

**UNIVERSIDAD DE MANIZALES - CENTRO INTERNACIONAL DE
EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO HUMANO
LÍNEA DE AMBIENTES EDUCATIVOS**



**LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA CON
FUNDAMENTO EN LA SOLUCIÓN DE
PROBLEMAS COTIDIANOS**

Una propuesta metodológica orientada por el modelo de Van Hiele, aplicada a
estudiantes de la I.E. Rafael J. Mejía del Municipio de Sabaneta (Ant.)

Por:

Wilson Alonso Piedrahita Restrepo

Jesús Antonio Londoño Ramírez

Elkin Uribe Múnera

Tutor:

Gabriel Ferney Valencia Carrascal

Medellín, Colombia

2009

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a la Lic. Nelly Osorio, rectora de la Institución educativa Rafael J. Mejía del municipio de Sabaneta (Antioquia) y al equipo de docentes del área de matemáticas pertenecientes a la misma institución; por haber apoyado el desarrollo de la presente investigación en su campo académico.

Igualmente expresan sus agradecimientos al Colegio San Ignacio de Loyola de la ciudad de Medellín, por haber dispuesto sus espacios físicos para el desarrollo de las discusiones y las construcciones de los documentos generados desde estas.

RESUMEN

La presente investigación busca responder a las exigencias enfocadas a movilizar en los ambientes educativos, procesos que incrementen la capacidad de los(as) estudiantes para resolver problemas; y que les posibilite un aprendizaje significativo desde diversas situaciones que se pueden observar en la vida cotidiana.

Los avances en el estudio del desarrollo del pensamiento, han generado aportes significativos desde las estrategias de enseñanza y aprendizaje que se utilizan como referencia para los(as) docentes; por lo tanto es necesario plantear en el aula de clases, estrategias didácticas que permitan a los(as) estudiantes aprender conceptos, idear procedimientos y mostrar actitudes de compromiso por la búsqueda del conocimiento.

La implementación de propuestas metodológicas que proporcionen a los (las) estudiantes motivación, información y orientación para resolver problemas de tipo cotidiano y aprender significativamente su espacio y de su espacio, permiten la inclusión del contexto en los procesos educativos.

La presente investigación plantea una alternativa didáctica guiada por el modelo de Van Hiele para el aprendizaje y enseñanza de la geometría. Está basada en la resolución de problemas cotidianos, desde la perspectiva de favorecer la formación de seres humanos que logren una mayor capacidad

para analizar, comunicar, interpretar el medio y plantear alternativas de mejoramiento en su contexto.

Desde la investigación y a través de unos módulos de apoyo didáctico, se trasladan al aula de clase: las fases de enseñanza propuestas en del modelo de Van Hiele, algunas situaciones problema cotidianas y el manejo pertinente del material concreto. Con esos insumos se teje una estrategia didáctica desde la que se permite observar los avances de los(as) estudiantes en ámbitos y referentes temáticos propios del campo de la geometría. Finalmente, con base en las observaciones y los avances que se logran a través de todo el proceso de investigación, se construye un agregado de implicaciones curriculares.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	8
1. AREA PROBLEMÁTICA	17
2. JUSTIFICACIÓN	19
3. OBJETIVOS	21
3.1 Objetivo general	21
3.2 Objetivos específicos	22
4. ESTADO DEL ARTE	22
4.1 Aprendizaje significativo	23
4.1.1 Características de los aprendizajes significativos	23
4.1.2 Aprendizaje significativo de la geometría	24
4.2 El proceso de aprendizaje según el modelo de van hiele	29
5. MARCO TEORICO	37
5.1 Educación, maestro y pedagogía	38
5.2 Didáctica	43
5.3 Cognición y comunicación	44
5.4 Conocimiento matemático	55
5.5 Geometría en la historia y la cotidianidad	58
5.6 Geometría	61
5.7 Aprendizaje de la geometría	64
5.7.1 Visualización	57
5.7.2 Justificación	66
5.7.3 Construcción geométrica	67
5.8 Enseñanza de la geometría	68
5.9 Modelo de van hiele	71

6.LA ENSEÑANZA CON FUNDAMENTO EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	77
7 DISEÑO METODOLÓGICO	88
7.1 Tipo de investigación	88
7.2 Etapas de la investigación	89
7.2.1 Uso del modelo de van hiele en la metodología propuesta	90
7.2.2 Procedimiento de construcción de las guías teórico-prácticas para apoyar el curso de geometría	91
7.3 Hipótesis	99
7.4 Definición y operacionalización de variables	101
7.5 Población y muestra	107
8. INTERPRETACIONES Y RESULTADOS	111
8.1 Interpretación de tablas de datos de referencia	112
8.2 Total de ambas pruebas	115
8.3 Interpretación de las tablas de resultados	117
8.4 Resultados totales del pre-test en ambos tipos de prueba	121
8.5 Interpretación de gráficas	122
9. ANÁLISIS Y CONCLUSIONES	123
9.1 Grupo experimental	123
9.1.1 Pre-test	123
9.1.2 Post-test	125
9.2 Avance comparativo entre el pre-test y el pos-test	126
9.3 Avance comparativo entre grupos experimental y de control	129
10. IMPLICACIONES CURRÍCULARES	129
REFERENCIAS	146

ANEXOS

Anexo No.1 Tablas Pre-test

Anexo No. 2 Tabla Pos-test

Anexo No. 3 Gráficas Grupo de Control y Grupo Experimental (1-20)

Anexo No. 4 Gráficas Avances por referentes temáticos y ámbitos (21-22)

INTRODUCCIÓN

El complejo mundo moderno que se manifiesta en múltiples situaciones que deben enfrentar las personas para relacionarse con el medio y los seres que rodean a los habitantes de sectores urbanos y rurales de nuestro país, requiere convertir la educación en un espacio que propenda por un incremento en la calidad intelectual y humana.

