil, o no serlo, de acuerdo a las representaciones que tenga de ese problema logrando así llegar a la meta propuesta.

Estas estrategias deben ser inducidas en la escolaridad, el proceso de enseñanza debe plantearle al estudiante la posibilidad de conocer diferentes procedimientos por los cuales puede pasar, para acceder a lo que se pretende, ya que muchos de los procedimientos ya están elaborados sin necesidad de tener que plantearse unos nuevos.

Hay actuaciones que están reguladas por representaciones simbólicas (reglas, principios de actuación, instrucciones precisas entre otros) y otras que actúan en desorden, probando y ensayando.

Los procedimientos, en sus primeros momentos de construcción, tienen muchos de esas últimas notas, como unos alumnos se dejan llevar en sus actuaciones por tanteos, acertando unas veces, otras equivocándose, mientras que otros alumnos respecto a la misma tarea buscan el principio, la fórmula, la regla que les guiará ordenadamente en su actuación.

Es aquí donde se hace la diferencia entre los estudiantes que vemos en las aulas que poseen habilidades para la resolución de problemas y ejecutar procedimientos y los novatos que pasan por diferentes procesos llegando a la meta, en algunos casos, más demorada o ineficazmente.

Es labor entonces de los profesores y también padres el dar a conocer esas estrategias y pasos que se tiene en cuenta para lograr las metas propuestas para lograr metas. No debe confundirse un procedimiento con una determinada metodología.

El procedimiento es la destreza que queremos ayudar a que el alumno construya, es por tanto, un contenido escolar objeto de planificación e intervención educativa, y el aprendizaje de ese procedimiento puede trabajarse mediante distintos métodos.

La utilización de los conceptos suelen basarse en algún procedimiento aprendido. Y no solo eso, sino que el aprendizaje de nuevos contenidos conceptuales se basan fundamentalmente en el uso y aplicación de procedimientos.

Los verbos utilizados en los procedimientos son: *manejar, utilizar, construir, aplicar, recoger, observar, experimentar, elaborar, simular, demostrar, planificar, componer, evaluar, representar.*

Después de plantear las estrategias utilizadas para desarrollar procedimientos en los estudiantes, es también importante dar a conocer la manera como se aplican esas estrategias o formulas para lo que se desea conocer. Pasa en muchos casos que los estudiantes conocen la fórmula pero no saben en que momento utilizarlas. Saber - hacer.

Como funcionan los procedimientos a nivel mental es a través de ir acomodando nuevos procedimientos a los que ya se tiene establecidos, tratando de enriquecerlos y fortaleciendo procesos que para la solución de nuevos problemas.

Los nuevos procedimientos que se van aprendiendo se vinculan en la estructura cognoscitiva del alumno, no solo con otros procedimientos, sino también con el conjunto de componentes integrados y no aislados que constituyen dicha estructura.

Lo que se espera que estudiante aprenda en los contenidos procedimentales es.

- Corrección en la ejecución de las operaciones, que se respete el orden a seguir.
- La pertinencia del procedimiento.
- La habilidad para realizar el procedimiento, atención y capacidad de hacer varias cosas a la vez.
- El grado de organización de las acciones de que consta la secuencia.
- La cantidad de información relevante que se conoce referida a la tarea.

Los contenidos procedimentales no solo se aprenden en la escuela, la enseñanza de los procedimientos debe contener algunas particularidades propias respecto al aprendizaje de los otros tipos de contenidos.

4.6 SUPUESTOS DEL ESTUDIO

- **Una de las formas de reconocer las representaciones de los niños y de las niñas es a través del dibujo.** Según Bruner una de las etapas que presentan los niños en el proceso de la representación del mundo, es a través de la imagen o esquemas espaciales que son relativamente independientes de la acción.
- **La representación de contenidos procedimentales poseen una estructura específica.** Al conjunto de acciones o decisiones que componen la elaboración o la participación es lo que llamamos procedimiento. El procedimiento requiere cierto orden, de manera sistemática y se orienta hacia la consecución de una meta.
- **Hay diferencias en las representaciones semióticas** “pues un mínimo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes.”Pág.13 Semiosis y Pensamiento humano. Según Duval las representaciones semióticas nos permiten observar las representaciones mentales siendo variables de acuerdo con la situación plateada.
- **Las representaciones que se hacen del enunciado dan cuenta de la solución del problema.**
- **En los problemas matemáticos hay contenidos procedimentales, conceptuales, actitudinales y estratégicos:** Los diferentes contenidos procedimentales son necesarios para el desarrollo de los diferentes aprendizajes. “La adquisición de conceptos se basa en el aprendizaje significativo, que requiere una actitud y orientación más activa con respecto al propio aprendizaje” Los contenidos en la reforma. “Para saber algo de economía no solo basta conocer los datos sino comprenderlos, es decir establecer relaciones significativas entre ellos” Los contenidos en la reforma. “Los procedimientos son un conjunto de acciones

ordenadas, orientadas a la consecución de una meta” y los contenidos actitudinales, impregnan la totalidad del proceso educativo y ocupan un papel central en todo acto de aprendizaje” Los diferentes tipos de contenido no deben trabajarse por separado en las actividades de enseñanza y aprendizaje.

• **Para resolver problemas matemáticos siempre debe haber un plan de análisis y resolución.** Las sugerencias de Polya para responder a la pregunta de cómo resolver problemas matemáticos, son los siguientes:

1. Comprender el problema
2. Concebir el plan
3. Ejecución del plan
4. Examinar la solución

5. ENFOQUE Y METODO DE INVESTIGACIÓN

La investigación cualitativa estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar, los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran cantidad de materiales – entrevista, experiencia personal, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes, sonidos- que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas.

Según Stake (1995), citado por García Jiménez, el objetivo de la investigación cualitativa es la comprensión, centrando la indagación en los hechos; se pretende la comprensión de las complejas interrelaciones que se dan en la realidad y es de destacar el papel personal que adopta el investigador desde el comienzo de la investigación, interpretando los sucesos y acontecimientos desde sus inicios.

Stake (1995) argumenta que en ésta el investigador no descubre, sino que construye el conocimiento. Como síntesis de su perspectiva, Stake (1995) considera como aspectos diferenciales de un estudio cualitativo su carácter holístico, empírico, interpretativo y Empático.

La metodología cualitativa pone su énfasis en comprender el comportamiento humano, por tanto es de nuestro interés realizar una investigación de éste corte que nos permita la comprensión de los fenómenos para realizar una interpretación de las representaciones mentales de los niños-as para la resolución de problemas matemáticos.

6. CARACTERÍSTICAS DE LA INVESTIGACIÓN CUALITATIVA

- La construcción de objetos de conocimiento dentro de las diversas tendencias de investigación cualitativa obedece a un proceso de esclarecimiento progresivo en el curso de cada investigación particular. Este se alimenta continuamente, de la confrontación permanente con los actores, así como del análisis de la documentación teórica, pertinente y disponible.
- Los procesos de investigación cualitativa son de naturaleza multiciclo o de desarrollo en espiral y obedecen a una modalidad de diseño semi-estructurado y flexible. Esto significa por ejemplo, que las hipótesis no son fijas a lo largo del proceso de investigación, sino que trabajan dentro de un enfoque heurístico o generativo.
- Los hallazgos de la investigación cualitativa se validan por las vías del consenso y la interpretación de evidencias.
- Es inductiva, o mejor cuasi-inductiva; su ruta metodológica se relaciona más con el descubrimiento y el hallazgo, que con la comprobación y la verificación.
- Es interactiva y reflexiva. Los investigadores son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de su estudio.
- No impone visiones previas. El investigador cualitativo supone o aparta temporalmente sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones.
- Es humanista. El investigador cualitativo busca acceder por distintos medios, a lo personal y a la experiencia particular del modo en que la misma se percibe, se siente, se piensa y se actúa por parte de quien la genera o la vive.

- Es rigurosa de un modo distinto al de la investigación cuantitativa. Los investigadores cualitativos buscan resolver los problemas de validez y de confiabilidad por la vías de la exhaustividad (análisis detallado y profundo) y del consenso intersubjetiva
- Es holística. El investigador ve al escenario y a las personas en una perspectiva de totalidad; las personas, los escenarios o los grupos no son reducidos a variables, sino considerados como un todo integral, que obedecen a una lógica propia de organización, de funcionamiento y de significación.
- Es naturalista y se centra en la lógica interna de la realidad. Los investigadores cualitativos tratan de comprender a las personas, dentro del marco de referencia de ellas mismas.
- Es abierta. No excluye de la recolección y el análisis de datos puntos de vista distintos.

7. DISEÑO METODOLOGICO

7.1 ESTUDIOS DE CASOS

Los estudios de casos son experimentos desarrollados en ambientes naturales, donde se pretende explorar toda la riqueza y la diversidad que normalmente exige la escuela y los procesos que en ella se desarrollan.

El estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes.

Todas las definiciones vienen a coincidir en que estudios de casos implica un proceso de indagación que se caracteriza por el examen detallado, comprensivo, sistemático y en profundidad del caso objeto de interés (García Jiménez, 1991:67) Los estudios de casos se clasifican según el interés en Estudio de caso Intrínseco y estudio de caso instrumental; nuestro interés es que el estudio de caso sea instrumental puesto que queremos conocer de manera más general como son las representaciones mentales de los niños de cuarto grado sobre la resolución de problemas matemáticos, por lo tanto, el estudio de casos es un instrumento para la comprensión de las representaciones mentales de los niños y las niñas.

El estudio realizado obedece a un estudio de caso de acuerdo con la naturaleza del objeto de estudio ya que, por una parte, las representaciones se constituyen en una unidad en sí misma, y por otra, las dimensiones interpretativas y subjetivas del fenómeno educativo se pretenden evidenciar en un espacio de clase, por lo tanto, exigen una información comprensiva, sistemática y en profundidad del caso a evaluar, enmarcada en un ambiente natural, como es el aula de clase de un

colegio específico, donde el docente también juego un papel fundamental en el proceso investigativo.

Otro aspecto importante en esta metodología es la observación dirigida que se les realiza a los estudiantes y el dialogo personal que se tendrá con un grupo reducido de ellos, entre niños y niñas.

Además de ser un estudio de caso instrumental, es colectivo porque participan varios niños y niñas en la recolección, y análisis de la información.

7.2 UNIDAD DE ANÁLISIS

La unidad de análisis son las representaciones mentales para la resolución de problemas matemáticos.