Las exigencias enfocadas a alcanzar esa calidad deberán centrarse indiscutiblemente en los actores educativos (docentes y estudiantes), en los ambientes educativos y en los escenarios educativos. Se requiere orientar a los(as) docentes y estudiantes a adelantar procesos investigativos y acciones que incrementen su capacidad de resolver problemas, de razonar, modelar y operar; lo cual posibilite un aprendizaje significativo y la consecuente preparación para la vida cotidiana.

Movilizar el pensamiento para generar actividades que induzcan ambos hemisferios del cerebro humano a crear un proceso interactivo, requiere identificar implicaciones de tipo pedagógico y didáctico en el que la vida dentro y fuera del aula de clases sirva para desarrollar un sistema de formación integrado que genere a su vez un mayor sentido para los (las) estudiantes sobre su formación.

Los avances en el estudio del desarrollo cognitivo, han afectado positivamente el espacio académico, puesto que han generado aportes significativos orientados hacia procesos de aprendizaje eficientes y eficaces y han iluminado estrategias de enseñanza que se utilizan como referencia para los(as)

docentes. Estos avances proyectados desde los nuevos descubrimientos en el desarrollo cognitivo, muestran diferentes medios y estrategias significativas para procesar información, tanto en el campo de la enseñanza como en el del aprendizaje.

Las enseñanzas de los(as) educadores(as) deben estar enfocadas a favorecer la actividad simultánea de los dos hemisferios en lo que lo secuencial, lo lógico, lo analítico y lo verbal, interactúen armónicamente con lo holístico, lo analógico, lo sintético, lo no verbal y lo emotivo; entre otros aspectos.

Es necesario llevar a plantear en el aula de clases estrategias didácticas que permitan pensar en palabras y pensar en imágenes, procesar la información parte por parte y como un todo, procesar desde las partes al todo y desde el todo hacia las partes; descubrir elementos de forma hablada y escrita y comunicar por medio de acciones e imágenes. Es aquí donde lo cotidiano cobra sentido y se convierte en el sustrato principal para activar los dos hemisferios; aprendiendo conceptos, ideando procedimientos y mostrando actitudes de compromiso por la búsqueda del conocimiento.

De acuerdo con lo anterior, la implementación de estrategias didácticas que proporcionen a los (las) estudiantes motivación, información y orientación para resolver problemas de tipo cotidiano y aprender significativamente su espacio y de su espacio, es una necesidad sentida en un campo académico que clama permanentemente por la inclusión del contexto en los procesos educativos.

La tarea hoy es implementar nuevas estrategias didácticas que involucren las vivencias cotidianas como gestoras de un nuevo sentido para aprender en los(as) estudiantes; y un nuevo motivo para enseñar en los(as) educadores(as).

La presente investigación plantea una alternativa didáctica basada en la resolución de problemas cotidianos desde la perspectiva de favorecer la formación de seres humanos que logren una mayor capacidad para analizar, comunicarse, interpretar el medio y plantear alternativas de mejoramiento en su contexto.

Si los(as) estudiantes no tienen bien desarrollado su pensamiento geométrico, tendrán dificultades para resolver situaciones problemas en los que se requiera explorar el espacio que les rodea, moverse libremente en todas sus actividades, analizar y organizar sistemáticamente alternativas de cambio.

Lo anterior exige del docente la generación de estrategias de enseñanza y aprendizaje tendientes a que los(as) estudiantes establezcan relaciones de tipo topológico, proyectivo y métrico, que estén entrelazadas con situaciones de la vida cotidiana y que le permitan a su vez, sostenerle la inquietud y motivación para actuar en función de resolver problemas y proponer ideas, que transformen favorablemente su entorno.

Para el desarrollo del pensamiento geométrico, los esposos Van Hiele han propuesto un modelo que toma como referencia cinco niveles de aprendizaje y cinco fases de enseñanza; los cuales guían al(a) docente en el diseño de experiencias de enseñanza adecuadas para el progreso del(a) estudiante en el campo de la geometría.

El desarrollo de esta investigación se centra en trasladar al aula de clases el modelo de Van Hiele, utilizando como referencia la resolución de problemas cotidianos y generando una estrategia didáctica desde la que se permita observar los avances de los(as) estudiantes en ámbitos y referentes temáticos propios del campo de la geometría; indagar por la consecuente incidencia que pueda tener en la acción educativa perteneciente al campo del aprendizaje de las matemáticas; articular nuevas estrategias de enseñanza respetando etapas y niveles de aprendizaje y crear motivación por el estudio.

El interés de aplicar la propuesta metodológica “La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos”, apunta a brindarles a docentes y estudiantes, nuevas alternativas de emprender el viaje hacia el conocimiento del mundo y sus particularidades, posibilitando elevar el nivel de calidad de la educación y poniendo en juego la integración de actores, escenarios y ambientes educativos, para lograr un desempeño que trascienda en la sociedad.

Estructura de la Propuesta Metodológica con fundamento en la solución de problemas cotidianos

El presente documento inicia con el planteamiento de un área problemática, en la cual se reflejan las carencias que tradicionalmente se han tenido para el desarrollo del pensamiento geométrico en la enseñanza de la geometría; enlazada a ésta área problemática, se presenta una justificación que integra las concepciones sobre el uso exigido de la geometría en el campo tecnológico y

las falencias que manifiesta el docente y el estudiante de geometría desde su inicio en educación básica para responder a esta exigencia, razón por la cual se impulsa una metodología basada en la solución de situaciones problema desde la cotidianidad, que pretende favorecer la reflexión orientada hacia la transformación de la enseñanza como objeto de estudio; y por lo tanto a hacer la definición del objetivo general, cual es el de validar una propuesta metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, orientada por el modelo de Van hiele y basada en la solución de problemas cotidianos.

El fundamento teórico del documento comienza presentando un estado del arte basado en dos aspectos generales: el aprendizaje significativo de la geometría y el aprendizaje según el modelo de Van Hiele, resaltando sus aportes y sus limitaciones. Prosigue con un marco teórico que sirve para sustentar la metodología aplicada, el cual se teje a partir una concepción del desarrollo humano desde la perspectiva de las potencialidades y continúa con una redefinición de los conceptos: educación, maestro y pedagogía; que entran en armonía con el concepto de didáctica y lo vincula con la comunicación como elemento determinante en el proceso de enseñanza. Finalmente este marco, muestra las posturas teóricas sobre el conocimiento matemático en general y el conocimiento geométrico en particular.

Partiendo de una reseña histórica, se muestran a profundidad algunos aspectos trascendentales para el desarrollo del pensamiento geométrico, en los cuales se asume la geometría no como una parte del área matemática sino como parte importante del entorno cotidiano; y luego de una definición afinada de la geometría, se sientan las bases teóricas para su aprendizaje y

enseñanza, las cuales se especifican y permiten la distinción de cada una de las fases de enseñanza y los niveles de aprendizaje expresados en el modelo de Van Hiele.

Con respecto a la enseñanza con fundamento en la solución de problemas, se presenta un recorrido histórico a través de algunos autores que han buscado dar explicación de lo que significa la enseñanza con base en problemas; y se resalta el papel del docente no como un protagonista principal del acto educativo sino como un facilitador al que le compete el problema metodológico para la aplicación de este tipo de enseñanza.

En el diseño metodológico planteado por los investigadores para dar respuesta a los objetivos propuestos, se destacan la sustentación sobre el tipo de investigación (cuasi experimental con enfoque empírico analítico) y la explicación de cada una de las etapas de la investigación. Posteriormente, al plantear la hipótesis orientadora y definir las características y operacionalización de variables, se hace un recuento de los rasgos generales de la población y se caracteriza la muestra objetivo de investigación teniendo en cuenta los referentes temáticos abordados (cuadriláteros, triángulos y proporcionalidad y semejanza) y los ámbitos a explorar sobre los cuales se medirán los avances (lectura de imágenes, representación bidimensional, representación tridimensional, transformación por traslación y transformación por rotación).

La interpretación y los resultados, se presentan inicialmente explicando los datos obtenidos por cada referente temático y ámbito establecido para la

prueba teórica (estándar), la prueba de desempeño (práctica) y la suma de los resultados de ambas pruebas, los cuales fueron recolectados durante el pre-test y el pos-test. Adicionalmente, se relacionan los datos anteriores estableciendo un contraste que permitió a los investigadores medir los avances en cada uno de los aspectos explorados, basándose en veintidós gráficas que muestran los porcentajes alcanzados en las diferentes pruebas por ámbito y por referente temático, tanto para el pre-test como para el pos-test; en cada uno de los cuales se utilizó una prueba estándar y una prueba de desempeño.

Finalmente se tejen las conclusiones desde el ambiente educativo vivido con la aplicación de la presente propuesta metodológica en la I. E. Rafael J. Mejía del Municipio de Sabaneta; y desde el análisis de los avances logrados por los(as) estudiantes pertenecientes al grupo experimental en los ámbitos y los referentes temáticos preestablecidos, en relación con los(as) estudiantes pertenecientes al grupo de control. Posteriormente con base en dichas conclusiones, se muestra un agregado de implicaciones curriculares desde las cuales se presenta una alternancia entre las que fueron generadas con la aplicación de la presente propuesta metodológica y las que fueron obtenidas por otras experiencias previas con objetivos similares; lo que permitió resaltar algunos elementos diferenciadores.

La propuesta metodológica con fundamento en la solución de problemas
cotidianos a la luz de la realidad educativa nacional

La aplicación de la propuesta metodológica planteada aquí, permitiría un aporte significativo a las instituciones educativas, no solo para la enseñanza y el

aprendizaje de la geometría en particular sino también de otras áreas específicas. Puesto que el modelo de los esposos Van Hiele ha sido probado con buenos resultados en otros campos diferentes a la geometría, como en economía y química; a estas áreas se podrían vincular nuevos proyectos que apunten a usar la relación de dicho modelo con la enseñanza y aprendizaje a partir de situaciones problema cotidianas. Esto podría responder de manera directa con la exigencia actual presentada por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, consistente en avanzar en la educación básica y educación media hacia un modelo de enseñanza por competencias.

Si la ruta exigida hoy por el Ministerio de Educación Nacional tiene como parámetro principal enseñar desde las competencias básicas; son tres los aspectos sobre los cuales debe girar esta exigencia: el saber, el saber hacer y el saber como, en un contexto determinado. La presente propuesta metodológica, señala un camino para verificar avances en los saberes desde el establecimiento de unos referentes temáticos y unos ámbitos de desarrollo de pensamiento propios del área de exploración, consistente en el planteamiento en el aula de clases de problemas cotidianos que generan en el estudiante motivación para la búsqueda del conocimiento. Es decir, que mientras los(as) estudiantes se encuentran en la búsqueda de soluciones a una situación problema planteada, van recolectando y relacionando con sentido información del área de estudio, desde la cual pueden identificar que tal información les sirve para algo.