7.3 UNIDAD DE TRABAJO

La unidad de trabajo son las representaciones mentales que presentan los niños y niñas de cuarto grado del Colegio La Salle de Pereira para la resolución de problemas matemáticos.

7.4 PROCEDIMIENTO

De acuerdo con la naturaleza del estudio y con el interés fundamental de indagar acerca de las representaciones que se hacen los niños en torno a los problemas matemáticos, se presentan a continuación las fases sobre las cuales se llevo a cabo el proceso investigativo:

1. Selección de la población y la muestra, se indago con los estudiantes de cuarto grado acerca del tipo de problemas matemáticos que se presentan a los estudiantes.

2. Observación participante del grupo de estudiantes, en su ambiente natural de aprendizaje que es el aula, lo que nos permitió reconocer los diferentes tipos de problemas que se les presentan a los estudiantes y las soluciones planteados por ellos, a partir de esta participación en clase nos pudimos dar cuenta de la necesidad de plantear diversas situaciones matemáticas que no fueran las convencionales en el aula de clase, debido a que pudimos identificar que era muy difícil determinar las representaciones que se hacen los estudiantes, pues en los problemas convencionales que se les presentan los estudiantes no reelaboran el texto del problema sino que inmediatamente proceden a dar una respuesta.

3. Después de elaborar y plantear los problemas que se iban a presentar a los estudiantes, se propone una actividad en el aula de clase en donde se presentan a los estudiantes los problemas formulados por las investigadoras que trascienden los modelos convencionales de los libros de texto.

4. Posterior a la actividad grupal se plantean unas actividades con pequeños grupos con el fin de contrastar la información suministrada en el aula de clase. Se recoge la información correspondiente y se procede a realizar un análisis categorial del cual emergen las categorías que se presentan en el análisis de la información.

7.5 INSTRUMENTOS

Los instrumentos que se utilizan serán; observación dirigida que pretende determinar cuales son las actitudes de los estudiantes en su contexto escolar al enfrentarse a la resolución de problemas.

Actividad:

- Se le presentará a los estudiantes (10) dos dibujos de diferentes contextos (una tienda y una familia en una sala) los estudiantes deberán inventar un problema matemático con la situación presentada.

- Después a cada uno de los estudiantes se les entregará un problema matemático (hay de orden conceptual, procedimental y actitudinal) la pregunta que se le planteará a cada problema es: **¿Cómo me imagino el problema? Lo explico dibujando, escribiendo o dramatizándolo.**

- **Entrevistas:** Se realizará a 10 estudiantes entrevista teniendo en cuenta los pasos que plantea Polya:
 1. Entender el problema.
 2. Configurar un plan
 3. Ejecutar el plan
 4. Mirar hacia atrás

7.6 ANALISIS DE LA INFORMACION

Los datos se organizaron por categorías según lo que se desea investigar y los momentos del instrumento utilizado.

- TIPO DE REPRESENTACION DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS. ¿Cómo se representan los niños y las niñas los problemas que se les proponen?
- INVENSIÓN DE PROBLEMAS ¿Cómo crean problemas a partir de dibujos?
- OBSERVACION DIRIGIDA ¿Cómo se representan la resolución de problemas?

Los datos provienen del análisis categorial de los escritos realizados por los niños y las niñas, datos de la entrevista y observación de un video con los comportamientos, actitudes y afirmaciones del ejercicio realizado.

De esta manera se organizaron los datos por categoría de acuerdo a los tres momentos del instrumento teniendo en cuenta el problema, el tipo de representación, el sujeto y los registros representacionales.

Después de codificar y reducir los datos encontrados surgen cuatro categorías que permitieron conceptualizar la investigación propuesta.

8. ANÁLISIS DE INFORMACIÓN

8.1 LAS REPRESENTACIONES SE EXPLICITAN DE DIVERSAS FORMAS

8.1.1 Registros Representacionales. Los niños presentan diversas formas de expresar sus representaciones, pero se explicitan con frecuencia de forma verbal, ya sea oral o escrita.

El ser humano, se construye ampliamente a través del lenguaje oral, desde que nace y a lo largo de su vida, ya que a través de él, le permite ir conociendo el mundo.

La etapa escolar juega un papel importante ya que el lenguaje oral es el medio por el cual el niño se relaciona constantemente con sus aprendizajes, con sus docentes, sus pares, entre otros.

En la teoría de las Inteligencias Múltiples Gardner, establece la inteligencia lingüística como parte de las habilidades que tiene el ser humano para solucionar problemas y para relacionarse con el mundo. *En la mayoría de las sociedades, durante casi todo el tiempo, a menudo el lenguaje es en diversos grados un instrumento más que el foco central de la atención.*¹

Según Gardner en la Mente no escolarizada “el aprendizaje del primer lenguaje sigue siendo la conducta más impresionante para nuestra especie y a la que, tanto los adultos que aprenden el lenguaje, como los maestros en todos los ámbitos miran con mayor envidia... parece claro que nosotros como especie estamos predispuestos a aprender el lenguaje de una manera ordenada con notable

facilidad... El lenguaje no solo es el prototipo para la gama de las capacidades humanas que usan símbolos más en general, sino que se trata claramente del sistema simbólico que domina la escolarización primaria particularmente durante el periodo que se dan gran valor a las capacidades de la alfabetización y a la adquisición de conceptos formales.²

Cuando a los niños se le piden que representen un problema y se dan múltiples opciones, son diversas las maneras como se evidencian sus representaciones, tal es el caso del siguiente problema:

“En un edificio viven 9 personas, debo identificar en que apartamento vive cada persona.

- *María es vecina de Horacio.*
- *Laura, Horacio y Diana viven en pisos diferentes.*
- *Pablo, Carolina y Diana viven en el mismo piso.*
- *Alfredo vive justo arriba de Beatriz, y Beatriz justo arriba de Diana.*
- *Mirando de frente el edificio, Pablo vive en un apartamento ubicado a la izquierda de Diana, pero no junto a este.*
- *El apartamento de Romina esta ubicado entre otros dos, y justo sobre el de Horacio.*
- *Solo hay un hombre por piso.”*

Explico este problema escribiendo, dibujando o dramatizándolo

“Pablo, Diana y Carolina son vecinos. María es la vecina de Horacio. Alfredo vive encima de Beatriz y Beatriz encima de Diana. Romina vive encima de Horacio. Laura y Romina son vecinas.” Informante 1

¹ GARDNER, Howard. Estructuras Mentales de la Mente. La teoría de las Inteligencias Múltiples. p. 134.

² GARDNER, Howard. La Mente no escolarizada. p. 57, 58.

Al realizar un análisis del texto escrito del niño fue evidente que las representaciones verbales traen implícitas otro tipo de representaciones. Utiliza la categoría vecinos como la que incluye a todos los habitantes del edificio, esta representación verbal escrita da cuenta de la clasificación y de la ordenación de los datos por parte de los niños.

“María vive en un apartamento y por ahí a 5 metros vive Horacio. Laura vive en el cuarto piso. Horacio en el segundo piso. Diana vive en el cuarto piso. Pablo, Carolina y Diana viven en el cuarto piso. Alfredo vive en el sexto piso. Beatriz vive en el quinto piso. Pablo vive a 7 metros a la izquierda de Diana. Romina vive en el tercer piso con dos apartamentos más. En el primer piso está Horacio. En el cuarto piso Pablo .En el sexto piso Alfredo”. Informante 2.

En el segundo caso el informante 2 amplía el problema imaginándose más pisos, más personas y distancias en metros sobre ellos, hace una ubicación espacial.

Cuando a los niños se les permite libremente representarse un problema siempre recurren a las representaciones verbales escritas, por esta razón surge la necesidad de presentarles a los niños nuevas representaciones.

La representación simbólica requiere la elección de un código (lenguaje natural o matemático por ejemplo). La representación se realiza en emisiones y combinando los distintos elementos en descripciones lingüísticas, hay una selección para que describa un elemento concreto o una clase de elementos. Frente a la representación simbólica, el lenguaje es una de ella.

8.1.2 Medios Representacionales. Según Bruner una forma de representarse el mundo es a través de lo icónico, lo enactivo y lo simbólico.

Para Bruner existen otros medios representacionales que se pueden entender en dos sentidos: en término de los medios empleados para realizarla y en término de los objetivos que se persiguen.

Respecto al primero, podemos decir que hay tres medios de representar algo, tres modos de conocer.

- A través de su ejecución
- A través de su imagen
- A través de un significado simbólico como el lenguaje

Conocer en “acto” significa conocer a través de la pauta de acción que hemos dominado. El hábito se organiza como secuencia de esquemas con una cierta cantidad de retroalimentación sensomotora, esta representación es ejecutada por medio de la acción

La representación en imagen es solo eso, la figura de que se trate. Una imagen es un análogo selectivo de lo que representa. No es arbitraria.

En el proceso del desarrollo de la representación, el niño conoce por medio de acciones habituales, por medio de imágenes relativamente independientes de la acción, y porque traslada acciones e imágenes al lenguaje.

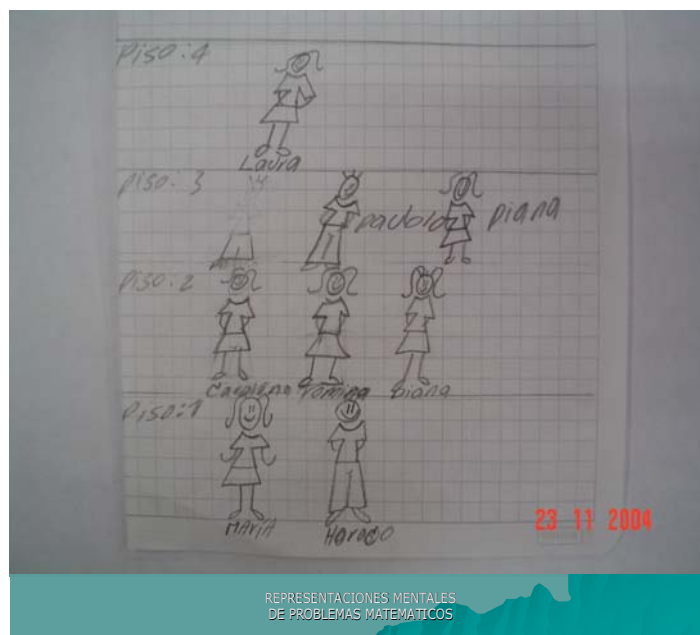
A continuación se consigna una de las representaciones gráficas que los niños evidenciaron en su manera de representar los problemas planteados, es importante observar que ante un mismo enunciado se presentan diferentes formas de representar el evento, este es el caso:

“En un edificio viven 9 personas, debo identificar en que apartamento vive cada persona.