Esta propuesta paralelamente muestra un camino que permite identificar el hacer de los(as) estudiantes al garantizar un espacio práctico desde el cual se

permite una verificación “in situ”, no solo de lo que el estudiante está desarrollando para dar solución a una situación problema planteada, sino también desde una encuesta directa que el docente facilitador le hace a su equipo de trabajo, para dar cuenta sobre lo que se está desarrollando y sus alcances. La aplicación de dicha estrategia, suministra información al docente sobre la conciencia que el (la) estudiante está construyendo en relación con lo que está aprendiendo.

Adicionalmente, la propuesta metodológica con fundamento en la solución de problemas cotidianos, presenta un modelo de evaluación de los aprendizajes que relacionan el saber, desde la aplicación de una prueba teórica (estándar), con el saber hacer y el saber como y por qué, desde la aplicación de otra prueba práctica (desempeño); las cuales se conjugan a través de ámbitos y referentes temáticos pre-establecidos, para responder de una manera amplia a la pregunta común de los(las) docentes al final de cada periodo académico: ¿qué tanto han avanzado mis estudiantes en el área que les enseño?

Igualmente desde el Ministerio de Educación Nacional de Colombia se está promoviendo en la actualidad la construcción del Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes (decreto 1290 de Abril de 2009 que deroga los decretos 230 y 3055 de 2002), en cuyos objetivos fundamentales se motiva tanto la evaluación por competencias como la valoración cualitativa(o cuantitativa) de los desempeños de los(as) estudiantes mediante el uso de una escala de calificación nacional (desempeño superior, desempeño alto, desempeño básico y desempeño bajo); que permita comunicar a la comunidad educativa nacional, regional y local, los diferentes resultados alcanzados por

los(as) estudiantes. Si dicho decreto establece como invitación(o exigencia) educar en competencias y evaluar en desempeños; la presente propuesta metodológica no solo responde con creces a dicha exigencia, sino que también se convierte en una guía actualizada que puede iluminar el camino para la enseñanza, el aprendizaje y la valoración de los aprendizajes de los(as) estudiantes de educación básica y media en Colombia.

1. AREA PROBLEMÁTICA

Las evaluaciones que durante muchos años se han hecho en el país para determinar el estado en que se encuentra el grado de conocimiento de la población estudiantil en el área de matemáticas, señala en términos generales una situación crítica. Esto se traduce en bajo rendimiento académico y por consiguiente en la deficiente preparación de dicha población para enfrentar, entre otras cosas, la construcción de conocimientos en los ámbitos de la educación superior. Esa falencia está indicando, muy seguramente, que también las metodologías de enseñanza pasan por ese estado crítico o que no son las más adecuadas; pues no toman en cuenta que cada área de la matemática requiere de un tipo de razonamiento distinto para su estudio debido a las notables diferencias que existen entre ellas. Las evaluaciones no solo miden conocimientos, también a través de ellas se pueden obtener rasgos de las actitudes de los(as) estudiantes frente al conocimiento en las áreas específicas, lo mismo que permiten identificar las posibles diferencias contextuales que entran a poner en juego puntos claves para la construcción de indicadores del desarrollo humano en las regiones.

El aprendizaje de la geometría es el más afectado por la situación antes descrita. Frecuentemente se observa que los contenidos geométricos en los colegios se sirven de manera mecánica, puesto que se les describen a los estudiantes una serie de axiomas y teoremas para memorizarlos y buscar supuestamente el desarrollo de habilidades especiales, mediante la realización de actividades demostrativas formales. Tal visión de la formación en geometría, exige que la comprensión del individuo que aprende, desde un primer momento, se ubique en un nivel de desarrollo mental muy alto y difícil de alcanzar.

La falla en la enseñanza de la geometría parece estar en la forma abstracta de demostrar las propiedades geométricas (fuente geometría activa). Tales metodologías de enseñanza carecen de actividades destinadas a la construcción del conocimiento geométrico por parte del estudiante, lo cual conlleva al desarrollo de un pensamiento rígido que impedirá extrapolar los aprendizajes del área de la geometría a la solución de problemas cotidianos.

La geometría ha sido desplazada a un segundo plano y en el mejor de los casos se ha convertido en una actividad vacía donde no se toma en cuenta que ella ayuda al individuo a entender, describir e interactuar con el espacio que lo rodea.

Se plantea una posibilidad de rescatar la enseñanza de la geometría, aplicando metodologías que han mostrado buenos resultados y adaptándolas a nuestra realidad. El modelo de Van Hiele es muy conocido en el mundo pero en nuestro medio ha sido pobre su utilización y menos aún su vinculación a propuestas

formativas a partir de problemas surgidos de la cotidianidad del individuo que aprende.

2. JUSTIFICACIÓN

Existe hoy un deseo muy generalizado hacia las profesiones de corte tecnológico promovido por el estado frente a quienes argumentan que la herramienta matemática es un elemento fundamental hacia el logro del éxito académico en lo tecnológico; hace falta que se tome conciencia de que casi todo el mundo ha de afrontar con mucha mayor frecuencia problemas espaciales que problemas numéricos, ya sea trabajando de albañil, de diseñador de ropa o de dibujante y en actividades cotidianas como estacionar el coche, jugar al tenis o montar una estantería. Si las matemáticas ofrecen una vía para comprender y apreciar el valor de nuestro entorno, una gran parte de esa apreciación será fruto de la comprensión y captación de lo espacial, por la sencilla razón de que nuestro ambiente físico lo es.

Aquí se asume el trabajo docente con la perspectiva de utilizar los problemas cotidianos como una propuesta pedagógico-didáctica para el trabajo escolar. Se trata de establecer un espacio donde se definen los problemas y temáticas de estudio, y se toman como puntos de partida con una alta carga motivacional ya que cuentan con una especial significación para los estudiantes, dada su conectividad con su vida cotidiana incluyendo los conflictos de su entorno social inmediato.

Esta propuesta gira en torno a una educación para la fundamentación científica, que tome en consideración el conocimiento de las distintas

disciplinas en sus enunciados más esenciales y proporcione los elementos metodológicos necesarios para que su aprehensión se dé en contextos significativos de aprendizaje, en los que la interdisciplinariedad y la integralidad coloque al estudiante en una concepción más holística y completa del conocimiento. Fundamentación científica que tenga como punto de partida la reflexión académica de los problemas de la cotidianidad; que se desarrolle desde una perspectiva práctica e investigativa y que integre los saberes de las ciencias naturales con los saberes de las ciencias humanas y el conocimiento común.

El propósito central de la enseñanza con fundamento en los problemas cotidianos no consiste únicamente en facilitar los caminos para acceder al conocimiento, sino, fundamentalmente, en potencializar la capacidad del estudiante para construir con imaginación y creatividad su propio conocimiento, desarrollando en él un espíritu científico y la disciplina del trabajo académico.

Se trata de una enseñanza basada en situaciones problema surgidas de la cotidianidad, a partir de las cuales es necesario agotar una primera fase de reflexión hasta que surja un problema que constituya el eje de la reflexión académico-científica, en torno a la cual se pueda articular un amplio espectro de saberes y conocimientos. Así, el problema docente aparece cuando la actividad intelectual desarrollada en la reflexión de la situación problema conduce al planteamiento y formulación de un problema en específico. Este genera un proceso intelectual encaminado a buscar la solución que le sea más adecuada.

El problema cotidiano no es propiamente el objeto de estudio. Se enfatiza en que es el resultado de una reflexión sobre el problema cotidiano lo que debe conducir a una transformación hacia un objeto de estudio. El docente debe proporcionar la forma que el estudiante llegue a concluir cómo los conocimientos que posee (conocimiento común) le son insuficientes para dar respuesta al problema que se ha formulado y que se hace necesario incursionar en la búsqueda de nuevos conocimientos que le permitan hacerlo.

Este es el punto de partida, el inicio de un proceso de inventario de recursos intelectuales y metodológicos que establecen el comienzo en la solución del problema, las necesidades teóricas y metodológicas para poder abordarlo, y el proceso cognoscitivo a seguir. La búsqueda de conocimientos para resolver problemas está condicionada por las posibilidades cognoscitivas de los estudiantes, su nivel de preparación y desarrollo intelectual y por la capacidad intelectual y metodológica del docente y su creatividad e ingenio para conducir el proceso; a esto se suma la disposición de recursos materiales de carácter técnico, científico, cultural, didáctico y bibliográfico.

3. OBJETIVOS

3.1 Objetivo general

Validar una propuesta metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, orientada por el modelo de Van Hiele y basada en la solución de problemas cotidianos.

3.2 Objetivos específicos

Identificar y caracterizar diferencias significativas en la adquisición de los conceptos geométricos en un grupo de estudiantes de décimo grado pertenecientes a la I. E. Rafael J. Mejía.

Definir una propuesta conceptual que le permita al docente, diseñar herramientas de apoyo para aplicación de la propuesta metodológica “La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos”

4. ESTADO DEL ARTE

Se presentarán algunos aspectos relevantes que acompañan el estado del arte del proyecto de investigación, así como los métodos estudiados en la literatura para la validación de estrategias de aprendizaje en el área de geometría, también se presentarán las debilidades y fortalezas de dichos métodos.

Los trabajos previos sobre el uso de modelos insertos en las diferentes propuestas metodológicas para la validación y evaluación de aprendizajes de la geometría a partir de la solución de problemas, muestran cómo esta área se ha constituido en un tópico de interés en los procesos de enseñanza y de aprendizaje; el uso de técnicas de evaluación y validación ha sido ampliamente difundido desde diferentes disciplinas como la psicología cognitiva, la pedagogía y la informática. Estas experiencias han dado cuenta del desarrollo del pensamiento espacial alcanzado por la utilización pertinente de situaciones problema en los procesos de aprendizaje, hasta el punto de constituir una rama importantísima de la investigación educativa.

4.1 El Aprendizaje significativo

Hablar de los aprendizajes significativos en el área de geometría basados en la solución de problemas implica necesariamente hacer una revisión a los métodos, metodologías, herramientas y principios que fundamentan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general y de la geometría en particular en diferentes contextos y escenarios.

Los aprendizajes significativos planteados según Ausubel (1963), son teorías cognitivas de reestructuración que se construyen desde un enfoque organicista del individuo y se centran en el aprendizaje generado en un contexto escolar. Estudios al respecto se encuentran en la teoría de la Educación de Novak (1997) en su relación pensamiento, sentimiento y acción, o los trabajos de Moreira (Moreira, 1997) cuando se expresa sobre de la evolución de los aprendizajes significativos como constructos. Este concepto de aprendizaje significativo se ha venido desarrollando a la luz de los aportes de la teoría de los Modelos Mentales de Jonson-Lird y de los Campos Conceptuales de Vergnaud.

4.1.1 Características de los aprendizajes significativos:

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información “se conecta” con un concepto relevante (“subsunsor”) preexistente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o

proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del estudiante y que funcione como un punto de “anclaje” a las primeras.

La interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los subsensores preexistentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva.