María es vecina de Horacio.

- Laura, Horacio y Diana viven en pisos diferentes.
- Pablo, Carolina y Diana viven en el mismo piso.
- Alfredo vive justo arriba de Beatriz, y Beatriz justo arriba de Diana.
- Mirando de frente el edificio, Pablo vive en un apartamento ubicado a la izquierda de Diana, pero no junto a este.
- El apartamento de Romina esta ubicado entre otros dos, y justo sobre el de Horacio.
- Solo hay un hombre por piso.”

Explico este problema escribiendo, dibujando o dramatizándolo



Informante 3

8.1.3 Niveles de Representación. Al presentar a los niños un problema como este, las representaciones que manifiestan son de tipo verbal oral o escrito.

“En medio de una maratón se ha infiltrado un espía internacional. Lo identificaron por el número que lleva en el frente de la camiseta. ¿Cuál es?”

- *Es un número de dos cifras.*
- *La primera cifra es menor que la segunda.*
- *Al sumar los dos números nos da una cifra menor que 10.*
- *Al multiplicar el número por 6 da 162.*

¿Qué haré con el espía después de identificarlo?”

Explico este problema escribiendo, dibujando o dramatizando

La siguiente es la representación del niño, muy ceñida a la literalidad del texto:

“Que un espía internacional entro a una maratón y tengo que adivinar el número por el que supieron que era un espía, y que me preguntan que hacer con el espía después de identificarlo.” Informante 4

Esta es una evidencia de cómo el niño recoge el texto presentado en el problema y hace una representación primaria y proposicional.

Perner citando a Alan Leslie (1980), describe como niveles de representación, la representación primaria que se da a partir del primer año de vida, la representación secundaria que se da a partir del segundo año de vida y la metarrepresentación que se da a los cuatro años.

La representación primaria permite que el sujeto aprenda a representar el mundo, se construye en estrecha representación con el mundo representado y está determinada por la realidad percibida. La representación primaria tiene como utilidad guiar y orientar las acciones del sujeto en el mundo.

Desde la perspectiva de Perner en su texto comprender la mente representacional una representación representa algo, en tanto es una cierta manera de ser, esto implica asumir el concepto de representación con base en la interacción del referente y el contenido, el referente entendido como el mundo representado, en un medio o imagen, mientras el contenido hace referencia al sentido y la significación de lo representado, este autor igualmente plantea como un tercer componente del concepto de representación la relación de representación, la cual permite establecer diferentes formas de interacción entre el referente y el contenido.

Medio _____ Relación de representación _____ Contenido
(imagen) (tú, tal como apareces)

La representación primaria permite que el sujeto aprenda a representar el mundo, se construye en estrecha representación con el mundo representado y está determinada por la realidad percibida. La representación primaria tiene como utilidad guiar y orientar las acciones del sujeto en el mundo.

En el siguiente relato continúa mostrándose una representación simbólica, pero con otros elementos que nos permiten observar una representación que contiene detalles inferenciales, dejando ver ya no un texto tan literal sino con elementos imaginativos del niño.

“Lo identificaron porque tiene el mismo número que otro competidor y dos competidores no pueden tener un mismo número. Lo descubrieron por que el otro competidor es un profesional entonces el espía es el otro y su número era color negro y todos los números de la maratón son azules lo que indica que el competidor profesional tiene el número de color azul”. Informante 5.

Una de las ideas centrales de Vigotsky es la relación que se establece entre el pensamiento y el lenguaje; el lenguaje esta considerado como mediador en las competencias cognitivas del niño y tiene la misma estructura que el pensamiento, la representación se realiza en emisiones y combinando los distintos elementos en las descripciones lingüísticas.

En otro tipo de problema, con elementos diferentes y situaciones distintas se evidencian también las representaciones primarias que los informantes dejan ver:

“Un empleado de la fabrica de “Papeles S: A:” gana mensualmente \$384.000 con los cuales sostiene a su familia que está conformada por su esposa y tres hijos.

Con este sueldo dispone para pagar el arriendo que es de \$170.000, servicios (agua, luz y teléfono) \$60.000 por el mercado del mes \$140.000, la educación de sus hijos \$30.000 y los pasajes para ir a su trabajo \$20.000.

Algunos fines de semana el señor Jesús trabaja haciendo turnos en parqueaderos para sostener a su familia.

¿Qué opina de la situación económica de esta familia?

¿Les alcanza el dinero para los diferentes gastos?

¿Qué otros gastos no se tuvieron en cuenta en el problema?

¿Qué alternativas planteo para ayudar a esta familia?”

“Yo entendí del problema que Jesús le pagan \$384.000 y que con eso sostiene a su familia que tiene tres hijos y su esposa. Paga la luz, el agua y el teléfono, el mercado y la educación de sus hijos, el arriendo y los pasajes para ir a su trabajo.” Informante 6

Es muy evidente que la representación externa que el informante deja ver, es ceñida a la literalidad del texto, donde no le permite mostrar otros elementos para el análisis de la representación mental.

Este tipo de representación según Perner es llamada representación primaria.

“Que un empleado sostiene a su familia con lo que le pagan mensualmente para pagar el arriendo, los servicios de agua luz y teléfono pagando el mercado del mes y los pasajes para ir a su trabajo y también los sostiene trabajando en turnos de los parqueaderos”. Informante 7.

La representación secundaria es de carácter hipotético, conjetural, voluntariamente dissociado de lo real, relación permanente entre pasado, presente y futuro. Se construye con base en la representación primaria y son el fundamento de las metarrepresentaciones.

La metarrepresentación hace referencia a lo que el sujeto se representa del mundo representado, es la representación de las representaciones. “El sentido principal del prefijo meta es cambio (de lugar, orden o naturaleza y corresponde al Latín trans, en este sentido metarrepresentacional puede aplicarse a algo que provoque un cambio en la naturaleza de la representación”³ o como plantea Zenon Pylyshyn (1978) citado por Perner es la capacidad para representar la relación representacional en si misma, siendo esta una definición análoga al uso del metalenguaje por su característica recursiva.

La representación secundaria es de carácter hipotético, conjetural, voluntariamente dissociado de lo real, relación permanente entre pasado, presente y futuro. Se construye con base en la representación primaria y son el fundamento de las metarrepresentaciones.

La metarrepresentación hace referencia a lo que el sujeto se representa del mundo representado, es la representación de las representaciones. “El sentido

³ Ibid., p. 48.

principal del prefijo meta es cambio (de lugar, orden o naturaleza y corresponde al Latín trans, en este sentido metarrepresentacional puede aplicarse a algo que provoque un cambio en la naturaleza de la representación”⁴ o como plantea Zenon Pylyshyn (1978) citado por Perner es la capacidad para representar la relación representacional en si misma, siendo esta una definición análoga al uso del metalenguaje por su característica recursiva.

8.2 “REPRESENTACIONES SEMIOTICAS” NO DAN CUENTA EN SU TOTALIDAD DE LAS REPRESENTACIONES INTERNAS

“La construcción del conocimiento matemático es un fenómeno social y cultural cuya importancia para la sociedad tecnológica actual es determinante...la educación matemática desempeña un papel relevante en la transmisión de los significados y valores compartidos en nuestra sociedad.”

Según el planteamiento de Juan D Godino, admite que la matemática es entendida no solo como los números y las operaciones sino como parte de la vida. Además dentro de la educación matemática, los problemas matemáticos juegan un papel primordial para desarrollar procesos de pensamiento, que les permite a los individuos solucionar problemas no solo matemáticos sino de la vida diaria.

“Hacer matemáticas implica más que la simple manipulación de símbolos matemáticas : implica interpretar situaciones matemáticas: implica matematizar (o sea cuantificar visualizar o coordinar) sistemas estructuralmente interesantes; implica utilizar un lenguaje especializado, símbolos, esquemas, gráficos modelos concretos u otros sistemas de representación para desarrollar descripciones matemáticas, o explicaciones, o construcciones que permitan plantear

⁴ Ibid., p. 48.

predicciones útiles acerca de tales sistemas. BELL, A Shell Centre for Mathematical Education. Universidad de Nottingham. UK.

Dentro de las investigaciones realizadas siempre habido particular interés por la enseñanza de las matemáticas en lo relacionado con el pensamiento lógico, con esta investigación se pretende determinar cual es el proceso mental que tiene los niños y las niñas de tercer grado para aprender las matemáticas específicamente en los problemas matemáticos.

“La matemática no solo constituye un área específica del conocimiento sino que esta vinculada con la estructura de pensamiento de los individuos”. Lisette Poggioli

Para determinar que sucede en la mente del estudiante es necesario identificar un medio de hacer evidente ese pensamiento, es aquí donde las Representaciones entran a jugar un papel importante ya que es a través de ellas donde se puede hacer evidente lo que el individuo esta desarrollando a nivel cognitivo.

En las matemáticas la resolución de problemas es clave y como dice Polya es “El corazón de las matemáticas” refiriéndose a la habilidad que deben tener los individuos para llevar a un buen termino un problema.

Es necesario conocer los pasos y lo que sucede a nivel mental en los estudiantes al desarrollar problemas matemático, para de esta manera establecer estrategias que permitan elaborar habilidades para realizarlos.

La resolución de problemas es un procedimiento intelectual complejo, no se deben pasar por alto las distintas acciones que realiza nuestra mente para resolverlo.

“Un problema se define como una situación en la cual un individuo desea hacer algo, pero desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que quiere

(Newell y Simon, 1972), o como “una situación en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia en particular (Chi y Glaser, 1983).

Según Dijkstra (1991), la resolución de problemas es un proceso cognoscitivo complejo que involucra conocimiento almacenado en la memoria a corto y a largo plazo, es un conjunto de actividades mentales y conductuales, a la vez que implica también factores de naturaleza cognoscitiva, afectiva y motivacional.

La expresión "Resolución de Problemas" fue introducida por matemáticos pero actualmente no se limita tan solo al ámbito de la matemática sino que constituye algo mucho más abarcativo.

Los problemas son situaciones nuevas que requieren que la gente responda con comportamientos nuevos. Casi permanentemente enfrentamos "problemas" en nuestra vida cotidiana.

Resolver un problema implica realizar tareas que demandan procesos de razonamientos más o menos complejos y no simplemente una actividad asociativa y rutinaria.

La resolución de problemas es un proceso que se realiza a diario cuando el ser humano se enfrenta a situaciones en donde hay preguntas que no puede contestar de inmediato.

Las representaciones matemáticas no se pueden entender de manera aislada. Una ecuación o una fórmula específica, una disposición concreta de bloques multibase, una grafica particular en un sistema cartesiano adquieren sentido solo como parte de un sistema más amplio con significados y convenciones que se han

establecido. “Los sistemas representacionales importantes para las matemáticas y su aprendizaje tienen estructura, de forma que las diferentes representaciones dentro de un sistema están relacionados de manera rica unas a otras”. (Goldin y Stheingolg, 2001,p. 2)

Pasos para la resolución de problemas matemáticos:

Haciendo un recorrido teórico por diferentes autores se encontró con George Polya, quien en sus estudios se interesó por la resolución de los problemas, proponiendo unos pasos necesarios para resolverlo, los cuales se tuvieron en cuenta en la recolección de información con el fin de que los niños evidenciara la representación en cada momento del problema.

- Entender el problema.
- Configurar un plan
- Ejecutar el plan
- Mirar hacia atrás

A continuación se muestra el problema que les fue planteado a los niños en la observación dirigida y el análisis de las respuestas que ellos daban a las preguntas que se les realizaba tratando de ser coherentes con los pasos de resolución de problemas que el autor plantea:

*Don Pedro se demora en su automóvil 7 horas para ir de Pereira a Bogotá.
Por cada hora se gasta 82 kilómetros. Si al mes fue 3 veces ¿cuánto
tiempo y kilometraje se gasto?*

Entender el problema

- Los estudiantes leían una vez el problema y ya lo entendían, solo en uno de los casos cuando se le hizo la pregunta tuvo que volver a leer.

- Cuando se le pedía replantearlo, los estudiantes volvían a decir el problema tal cual.
- Para todos los datos más importantes eran los números.
- Cuando se les preguntaban a que querían llegar todos se remitían a la pregunta.
- Con la información que planteaba el problema podían resolver el problema.
- No había información extraña.
- Nadie había resuelto un problema igual.

Para el paso que plantea Polya de “Entender el problema” con el fin de dar un buen inicio en la elaboración correcta en la resolución del problema mostró como los estudiantes tenían muy claro todo lo referente al problemas.

Nada obstaculizaba el tener claridad sobre el.

Se observa que la pregunta es clave, para identificar a lo que se quiere llegar. Los datos numéricos representan para ellos la ruta por la cual se guiaran para llegar a una respuesta adecuada a ese problema.

Configuración del plan

- Ninguno de ellos configuró un plan, no se hizo evidente.
- No hizo ensayo y error
- No buscó un patrón
- No hizo una lista.
- No hizo una figura.
- No hizo preguntas mientras resolvía el problema.
- Todos utilizaron números
- No relacionó el problema con otro igual
- Utilizó operaciones.

- Identificaron la meta con el problema.

Al momento de “Configurar un plan” Polya plantea puntos importantes para este paso en la resolución de problemas.

La configuración de planes implica elaborar unos pasos que permitan identificar que ruta se seguirá para llevar al fin. Ninguno de los entrevistados lo hicieron evidente a través preguntas, lista, algún patrón de lo icónico, simbólico o enactivo. Lo que se hizo evidente a lo largo de la remoción del problema fue identificar a través de la pregunta la meta con unas operaciones.

Ejecutar el plan

- Solo 4 de 10 le dieron solución al problema
- No hicieron preguntas.
- Los estudiantes tuvieron algunas latencias en el momento que resolvían el problema.
- Todos los estudiantes dejaron la resolución inicial del problema.

Mirar hacia atrás

- Solo uno de los 10 estudiantes volvió a mirar la respuesta y la cambió.
- Todos quedaron satisfechos con las respuestas.
- Seis de los estudiantes creen que hay una solución más sencilla para llegar a la solución pero solo uno pudo explicar como se podía hacer.
- Todos tenían la capacidad de inventar un problema parecido.

“No puede haber comprensión matemática si no se distingue un objeto de representación” esto que plantea Duval lleva a pensar que en las matemáticas se deben determinar diferentes medios de representación que permitan acceder a la

comprensión de lo que el estudiante esta pensando cuando resuelven problemas matemáticos.

De esta manera es importante hacer claridad en términos como son: Representaciones mentales, representaciones externas, internas y semióticas

Representaciones mentales

Perner en su libro "Comprender la mente representacional", plantea tres niveles de representación por los cuales pasa el individuo para la adquisición de conocimientos.

Perner citando a Alan Leslie (1980) describe como niveles de representación, la representación primaria que se da a partir del primer año, la representación secundaria que se da a partir del segundo año de vida y la metarrepresentación que se da a los cuatro años.

La representación primaria permite que el sujeto aprenda a representar el mundo, se construye en estrecha representación con el mundo representado y está determinada por la realidad percibida. La representación primaria tiene como utilidad guiar y orientar las acciones del sujeto en el mundo.

La representación secundaria es de carácter hipotético, conjetural, voluntariamente dissociada de lo real, relación permanente entre pasado, presente y futuro. Se construye con base en la representación primaria y son el fundamento de las metarrepresentaciones.

La metarrepresentación hace referencia a lo que el sujeto se representa del mundo representado, es la representación de las representaciones. "El sentido principal del prefijo meta es cambio (de lugar, orden o naturaleza y corresponde al

Latín trans, en este sentido metarrepresentacional puede aplicarse a algo que provoque un cambio en la naturaleza de la representación”¹ o como plantea Zenon Pylyshyn (1978) citado por Perner es la capacidad para representar la relación representacional en si misma, siendo esta una definición análoga al uso del metalenguaje por su característica recursiva.

Desde la perspectiva de Perner en su texto “Comprender la mente representacional una representación demuestra algo, en tanto es una cierta manera de ser, esto implica asumir el concepto de representación con base en la interacción del referente y el contenido, el referente entendido como el mundo representado, en un medio o imagen, mientras el contenido hace referencia al sentido y la significación de lo representado, este autor igualmente plantea como un tercer componente del concepto de representación la relación de representación, la cual permite establecer diferentes formas de interacción entre el referente y el contenido.

Medio _____	Relación de representación _____	Contenido _____
(Imagen)		(Tú, tal como apareces)

Representaciones externas

Los sistemas de representaciones externas comprenden los sistemas simbólicos convencionales de las matemáticas.

Se considera que una representación es un signo o una configuración de signos, caracteres u objetos que pueden ponerse en lugar de algo distinto del mismo (simbolizar, codificar, dar una imagen o representar)

El objeto representado puede variar según el contexto o el uso de la representación.

Representaciones internas

Se consideran representaciones internas, los constructos de simbolización personal de los estudiantes, las asignaciones de significado a las notaciones matemáticas. Goldin incluye también como representaciones internas el lenguaje natural del estudiante, su imaginación visual y representación espacial, sus estrategias heurísticas de resolución de problemas, y también sus afectos en relación a las matemáticas.

Se considera que la interacción entre las representaciones externas e internas es fundamental para la enseñanza y el aprendizaje.

Las representaciones internas son siempre inferidas a partir de sus interacciones con, o sus discurso sobre o la producción de representaciones externas. Se considera útil pensar que lo externo representa lo interno y viceversa.

No se debe confundir nunca los objetos matemáticos (números, funciones, rectas, etc.), con sus representaciones (escrituras, decimales o fraccionarias..) pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes.

Las representaciones semióticas son un medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los demás.

Representaciones semióticas

Las representaciones semióticas, es decir, aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica...) parece ser el medio del individuo para exteriorizar sus

representaciones mentales; es decir; para hacerlas visibles o accesibles a los otros. Semiosis y pensamiento humano. Duval, p. 13.

La propuesta de Duval permite hacer más amplia la teoría de las representaciones al manifestar que específicamente para las matemáticas existe un modo de representación que se hace evidente, que se hace exterior.

Partiendo de las representaciones mentales que se hace todo individuo de su entorno para poder tener acceso a esas representaciones es necesario que haya construido un bagaje de representaciones semióticas

Duval nos plantea varias afirmaciones indispensables para nuestra investigación sobre las “representaciones” que tienen los estudiantes de tercero sobre los procedimientos del problema matemático, ya que le da importancia sobre la explicitación de las representaciones a través de la semiosis necesaria para las matemáticas.

Según Duval “no es posible los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación... y no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación” Semiosis y pensamiento humano, p. 15.

El proceso de enseñanza de las matemáticas influye significativamente en los procesos de aprendizaje de los estudiantes. La forma como se establezca en ellos, relaciones mentales que les permitan, establecer estrategias para resolver problemas, las representaciones mentales se hacen más amplias y enriquecidas, para hacerles exteriores.

Después de analizar las respuestas escritas y actitudinales de los estudiantes, y de hacer el análisis de la encuesta de observación dirigida, pudimos darnos

cuenta que los estudiantes no exteriorizaron, o no dieron cuenta de las representaciones que tuvieron para resolver el problema.

Al llevarlos paso al paso por los momentos del problema, no se evidencio en la configuración del plan, la forma como cada uno de ellos a nivel mental resuelve el problema

Se puede pensar que hay escasez de representaciones semióticas en los estudiantes que les limita la posibilidad de hacerlas externas o evidentes a los demás.

Después de analizar las respuestas escritas y actitudinales de los estudiantes, y de hacer el análisis de la encuesta de observación dirigida, pudimos darnos cuenta que los estudiantes no exteriorizaron, o no dieron cuenta de las representaciones que tuvieron para resolver el problema.

Al llevarlos paso a paso por los momentos del problema, no se evidenció en la configuración del plan, la forma como cada uno de ellos a nivel mental resuelve el problema

8.3 EL TIPO DE PROBLEMA ESTA RELACIONADO CON EL TIPO DE REPRESENTACION

Esto mismo sucede cuando se resuelven operaciones matemáticas.

Los estudiantes según el problema de tipo conceptual, procedimental, y actitudinal se puedo observa que ellos demostraban diversidad de representaciones según el problema.

A continuación se hace una descripción teórica de lo que son los contenidos curriculares, los cuales se tuvieron en cuenta en el diseño de las situaciones problemas que los niños y niñas debían resolver, con el fin de realizar el análisis del tipo de representación mental que se evidencian en los problemas con énfasis en los diferentes contenidos, conceptual, procedimental y actitudinal.

Los contenidos curriculares

Los contenidos curriculares entendidos como el conjunto de saberes o formas culturales que son esenciales para el desarrollo y la socialización de los alumnos.