4.1.2 Aprendizaje significativo de la geometría

Respecto al aprendizaje significativo de la geometría (Villani et al, 1994), con base en una investigación de los procesos de justificación y prueba usados por los estudiantes de 9º y 10º grados, considera que las funciones principales del razonamiento son: entender, explicar y convencer; y apoyada en Lamper (1990), valora la libertad que se puede dar a los estudiantes de crear conjeturas experimentales al presentarse debates en el aula de clases sobre una situación problema planteada. Lo cual, como una aproximación pedagógica, representa un cambio progresivo hacia el razonamiento en geometría. Lo anterior muestra un acercamiento a lo que se puede considerar como el aprendizaje significativo de la geometría en el área de matemáticas y lo que es considerado por la comunidad matemática como un válido argumento matemático (Hanna, 1996).

Actualmente lo que los(as) estudiantes buscan aprender, lo que logran entender y las interacciones que tejen colectivamente en su clase y fuera de esta, son fundamentales en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Por lo tanto, las concepciones constructivistas y socioculturales (Vygotsky, 1978), en cuanto a los procesos de razonamiento, se pueden considerar que están en relación con una variedad de acciones que asumen los(as) estudiantes para comunicarse, explicarse y explicar a otros lo que perciben, lo que están pensando sobre un asunto en particular y lo que concluyen.

Algunos autores muestran ejemplos de las principales tendencias novedosas del razonamiento en geometría (Villani et al, 1994):

Jones muestra cómo los estudiantes se mueven entre un razonamiento visual intuitivo y un razonamiento deductivo cuando se someten a resolver problemas geométricos en un ambiente de aprendizaje basado en geometría dinámica.

Bartolini Bussi & Boero y Lehrer & Ronberg plantean una discusión sobre el desarrollo curricular y la investigación sobre el aprendizaje de la geometría desde el contexto.

Berthelot & Salin presentan una discusión sobre algunos aspectos del desarrollo del pensamiento espacial en el aprendizaje de la geometría. Lo cual permite una mejor comprensión del razonamiento visual.

Duval muestra un análisis meta-cognitivo de los procesos de razonamiento geométrico y sus interacciones con otros procesos de pensamiento, lo cual contribuye a definir tres funciones diferentes sobre el razonamiento en

geometría: la extensión, la demostración y la explicación. Igualmente relaciona tres procesos de pensamiento presentes para un aprendizaje significativo en geometría: razonamiento, visualización y construcción.

A continuación se presentarán algunos aportes relacionados con el aprendizaje significativo de la geometría, basado en la lectura del contexto, lo cual podrá acercar al lector a comprender algunas generalidades básicas que rigen el aprendizaje de la geometría a partir del planteamiento de situaciones problema:

Desde esta visión, según Villani (1994) al referirse al varios autores, el conocimiento geométrico puede ser construido de manera significativa en contextos que sirven como campos de experiencia (Bartolini Bussi & Boero) o como trampolines geométricos (Lehrer & Romberg). El contexto se debe asumir aquí como algo “realista” en un sentido amplio, pues según (Gravemeijer, 1994), “realista se refiere a aquello que es experiencialmente real para los estudiantes, incluyendo a las propias matemáticas. Una vez que los estudiantes han dominado algunas matemáticas, las propias matemáticas se transforman en un contexto”.

Existen diferentes currículos y proyectos de investigación en los cuales el concepto “realista” cobra diferentes significados y características especiales. En Italia Bartolini Bussi & Boero describieron los progresos de sus estudiantes en sus “campos de experiencias”, los cuales estaban basados en fenómenos que son notables a la historia de la cultura; Villani (1994). Herkowitz, Parzysz & van Dermolen (Gravemeijer, 1994, pp. 176-193), muestran como en Alemania se han desarrollado un gran acumulado de trabajos de investigación sobre la

educación matemática realista, la cual presenta aportes significativos para la enseñanza de la geometría; y finalmente Lehrer & Romberg, citados por Villani (1994), señalan algunos avances obtenidos con el trabajo de investigación y desarrollo de la geometría desde el contexto en EE.UU.

Adicionalmente, el progreso en la matematización en relación con el contexto, ha sido objeto de varios estudios de investigación al contrastarla con la geometría (Gravemeijer, 1994). La matematización es asumida como un proceso de organización mediante el cual los elementos de un contexto son transformados en objetos geométricos y sus relaciones. Los estudios han consistido en confrontar a los(as) estudiantes con situaciones problema que se perciben y resuelven en un contexto geométrico realista, en las cuales investigan las características que se mantienen constantes en las figuras geométricas luego de ser sometidas a diferentes cambios. Es en esa interacción con el contexto, donde los(as) estudiantes van construyendo sus acciones mentales (matematizan).

En el proceso de matematización, Bartolini Bussi & Boero valoran la evolución del contexto interno en los estudiantes, a través de actividades desarrolladas en campos de experiencia; y sus estudios los han llevado a plantear que el conocimiento geométrico, construido como una herramienta en un campo de experiencia específico, se transforma en un objeto geométrico explícito el cual puede ser implicado mientras interacciona con otro campo de experiencia Villani (1994). Por su parte en Hershkowitz afirma que la matematización en geometría requiere de razonamiento geométrico, desde lo cual expresa que

“Las diferentes clases de razonamiento y explicaciones, emergen de la necesidad de actuar geoméricamente para matematizar en diferentes campos de experiencia y son parte de las similitudes y diferencias entre estos ambientes geoméricos. Es el cambio de -lo que veo- a -cómo lo veo- de acuerdo con el cambio de posición de uno mismo, el que invita al aprendiz a hacer uso de herramientas geométricas reinventadas por los mismos alumnos” (Hershkowitz, 1989).