Pueden agruparse en tres áreas básicas:

- Los contenidos declarativos
- Los contenidos procedimentales
- Los contenidos actitudinales

El saber que o conocimiento declarativo, ha sido una de las áreas de conocimiento más privilegiadas dentro de los currículos escolares de todos los niveles educativos. Se puede definir el saber que como aquella competencia referida al conocimiento de datos, hechos, conceptos y principios.

Dentro del conocimiento declarativo puede hacerse una importante distinción taxonómica con claras consecuencias pedagógicas: el conocimiento factual y el conocimiento conceptual. (Pozo, 1992).

El conocimiento factual es el que se refiere a datos y hechos que proporcionan información verbal y que los alumnos deben aprender en forma literal. En cambio el conocimiento conceptual es construido a partir del aprendizaje de conceptos,

principios y explicaciones, los cuales no tienen que ser aprendidos en forma literal sino abstrayendo su significado esencial.

El saber hacer o saber procedimental es aquel conocimiento que se refiere a la ejecución de procedimientos, estrategias, técnicas, habilidades, destrezas métodos etc. Se podría decir que la diferencia del saber que, que es de tipo declarativo y teórico, el saber procedimental es de tipo práctico, porque esta basado en la realización de varias acciones u operaciones.

Los procedimientos pueden ser definidos como un conjunto de acciones ordenadas y dirigidas hacia la consecución de una meta determinada (Coll y Valls 1992)

Dentro de las definiciones más aceptadas del concepto de actitud, puede mencionarse aquella que sostiene que son constructos que median nuestras acciones y que se encuentran compuestas de tres elementos básicos: un componente cognitivo, un componente afectivo y un componente conductual.

En otros términos se puede decir que las actitudes son experiencias subjetivas (cognitivo-afectivas) que implican juicios evaluativos, que se expresan en forma verbal o no verbal, que son relativamente estables y que se aprenden en el contexto social.

En los contenidos en la Reforma de Juan Ignacio Pozo. Bernabé Sarabia, hace claridad de los contenidos, dando características de cada uno de ellos.

Los Procedimientos: son considerados como un tipo de contenidos escolares, tan propios como los son los hechos, los conceptos, los principios las actitudes, valores y normas.

Lo que hace la palabra procedimiento es englobar los términos (hábitos, técnicas, algoritmos, habilidades, estrategias métodos, rutinas, entre otros)

“Un procedimiento es una conjunto de acciones ordenadas, orientadas a la consecución de una meta”. (DCB pag. 41-42)

Dentro de las características de los procedimientos se tiene que:

1. Se refiere a una actuación
2. No es una actuación cualquiera, sino ordenada.
3. Esta actuación se orienta hacia la consecución de una meta.

Los contenidos procedimentales según estas características están más orientados a las áreas de las matemáticas, ya que lo que se pretende es que el estudiante realice una serie de acciones que lo conduzcan a la meta, sino que él tenga conocimiento de unas acciones específicas y ordenadas para de esta manera se este buscando la meta.

El proceso de enseñanza aprendizaje juega un papel importante en la capacidad de saber hacer y saber actuar de los estudiantes en la realización de procedimientos para la resolución de problemas.

Los conceptos: Estos contenidos son los más trabajados a nivel escolar con los estudiantes, en el sentido de que se manejan más los hechos y conceptos atienden más a la palabra contenidos.

...”Una persona adquiere un concepto cuando es capaz de dotar de significado a un material o a una información que se le presenta, es decir, cuando “comprende” ese material, donde comprender sería equivalente más o menos a traducir algo a las propias palabras”. Los contenidos en la reforma, p. 27.

Los conceptos y los hechos son importantes en el desarrollo del proceso enseñanza aprendizaje, pero no deben ser los únicos tenidos en cuenta, además que deben ser vistos en relación con un medio con un contexto con el cual se relacionan los conceptos, y no de manera aislada sin una previa contextualización.

Las Actitudes: una actitud es formulada siempre como una propiedad de la personalidad individual, por más que su génesis se deba a factores sociales.

“Una organización organizada de procesos motivacionales, emocionales, perceptuales y cognitivos con respecto a algún aspecto del mundo del individuo” (Krech y Crutchfield).

Las actitudes al igual que los procedimientos y los conceptos son de importancia en la vida escolar de las personas, las actitudes crean la parte motivacional y de sentimientos que todo individuo le inyecta a su vivencias, en este caso de aprendizaje.

Las actitudes son experiencias subjetivas internalizadas. Son procesos que experimentan al individuo en su conciencia aunque los factores que interviene en su formación sean de carácter social o externos a los individuos.

De esta manera siendo lo procedimental, lo conceptual y lo actitudinal necesario en los contenidos de enseñanza aprendizaje se quiso que en problemas de los instrumentos tuvieran un mayor predominio de cada una de ellos y de esta manera determinar las diferentes representaciones de los estudiantes.

Poggioli en su serie “Enseñando a aprender” en las estrategias de resolución de problemas se refiere a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre las representaciones de las metas y los datos.

Proponiendo los métodos *heurísticos*: son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizados por los solucionadores de problemas, basados en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución.

De acuerdo con Monereo y otros (1995) los procedimientos heurísticos son acciones que comportan un cierto grado de variabilidad y ejecución.

Chic y colaboradores (1981,1982) señalan que entre el conocimiento que tiene los expertos y solucionadores de problemas están los “esquemas de problemas”. Estos consisten en conocimiento estrechamente relacionado con un tipo de problema en particular que contienen formulas y conceptos, un procedimiento, y estrategias que permitan, al individuo decir las etapas o fases que debe seguir en el proceso de solución.

Otra forma es a través de *algoritmos*: son procedimientos específicos que señalan paso a paso la solución de un problema y que garantizan el logro de una solución siempre y cuando sean relevantes al problema.

Y además, los *procesos de pensamiento divergente* que permiten la generación de enfoques alternativos a la solución de un problema y están relacionados, principalmente, con la fase de inspiración y con la creatividad.

Desde este planteamiento se analiza la importancia de tener diversidad de “esquemas mentales” y la frecuencia con que se están siendo enfrentando los estudiantes a la posibilidad de soluciones problemas para realizar representaciones y alcanzar la meta que se tiene de todos los problemas.

Se basa mucho en Polya autor que tuvimos muy en cuenta para la elaboración del instrumento al proponer unos pasos importantes para la solución y logro de la meta.

Es claro afirmas además, que no solo es importante los algoritmos, sino también una serie de aspectos como los son, las palabras, frases, conceptos y la creatividad, siendo aquí un bagaje de representaciones las que llevan a los individuos a tener un pensamiento divergente y así solucionar problemas en este caso matemáticos.

Teniendo en cuenta que dentro de los procesos de enseñanza- aprendizaje se manejan los diferentes contenidos antes mencionados, y en especial para los problemas matemáticos, se tuvo en cuenta que los problemas del instrumento presentaran, cada uno de ellos un mayor predominio de los contenidos.

Así mismo, Bruner quien en su teoría plantea las representaciones enactivas, Icónicas y simbólicas, teniendo en cuenta que Bruner le da gran prioridad al contexto y lo social para el desarrollo de estas representaciones.

Se quiso que los estudiantes tuvieran la escogencia de explicar el problema escribiendo, dibujando o actuando representaciones que desde la teoría de Bruner fueron tenidas en cuenta en nuestra investigación.

A continuación se muestran dos modelos de representaciones se lograron evidenciar en dos sujetos en los cuales se evidencian que el tipo de problema con mayor contenido procedimental les permitió representaciones icónicas. Para ellos era más fácil realizar un esquema o dibujo cuando el problema les permitía seguir una secuencia lógica de procedimientos. En el problema con mayor componente conceptual el niño debía buscar la solución al problema por medio de la evocación

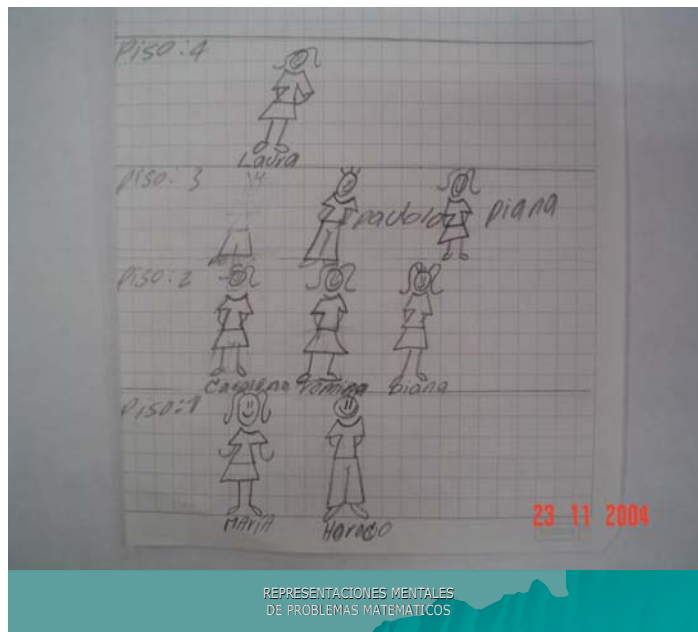
de conceptos en los cuales era más cómoda la justificación verbal ya fuera oral o escrita.

En el problema con mayor componente actitudinal, las experiencias previas, las actitudes y el contexto sociocultural en el que el niño o niña se desenvuelve juega un papel importante en la manera de resolver la situación problema, por lo que en este tipo de representación fue manifiesta la verbal, ya fuera oral o escrita.

Este es un problema con mayor predominio procedimental, ya que lleva unos pasos para desarrollarlo muy específicos.

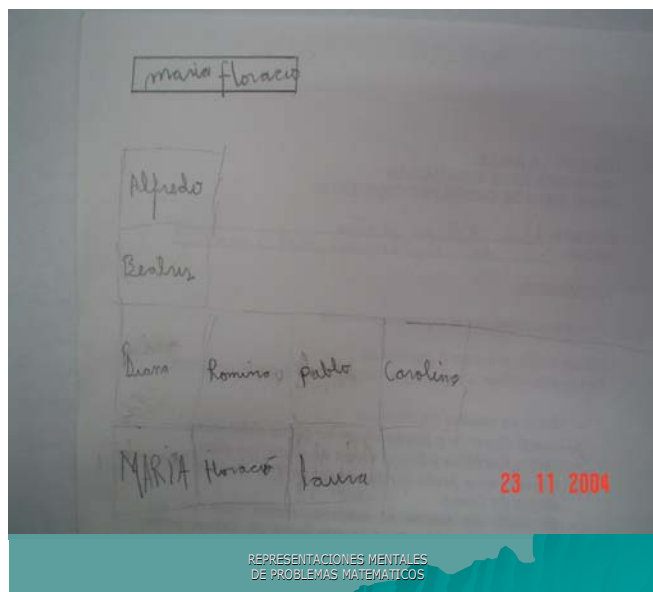
En un edificio viven 9 personas, debo identificar en que apartamento vive cada persona.

- *María es vecina de Horacio.*
- *Laura, Horacio y Diana viven en pisos diferentes.*
- *Pablo, Carolina y Diana viven en el mismo piso.*
- *Alfredo vive justo arriba de Beatriz, y Beatriz justo arriba de Diana.*
- *Mirando de frente el edificio, Pablo vive en un apartamento ubicado a la izquierda de Diana, pero no junto a este.*
- *El apartamento de Romina esta ubicado entre otros dos, y justo sobre el de Horacio.*
- *Solo hay un hombre por piso.*



Este problema, de tres estudiantes a los cuales se les presentó, dos lo hicieron de manera icónica, es decir, se pueden observar unos dibujos que representan la posible resolución del problema.

En esta representación es gráfica, dibujo las personas en cada uno de los pisos. Las graficas de ellas, son visibles realizando un esquema de esa solución.



Aquí se puede observar que el informante dibujo cajones representando las personas y asignando los pisos, tuvo en cuenta las nueve personas que viven en el edificio, permitiendo hacer una mejor visualización.

En estas dos repuestas hace una representación espacial, de acuerdo con el modelo.

Espacial porque tiene en cuenta ubicación que el problema plantea, los pisos y las personas.

Ahora aquí, esta representación es simbólica es decir utiliza el lenguaje escrito para desarrollar el problema, para expresar su representación de lo que para él es el problema.

Pablo, Diana y Carolina son vecinos. María es la vecina de Horacio. Alfredo vive encima de Beatriz y Beatriz encima de Diana. Romina vive encima de Horacio. Laura y Romina son vecinas.

Este problema con mayor predominio actitudinal ya que era importante que el estudiante empleará una conducta o un concepto actitudinal sobre lo que ella podría pensar de este problema.

Actitudinal porque era importante emplear el afecto para la posible resolución.

Un empleado de la fabrica de "Papeles S.A. "gana mensualmente \$384.000 con los cuales sostiene a su familia que está conformada por su esposa y tres hijos.

Con este sueldo dispone para pagar el arriendo que es de \$170.000, servicios (agua, luz y teléfono) \$60.000 por el mercado del mes \$140.000, la educación de sus hijos \$30.000 y los pasajes para ir a su trabajo \$20.000.

Algunos fines de semana el señor Jesús trabaja haciendo turnos en parqueaderos para sostener a su familia.

¿Qué opina de la situación económica de esta familia?

¿Les alcanza el dinero para los diferentes gastos?

¿Qué otros gastos no se tuvieron en cuenta en el problema?

¿Qué alternativas planteo para ayudar a esta familia?

Yo entendí del problema que Jesús le paga \$384.000 y que con eso sostiene a su familia que tiene tres hijos y su esposa. Paga la luz, el agua y el teléfono, el mercado y la educación de sus hijos, el arriendo y los pasajes para ir a su trabajo.

Que un empleado sostiene a su familia con lo que le pagan mensualmente para pagar el arriendo, los servicios de agua luz y teléfono pagando el mercado del mes y los pasajes para ir a su trabajo y también los sostiene trabajando en turnos de los parqueaderos.

Con las respuestas de los estudiantes se evidenció que en la mayoría de los casos, los problemas de tipo procedimental como el planteado anteriormente, los explican de forma gráfica o construyendo un esquema con mayor facilidad, como se ve en el ejemplo.

Con el análisis de esta categoría nuevamente nos damos cuenta que algunas de las representaciones no se hacen evidentes y quedan como su nombre lo dicen internas.

A veces se piensa que no existen en el individuo pero lo más cercano a pensar es que el individuo las elabora para resolver el problema, quedan interna y solo se hacen externas algunas de esas representaciones.

8.4 PRODUCEN MÁS REPRESENTACIONES LAS IMÁGENES QUE LAS PROPOSICIONES

“Las *imágenes* son producto tanto de la percepción como de la imaginación.”

El funcionamiento de la mente siempre ha sido y será de interés de los diferentes investigadores; el conocer como actúa en los procesos de cognición en los cuales está constantemente inmerso.

Es aquí como las representaciones juegan un papel importante, ya que son el medio más cercano de interpretación de ella.

Las representaciones internas, o representaciones mentales, son maneras de “representar” internamente el mundo externo. Las personas no captan el mundo exterior directamente; construyen representaciones mentales (es decir, internas del mismo) Marco Antonio Moreira.

Con este planteamiento deja claro que una cosa es como se ve el mundo externo y otro como lo interpretamos a nivel mental, de igual forma como lo damos a conocer.

La complejidad de la mente humana no permite tener completo acceso a las diferentes representaciones internas que tienen las personas, es por eso que una forma de externalizarlas es a nivel verbal, simbólica o pictóricamente.

La mente tiene un código propio, el “mentales” que no es consciente, al cual no tenemos acceso y no precisamos tenerlo pues operamos muy bien con proposiciones, imágenes y modelos mentales. (Johnson Laird).

Con la investigación se quiso tener en cuenta las representaciones mentales de los estudiantes de 3° de básica primaria en relación con la resolución de problemas matemáticos (representaciones para plantear problemas, representaciones del problema y representaciones en el proceso final de resolución de problema).

De ésta manera a través de la presentación de unas láminas los estudiantes debían crear problemas matemáticos.

Johnson Laird es uno de los autores quienes plantean la teoría de los Modelos Mentales, Proposiciones e Imágenes Mentales (auditivas, visuales y táctiles) para analizar el proceso cognitivo de los seres humanos y la forma para representasen el mundo.

Jonhson Laird sugiere que las personas razonan con modelos mentales. Los modelos mentales son como bloques de construcción cognitivos que pueden ser combinados y recombinados conforme sea necesario.

Para Laird los modelos mentales se construyen a través de las vivencias de los personas, así, crean modelos mentales los cuales les permiten ir siendo modificados sobre los ya existentes, y a nivel mental interpretar lo nuevo.

Desde este teoría se tiene entonces los *modelos mentales*; son representaciones analógicas, algún tanto abstraídas de conceptos, objetos, o eventos que son espacial y temporalmente análogos a impresiones sensoriales, pero que pueden ser vistas desde cualquier ángulo y que, en general, no retiene aspectos distintos de una instancia dada de un objeto o de un evento. (Sternberg, 1996 181).

Los *modelos mentales* son representaciones dinámicas y generativas que pueden manipularse mentalmente para proveer explicaciones causales de fenómenos

físicos y hace previsiones sobre estados de cosas del mundo físico. Se supone que muchos modelos mentales se crean en el mundo para resolver cuestiones de situaciones problemáticas específicas. Sin embargo, es posible que algunos modelos mentales, o parte de ellos, que fueron útiles una vez, se almacenen como estructuras separadas y se recuperen de la memoria de largo plazo cuando sea necesario” VOSNIADOU

Con estas dos definiciones se puede decir que los modelos mentales son influenciados por el medio externo, a través de los sentidos las cuales permiten elaborar impresiones de los estímulos que el medio provee.

Estos modelos se guardan en la memoria, cambian según los estímulos captados por el individuo y de esta misma manera son utilizados según las necesidades.

Existen variedad de modelos mentales, de esta multiplicidad depende el poseer habilidades para resolver problemas.

Las *representaciones proposiciones*: son discretas (individuales), abstractas, organizadas según reglas rígidas y captan el contenido ideacional de la mente independientemente de la modalidad original en la que se encontró la información, en cualquier lengua y a través de cualquiera de los sentidos. (Eisenck y Keane, 1994 p. 184)

Siguiendo con la propuesta de Laird aparece la representación proposicional.

Para muchos psicólogos han considerado que a representación proposicional es la única forma de representación existente y, más aún, que sus reglas de manipulación, se basan en el cálculo formal permitiendo así que la mente “trabaje” con una lógica formal.

Las representaciones proposicionales para Laird es una representación mental que pueda ser expresable verbalmente.

PROPOSICIONES: Son cadenas de símbolos expresables en lenguaje natural e interpretadas (en términos de verdaderas o no) a la luz de los modelos mentales.

Adicional entonces, a los modelos mentales, el planteamiento de Laird tiene en cuenta las proposiciones como la forma de expresar esas modelos mentales que el individuo tiene, aquí es donde se diferencia Laird de los demás autores, en la expresabilidad que da en las representaciones proposicionales.

Ahora, *las imágenes mentales* corresponden a visiones de los modelos.

LAS IMÁGENES: Son representaciones bastante específicas que retienen mucho de los aspectos perceptivos de determinados objetos o eventos, vistos desde un ángulo particular, con detalles de cierta instancia del objeto o evento.

Los modelos mentales y las imágenes son representaciones de alto nivel, esenciales para el entendimiento de la cognición humana (Eisenck y Keane 1994 p. 210).

La relación entonces de esta teoría es, que las imágenes son las representaciones de las proposiciones que a su vez dan cuenta externamente de los modelos mentales.

“La teoría de los modelos mentales ha sido aplicada principalmente en el procesamiento del lenguaje, en la percepción de alto nivel y en razonamiento”.

Manuel De Vega quien también expone en su teoría las *imágenes mentales*.

Las imágenes mentales desempeñan un papel central en el pensamiento de los individuos, son un formato representacional decisivo para algunos procesos de resolución de problemas.

1- Retomando a Paivio el cual sostiene la existencia de dos formatos representacionales: *el sistema verbal y la imaginación*.

En la teoría de Manuel de Vega se destaca la importancia de la imaginación y las imágenes en la creación de representaciones.

Einstein asegura: “mi capacidad, mi destreza particular, reside en visualizar los efectos, consecuencias y posibilidades...” (Holton, 1972, p. 110).

La imaginación juega un papel decisivo en la construcción de imágenes que luego se convierten en representaciones, que a través del sistema verbal puede ser exteriorizado.

Aquí es claro agregar, que las experiencias de los individuos y la creación de modelos mentales e imágenes influyen ampliamente en la solución de problemas.