Lehrer & Romberg en una de sus investigaciones citadas por Villani (1994), activaron la necesidad en sus estudiantes de 2° grado de realizar el diseño de una sobrecama; actividad en cual identificaron un proceso sencillo de matematización, puesto que partiendo del conocimiento informal de los niños sobre la sobrecama, motivaron su acercamiento a las matemáticas del plano. “La necesidad de los niños de explicar a sus profesores y a sus compañeros lo que ellos están haciendo y porqué, los empuja a inventar un sistema de notación. Este sistema de notación les permite, en un estadio posterior, descubrir y explicar muchos hechos geoméricos acerca de las composiciones de las transformaciones en la esencia de los cuadrados y sus diseños”.

En general se puede afirmar que los trabajos desarrollados sobre el aprendizaje de la geometría desde el contexto, permiten evidenciar la presencia de las diferentes funciones del razonamiento. Y si los(as) estudiantes en la búsqueda de la matematización, razonan; explican y construyen, expanden sus conocimientos en geometría; es decir, aprenden significativamente.

4.2 El proceso de aprendizaje según el modelo de Van Hiele

Aplicar el modelo de Van Hiele, implica asumir el aprendizaje como un proceso inductivo. Para comprenderlo, se parte del hecho que en un nivel (n-1) pueden ser estudiadas varias situaciones limitadas de los objetos geométricos; mientras que en un nivel (n) se suponen conocidos los conceptos del nivel (n-1) y se explicitan las relaciones que estaban implícitas en el nivel anterior, aumentando así el grado de comprensión del conocimiento (Beltrametti & otros, 2000). El modelo de Van Hiele propone un plan que permite favorecer el progreso entre niveles, por lo tanto no es solo de carácter descriptivo sino completo (Jaramillo, 2003). Además debe asumirse que “estos niveles son inherentes a la elaboración del pensamiento; son independientes del método de enseñanza usado. Sin embargo, es posible que ciertas formas de enseñanza no permiten alcanzar los niveles superiores, pues los métodos de pensamiento usados en esos niveles permanecen inaccesibles a los estudiantes” (Fuys David, 1985).

Los esposos Van Hiele, plantean que la idea en lo que respecta a la relación entre la enseñanza de la geometría y el desarrollo de la capacidad de razonamiento, es que la adquisición en un estudiante con buenas habilidades de razonamiento es fruto de su propia experiencia (Jaramillo, 2003). El término experiencia la cual no sólo se refiere a lo que se adquiere en las aulas, sino a todas las experiencias que pueden afectar a la comprensión del concepto.

Según Van Hiele el paso de un estudiante de un nivel al siguiente es una función del aprendizaje: La transición de un nivel al siguiente no es un proceso natural, tomando lugar bajo la influencia del programa de enseñanza aprendizaje, (Crowley, 2006). Las fases del modelo son: (1) Información, (2) Orientación directa, (3) Explicitación, (4) Libre orientación e (5) Integración; las cuales podrían ser comparadas con el “principio de fases consecutivas” de Polya, las de aprendizaje en ciclos de Dienes y la “dinámica del pensamiento matemático” de Leone Burton. Desde lo anterior, se puede afirmar que se pueden aplicar diferentes métodos de enseñanza que tengan como objetivo que los estudiantes realicen experiencias y que aquellos métodos orientados por los docentes en los que el(la) estudiante actúe pasivamente, no serían los más adecuados (Jaramillo, 2003).

Experiencias de uso del modelo de Van Hiele en el aprendizaje de la geometría

El trabajo de los esposos Van Hiele, en lo que respecta a su modelo, comenzó a darse a conocer a partir de la década del 70; el interés por este modelo ha ido creciendo y desde él se han realizado muchas investigaciones basadas en sus teorías. Su denominador común es la insistencia en aplicarlo a cuestiones geométricas de niveles educativos elementales o medios. En la actualidad existen líneas de investigación que siguen centradas en el estudio de problemas geométricos de mayor complejidad (Jaramillo, 2003). Desde 1982 se han venido desarrollando algunos proyectos de investigación con el objetivo unidos por común, cual es el de realizar una revisión curricular (referida a la

geometría) aplicando dicho modelo. Se destacan a continuación algunos proyectos llevados a cabo en diferentes partes del mundo:

En Rusia, la geometría siempre ha formado una parte importante del currículo de matemáticas en los siglos diecinueve y veinte. Esta soberbia tradición fue influenciada sin duda por (e instrumentalizada en) los logros de varios geómetras rusos en los dos siglos pasados.

Tradicionalmente el currículo de geometría en Rusia consiste en dos fases, textualmente, una fase *intuitiva* para los grados 1° a 5° y una fase de *sistematización* (deductiva) a partir del grado 6° (12/13 años).

En los años sesenta los investigadores rusos emprendieron un análisis comprensivo de las fases intuitiva y de sistematización para encontrar respuestas a la pregunta de por qué los alumnos que mostraban un buen progreso en otros temas escolares, presentaban poco progreso en geometría.

En su análisis, la teoría de Van Hiele tuvo gran peso. Por ejemplo se encontró que al final del grado 5° (antes de comenzar la fase de sistematización que requiere por lo menos el nivel 3 de comprensión) solo 10-15% de los alumnos estaban en nivel 2. La principal razón para eso era la atención insuficiente a la geometría en la escuela primaria. Por ejemplo, en los primeros cinco años, los alumnos trabajaban sólo con 12-15 objetos geométricos (y su terminología asociada) principalmente en actividades de nivel 1. En contraste, en el primer tema tratado en el primer mes de grado 6°, se esperaba que los alumnos trabajaran con 100 objetos y su terminología, y exigiéndoles el nivel 3 de comprensión. (De lo contrario, el profesor debía tratar de introducir contenidos

nuevos en tres niveles simultáneamente). No es sorprendente que hayan descrito el período entre grados 1° y 5° como un "*período prolongado de inactividad geométrica*".