Ambos sistemas están estrechamente interconectados y actúan conjuntamente, pero tienen propiedades estructurales y funcionales diferentes.

La imaginación actúa en paralelo, esta especializada en el procesamiento de información concreta y preserva de modo analógico las propiedades espaciales y métricas del estímulo, es decir la apariencia de las cosas.

El sistema verbal, en contraste, opera secuencialmente, puede procesar tanto información concreta como abstracta y tiene un carácter descriptivo semántico, pero no retiene una réplica isomórfica del estímulo.

En efecto los contenidos de nuestra conciencia se nos presentan como imágenes y palabras.

Imágenes: corresponden a “visuales” del modelo. Producto tanto de la percepción como de la imaginación, representa aspectos perceptibles de los objetos correspondientes del mundo real. Son altamente específicas.

De manera similar con las imágenes, los modelos incluyen varios grados de estructura analógica, pudiendo ser completamente analógicos o parcialmente analógicos y parcialmente proposicionales.

Las imágenes comparten los atributos de los modelos, pero, siendo sólo una “visual” del modelo, no poseen capacidad explicativa. Una figura “vale por mil palabras”, una proposición “vale un número infinito de imágenes” que a su vez son “visualizaciones” de modelos.

HEBB asegura que la imagen es un proceso perceptivo aberrante. La percepción es un proceso de varios estadios: a- evento sensorial, b- excitación de un proceso central y de la conciencia, y c- una respuesta motriz determinada por la actividad central. p. 218 Introducción a la psicología cognitiva.

Las imágenes de Vega tienen características de los modelos mentales de Laird al modificarse y transformarse rápidamente.

Otro aspecto determinante es la importancia de lo concreto en la generación de imágenes, además la relación de llevar al sistema verbal las imágenes y de las imágenes al sistema verbal.

Cuando se les planteo a los niños la posibilidad de, a partir de un dibujo crear una representación mental, los niños fueron más hábiles en la creación de elementos que le permitieran construir problemas y por lo tanto representaciones mentales.

LAMINA 1

Este dibujo representa una familia, en un lugar de la casa (comedor). La familia la conforman el papá, la mamá y la hija. Es encuentran degustando unos alimentos.



Cuando se les presentó el dibujo a los estudiantes, preguntaron lo que debían hacer. Esperaban que les diéramos un patrón específico para la formulación de estos problemas. Si más dudas los diferentes estudiantes dieron inicio a la creación de sus situaciones problemas.

- *En el almuerzo de Juliana ella se limpio la boca cada tres bocados
¿Cuántas veces se limpia la boca en 280 bocados? Informante 1*

Aquí se puede observar que el estudiante, da nombre a la “hija” afirma que es almuerzo, y pasa a elaborar una pregunta que implica una operación matemática.

- *Doña María preparó $\frac{2}{6}$ de jugo de mora su hija se toma $\frac{1}{2}$ y su esposo $\frac{1}{4}$ ¿Cuanto jugo en fracción se gastó y cuanto quedó?
Informante 2*

En la creación de este problema se observa que utiliza fraccionarios debido a que este contenido lo están desarrollando en su clase de matemáticas, y también tiene en cuenta doble pregunta para la resolución del problema.

- *Una familia de tres personas invitaron a cuatro amigas almorzar, ellos repitieron su comida tres veces. ¿Cuántas veces sirvió comida a los invitados? Informante 3*

En este problema tiene en cuenta 4 invitados más y elabora una pregunta de multiplicación

- *Camila compro $\frac{1}{2}$ de ponqué y $\frac{5}{8}$ de naranjas para hacer jugo de naranja y darle a sus tres amigos. ¿Cómo puede Camila repartirle el ponqué y el jugo a sus amigos? Informante 4*

Aquí el informante asume la familia como tres amigos y Camila que esta fuera. La formulación de la pregunta la hace pensando en una división como operación matemática.

- *Mi mamá, mi papá y mi hermana toman jugo de limón y de mango, de comida tomate, arroz y lechuga. ¿Cuántas y cuales merienda puede hacer?. Informante 5*

Con los diferentes alimentos que hay en la mesa (cada uno de los estudiantes imaginaron el sabor de los jugos y los alimentos que habían en la mesa. Con la pregunta se sugiere hacer combinaciones y cuantas.

- *En una mesa hay sal, pimienta, arroz, ensalada, jugo (5 vasos), servilletas. Juan deja caer 2 vasos, Pedro riega el arroz y Juliana se come la ensalada. ¿Cuáles y cuantos alimentos quedan? Informante 6.*

Con la creación de este problema se busca realizar una resta con las diferentes acciones que realizan las personas de la escena.

LAMINA 2

Cuando se les presenta esta lamina, los estudiantes manifiestan más agrado y afirmar que el ejercicio es mucho más fácil con esta lámina.



- *En la miscelánea de Don Pepe vende jugo, arepas, salchichón, atún, leche, salsa y pastel. Doña Gloria para la lonchera de sus hijos compro de líquidos jugo y leche, y de comidas sólidas arepas, pastel y salchichón. ¿Cuántas y cuales combinaciones se puede hacer? Informante 1*

Para este problema el informante maneja conceptos de Miscelánea, líquido, sólido. Nombra algunos de los productos que vende Don Pepe, y deja amplitud para la respuesta sin la realización de una operación matemática.

- *En la tienda de Don Pancho se vendieron 50 panelas, 81 tarros de aceite, 25 limones, 8 gaseosas, 36 cajas de leche y 11 salchichones ¿Cuánto se vendió en total? Informante 2*

En este problema se juntan 6 productos de los que vende Don Pacho para afirmar cuanto pudo vender en total.

- *María y su hija fueron al mercado. Ellas compraron jugo que costo \$5.000, buñuelo \$3.000 y 7 frutas que cada una valió \$1.000. ¿Cuánto pagó en total María? Informante 3*

Aquí el informante le da el nombre de mercado al lugar donde se encuentran. Después de comprar varios productos la pregunta a desarrollar es cuanto gastó María.

- *La madre de María y María se fueron al supermercado a comprar la comida para el lunes y martes. Ellas compraron 2 kilos de papas, 3 kilos de limones, 1 kilo de mora guanábana y guayaba, 2 kilos de fresas y 3 bolsas de leche. ¿Cuántos kilos de comida compraron? Informante 4*

Otro de los informantes asume que el nombre de María para designar a la señora. De las cosas que compra María debe designar cuantas cosas en Kilos compra.

- *Mi mamá y mi hermana se fueron a la tienda a comprar $\frac{2}{4}$ de leche y un cuarto de yoghurt $\frac{2}{7}$ de zanahoria y $\frac{1}{4}$ de huevos. ¿Que fracción de comida llevan a la casa? Informante 5*

Lo que compran lo hacen en fracción y respuesta de la pregunta la deben hacer en fracción.

- *En una tienda hay 7 bolsas de harina, 20 tarros de jugo y leche, 8 racimos de uvas, 9 salchichones y 12 cajas de huevos. Si Marta compra 2 racimos de uvas, 3 cajas de huevos, 5 tarros de jugos, 4 de leche y 2 bolsas de harina ¿Con cuantos alimentos queda la tienda y cuantos alimentos compra Marta? Informante 6*

Lo que hace el informante es, con cierta cantidad de productos que hay en la tienda, y los que compran se debe determinar en cantidad cuantos quedan en la tienda.

Al afirmar que producen más representaciones las imágenes que las proposiciones se quiere decir que la presentarle las imágenes a los estudiantes su pensamiento fue más flexible, divergente y creativo, al crear multiplicidad de problemas.

No se percibieron dudas o dificultades que limitaran el trabajo de los estudiantes para la creación de problemas.

Dentro de la aplicación del instrumento, se buscaba como se dijo anteriormente tener visualización de las representaciones de los momentos por los que según Polya se deben de pasar para la resolución de problemas matemáticos.

Uno de esos momentos es la representación que se tiene para creación de problemas matemáticos.

Aquí se pudo observar que cuando no hay limitantes para la creación de algo se evidencia multiplicidad de representaciones, lo que no sucedía en los momentos de representaciones del problema ni de la resolución.

En la teoría expuesta de Laird y De Vega se observa que las imágenes son importantes en el desarrollo y conocimiento del desarrollo cognitivo.

9. CONCLUSIONES

- De acuerdo con la aplicación del instrumento a los estudiantes se pudo encontrar que cuando se les pedía que explicaran el problema planteado, la forma como les era más fácil explicarlos era a nivel verbal simbólicas (orales y escritas), la gran mayoría los escribieron.
- De acuerdo con los datos obtenidos en la investigación se puede constatar que la mayoría de los aprendizajes de los estudiantes se hacen a través de lo simbólico, y pocas son las experiencias de la enactivo y lo icónico.
- Las matemáticas son uno de los contenidos requeridos en la Educación, y entre ésta, la resolución de problemas matemáticos. Por esto es necesario que los estudiantes se enfrenten a problemas de tipo conceptual, actitudinal y procedimental, para que de esta manera encuentren muchas formas de pensarlos.
- Como objetivo principal se planteo el comprender las representaciones mentales que tenían los estudiantes en la resolución de problemas. Pero después de nuestra búsqueda teórica y práctica, nos encontramos que las representaciones semióticas son el medio por el cual se exteriorizar las representaciones mentales en la resolución de problemas matemáticos, y en la práctica se encontró que los estudiantes en la resolución de problemas todavía dejan algunas representaciones internas que no son evidentes a los otros.
- Después de tener en cuenta el tipo de problema (conceptual, procedimental y actitudinal) como parámetro para elaborar los problemas del instrumento se evidencio según la teoría de Bruner, las tres formas de representárselo (simbólica-verbal, enactiva- actuando e icónica - dibujando) que según el problema los estudiantes se los representa. Con la investigación se observó que los problemas

con mayor predominio procedimental se los representan más fácil de forma iconica, podría ser por la formulación del problema.

- Es claro afirmar, que al presentar problemas matemáticos enriquecidos en lenguaje, se evidencian mejores posibilidades de representación.
- Debido al mayor predominio en el aula de lo oral y escrito, se evidencian en los estudiantes que los sistemas verbales son más amplios al momento de expresarlos.
- El enfrentar a los estudiantes a imágenes lo lleva a conocer cuales son sus representaciones y le permite a los otros conocerlas con más facilidad. Esto se pudo observar con la amplitud de representaciones que se hicieron evidentes con las láminas en la creación de problemas.
- El planteamiento de problemas matemáticos, con un formato preestablecido no favorece la comprensión de los problemas y por consiguiente la manifestación de sus representaciones.

10. RECOMENDACIONES

Desarrollar en la escuela estrategias que permitan crear otras formas de representación, icónicas y enactivas, que permitan a través del dibujo y del cuerpo representasen el mundo y los problemas matemáticos.

En el área de las matemáticas, la diversidad en las representaciones semióticas, nos permite entender que la matemática se aprende con base en sus representaciones.

Darle mayor importancia al procedimiento para resolver los problemas, pues es el medio para indagar sobre la representación que los niños se hacen a la hora de analizar un problema.

Favorecer en la escuela el uso de problemas matemáticos que surjan de las experiencias cotidianas de los niños, de su forma de plantear problemas que nos alejan de los formatos establecidos.

Incentivar el uso conciente de diferentes representaciones para los problemas matemáticos, de tal manera que los estudiantes tengan acceso a los diferentes formatos representacionales.

El procedimiento para resolver problemas debe hacerse de manera gradual y conciente en el aula de clase, de tal forma que se evite la emergencia de respuestas automatizada por parte de los niños.

BIBLIOGRAFIA

ARBELAEZ G. Martha Cecilia. Las representaciones mentales. En: Revista de Ciencias Humanas año 2. No. 29. Universidad Tecnológica de Pereira, Septiembre de 2001.

BELL, A. Algunas notas acerca de las representaciones mediante puntos de números, series y funciones. En: Enseñanza de las ciencias. Vol.15, 1997.

BRUNER, Jerome. Realidad mental y mundos posibles. Los actos de la imaginación que dan sentido a la experiencia. 4 ed. España: Gedisa Editorial, 1998. 182 p.

CARRETERO, Mario y GARCIA MADRUGA, Juan A. (comp.) Lecturas de psicología del pensamiento. 2 ed. Madrid: Alianza psicología, 1995. p. 452.

CASTRO, M. E. y RICO R. Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas: enseñanza de las ciencias. Vol.15, 1997.

CHRIS, Wesbury. Uri. Wilensky. La representación del conocimiento en la ciencia cognitiva. Sus implicaciones en la educación, 2000.

COLL, Cesar y POZO, Juan Ignacio. Los Contenidos en la Reforma. Aula XXI Madrid: Santillana, 1992.

COLL, César, POZO, Juan Ignacio, SARABIA, Bernabé y VALLS, Eric. Los contenidos en la reforma. Enseñanza y aprendizaje de conceptos, procedimientos y actitudes. España: Aula XXI. Santillana, 1992.

DE VEGA, Manuel. Introducción a la psicología cognitiva. Madrid: Alianza editorial, 1998.

DE VEGA, Manuel. Introducción a la psicología cognitiva. 1 ed. Madrid: Alianza psicología 1984. 9 ed. reimpresión. Madrid: Alianza psicología, 1998. 562 p.

DUVAL, Raymond. Semiosis y pensamiento humano. Cali, 1999.

GARDNER, Howard. La mente no escolarizada. España: Paidós, 1993.

GHIGLIONI, Marta Lucía. Jugando con las matemáticas y a desarrollar el ingenio. Colombia: Editora cultural internacional. Tomo 1 y 2. Editorial Argmetipo.

GRECA, Ilena y MOREIRA, Marco. Un estudio sobre las representaciones mentales, imágenes, proposiciones y modelos mentales respecto al campo electromagnético en alumnos de física general, estudiantes de postgrado y físicos profesionales.

LEON M. Sandra. La representación mental, una aproximación filosófica, cognitiva, implicaciones de esta en la representación social. En: www.puj.edu.co/fhumanidades/psicologia/

LOPEZ, A, BAZO, G y López, H. Una aproximación a las representaciones del alumnado sobre el universo. En: Enseñanza de las ciencias. Vol.13, 1995.

NORMAN D., Donald. Perspectivas de la ciencia cognitiva. Cognición y desarrollo Humano. Barcelona: Paidós, 1981.

PERNER, Josef. Comprender la mente representacional. Cognición y desarrollo Humano. España: Paidós, 1994.

PERNER, Joseph. Comprender la mente representacional. Cognición y desarrollo humano. 1 ed. Barcelona: Edición Pardo, 1994. p. 353.

PIAGET, Jean. La representación del mundo en el niño. Madrid: Ediciones Morata, 1973. p. 333.

PIAGET, Jean. Introducción a la psicología genética. El pensamiento matemático. 2 ed. Paidós, 1978. Prologo de Emilia Ferreiro y Rolando García. 315 p.

POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. México: Editorial Trillas, 2002.

POZO. Juan Ignacio. Teorías Cognitivas del aprendizaje. Madrid: Ediciones Morata, 1996.

POZO MUNICIO, Juan Ignacio. Adquisición de conocimiento. Madrid: Editorial Morata, 2003.

POZO, Juan Ignacio. Teorías cognitivas del aprendizaje. 6 ed. Madrid: Morata, 1999. p. 286.

PUENTE, Anibal, POGGIOLO, Lissette y NAVARRO, Armando. Psicología Cognoscitiva. Desarrollo y Perspectivas. 1 ed. Venezuela, 1995. p. 471.

RIVIERE. Angel. María Nuñez. La mirada mental. Argentina: Edit. AIQUE, 1993.

SANDOVAL CASILIMAS, Carlos A. Investigación cualitativa. Bogotá. Agosto 1997. Programa de especialización, teoría, métodos y técnicas de investigación social.

STAKE, Robert E. Investigación con estudio de caso. Traducido por ROC Fililla España: Ed. Morata, 1998. p. 159.

STRAUSS, Anselm y CORBIN, Juliet. Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada. 2 ED. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia. Contus, 1998. p. 341.

Anexo A. Instrumentos

COLEGIO LA SALLE INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN PROBLEMAS DE ORDEN CONCEPTUAL

NOMBRE: _____
FECHA: _____

ACTIVIDADES:

1- Leo con atención el siguiente problema:

*En la parte superior de la casa hay tres triángulos equiláteros iguales.
En la parte inferior dos cuadrados grandes, uno mediano y cuatro pequeños.
La superficie de cada cuadrado pequeño es la cuarta parte de la del mediano. El triángulo de la izquierda tiene un lado en común con uno de los cuadrados. Dibuja la casa.*

¿Cómo me imagino el problema? Lo explico dibujando, escribiendo o dramatizándolo.

COLEGIO LA SALLE INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN PROBLEMAS DE ORDEN PROCEDIMENTAL

NOMBRE: _____
FECHA: _____

ACTIVIDADES:

1-Leo con atención el siguiente problema:

En un edificio viven 9 personas.

Debo identificar en que apartamento vive cada persona.

- *María es vecina de Horacio*

- *Laura, Horacio y Diana viven en pisos diferentes*
- *Pablo, Carolina y Diana viven en el mismo piso.*
- *Alfredo vive justo arriba de Beatriz, y Beatriz justo arriba de Diana.*
- *Mirando de frente el edificio, Pablo vive en un apartamento ubicado a la izquierda de Diana, pero no junto a este.*
- *El apartamento de Romina está ubicado entre otros dos, y justo sobre el de Horacio.*
- *Solo hay un hombre por piso.*

¿Cómo me imagino el problema? Lo explico dibujando, escribiendo o dramatizándolo.

**COLEGIO LA SALLE
INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
PROBLEMAS DE ORDEN ACTITUDINAL**

NOMBRE: _____

FECHA: _____

ACTIVIDADES:

1- Leo con atención el siguiente problema:

Un empleado de la fábrica de “Papeles S.A” gana mensualmente \$384. 000 con los cuales sostiene a su familia que esta conformada por su esposa y tres hijos. Con este sueldo dispone para pagar el arriendo que es \$170.000, servicios (agua, luz y teléfono) \$60.000 por el mercado del mes \$140.000, la educación de sus hijos \$30.000 y los pasajes para ir a su trabajo \$20.000.

Algunos fines de semana el señor Jesús trabaja haciendo turnos en parqueaderos para terminar de sostener a su familia.

¿Qué opino de la situación económica de esta familia?

¿Les alcanza el dinero para los diferentes gastos?

¿Qué otros gastos no se tuvieron en cuenta en el problema?

¿Qué alternativas planteo para ayudar a esta familia?

¿Cómo me imagino el problema? Lo explico dibujando, escribiendo o dramatizándolo.

La siguiente entrevista tiene como objetivo ayudar a identificar las representaciones mentales que poseen los niños y las niñas sobre los problemas matemáticos, con contenidos conceptuales, procedimentales, actitudinales y estratégicos, por tal motivo se va a realizar una entrevista abierta que nos permita indagar más sobre el proceso de representación.

Observación directa

I. Paso 1 Entender el problema

Lee el problema.

ANOTACIONES

1.-Entiende todo lo que dice.	
2.-Puede replantear el problema en sus propias palabras.	
3.-Distingue cuales son los datos.	
4.-Sabe a que quiere llegar.	
5.-Hay suficiente información.	
6. Hay información extraña	
7. Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes.	

II Paso 2 configurar el plan

1. Hace ensayo y error.	
2. Busca un patrón.	
3. Hace una lista.	
4. Hace una figura.	
5. Hace un diagrama.	
6. Hace razonamientos.	
7. Utiliza números.	
8. Trabaja hacia atrás.	
9. Relaciona el problema con otro igual.	

10. Utiliza una operación.	
11. Identifica la meta.	

III. Paso 3 Ejecutar el plan.

1. Al implementa la estrategia le dio solución al problema.	
2. Hizo preguntas	
3. Se tomo un tiempo para razonar.	
4. Da inicio nuevamente a la resolución del problema.	

IV. Paso 4 Mirar hacia atrás

1. Es la solución correcta?	
2. Queda satisfecho con la respuesta?	
3. Cree que hay una solución más sencilla?	
4. Esta en capacidad de inventar un problema parecido.	

**COLEGIO LA SALLE
INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
PROBLEMA PARA LA OBSERVACIÓN DIRECTA**

NOMBRE: _____

FECHA: _____

ACTIVIDADES:

1- Leo con atención el siguiente problema:

De los alumnos de mi clase, 16 tienen computadora y 18 calculadora científica.

Todos cuentan con una computadora o una calculadora científica.

Ninguno de ello tiene más de una calculadora o más de una computadora.

¿Cuántos tienen solo computadora?

¿Cuántos tienen solo calculadora científica?

¿Qué diferencia hay entre una computadora y una calculadora científica?

¿Cuál de las dos tiene mayores usos y porque?