En consecuencia, los rusos diseñaron un currículo experimental de geometría muy exitoso basado en la teoría de Van Hiele. Descubrieron que un factor importante era la secuencia y desarrollo continuos de conceptos desde el grado 1. Como fue reportado por Wirzup (1976), el alumno promedio de Grado 8° del currículo experimental mostró igual o mejor comprensión geométrica que los de grado 11° y 12° del currículo antiguo.

Adicionalmente, de los estudios desarrollados en EE.UU se pueden destacar los siguientes:

Proyecto Chicago "*Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*", Universidad de Chicago: dirigido por Zalman Usinskin, con el propósito analizar la habilidad de la teoría de Van Hiele para describir y predecir el resultado de los estudiantes de geometría en la escuela secundaria (Usinskin, 1982); para lo cual se aplicó una prueba a 2700 estudiantes como muestra representativa del país, de 13 escuelas repartidas en 5 estados, cuyas edades se encontraban entre los 11 y 20 años; se utilizaron 4 test estándar, dos de ellos diseñados por el proyecto. Los resultados obtenidos más destacados en el proyecto fueron los siguientes:

- 1) El quinto nivel no puede ser detectado; pues los niveles más alto del nivel cuatro, son difíciles y no tienen valor práctico (Crowley, 2006).

- 2) Un estudiante no puede estar en un nivel n de van Hiele, si no ha pasado a través del nivel $n-1$ (Usinskin, 1982).
- 3) Decisiones arbitrarias respecto al número de respuestas correctas necesarias para obtener un nivel, pueden afectar al nivel asignado a muchos estudiantes (Usinskin, 1982).
- 4) Los niveles de Van Hiele pueden servir para predecir los resultados actuales y posteriores en geometría (Usinskin, 1982).

El Proyecto Brooklyn "*Geometric Thinking among adolescents in inner city schools*", Brooklyn College; (Fuys David, 1985): se desarrolló con estudiantes de 6º y 9º grados. El proyecto fue dirigido por Davis Fuys y Dorothy Geddes del Brooklyn College. Contenía cuatro actividades a realizar: traducción de los materiales, fuente de Van Hiele, del alemán al inglés, y el desarrollo de documentación más detallada sobre la versión conductista de los niveles; desarrollo de tres módulos de evaluación-instrucción para ser usados con sujetos en entrevistas clínicas; entrevistas con alumnos de sexto y noveno grados; análisis de los niveles de razonamiento sobre material de geometría en tres series de libros de textos de EE.UU.

De los resultados más destacados se pueden citar:

- 1) El IV nivel propuesto por Van Hiele puede ser caracterizado operacionalmente por la conducta, y es útil para describir en los estudiantes el nivel de entrada y el "nivel potencial" del proceso de pensamiento en las tareas geométricas.

- 2) Puede considerarse la existencia de periodos entre los niveles. Un(a) estudiante que se encuentre en un periodo de transición entre dos niveles, estará fluctuando entre el nivel n-1 y el nivel n de pensamiento.
- 3) Los niveles parecen ser complejas estructuras que envuelven los desarrollos de ambos, conceptos y procesos de razonamiento, aplicables a muchas de las tareas, (Burger, 1986).

Proyecto Oregon *“Assessing children’s intellectual growth in geometry”*, Universidad de Oregon, (Burger, 1986): el estudio se centró en responder a las siguientes tres preguntas: ¿son los niveles de Van Hiele útiles para describir el proceso de pensamiento de los estudiantes en las tareas de geometría?; ¿pueden los niveles ser caracterizados operacionalmente por la conducta de los estudiantes?; ¿puede un procedimiento de entrevista ser desarrollado para revelar los niveles predominantes en el razonamiento en una específica tarea de geometría? (Burger, 1986).

Aparte de responder afirmativamente a las preguntas anteriores, el proyecto de investigación destacó los siguientes resultados:

- 1) La entrevista escrita y desarrollada con cuidado, es útil, lo mismo que los formularios de análisis mediante los cuales el evaluador identifica los niveles de razonamiento pre-encontrados.
- 2) “Los niveles aparentan ser estructuras complejas envolviendo el desarrollo de conceptos y procesos de razonamiento, aplicables a muchos ambientes de tareas (Burger, 1986).

3) Tal y como teorizó Van Hiele, cuando un estudiante se encuentra en un periodo de transición entre un nivel y otro, esto señala que tales niveles son más dinámicos que estáticos (Burger, 1986).

Con las conclusiones de los tres proyectos anteriores, se puede afirmar que mientras los proyectos Oregon y Brooklyn asumían como consecuencia la validez de la teoría (Jaramillo, 2003), el proyecto Chicago validó la teoría de Van Hiele. Además estos proyectos siguieron sus apreciaciones centrándose en la geometría como marco de su investigación, aunque se pueden encontrar unas pocas investigaciones que se salen de este ámbito.

También se puede citar el trabajo desarrollado por Schmeck -INVENTARIO DE PROCESOS DE APRENDIZAJES--, el cual permitió evaluar los estilos de aprendizaje contemplando dos tipos de factores: Intercontextuales y Cognitivos; y que se constituyó en la primera medida de estilos de aprendizaje que se aplicó a 129 sujetos. En su aplicación no tuvo en cuenta otros ítems como: pensamiento, memorización y estilos cognitivos, los cuales fueron agregados por él mismo en 1988 (Ruiz, 1996).

En la Universidad de Zulia (Venezuela), en 2001, se aplicó un modelo utilizando la teoría de Van Hiele, el cual hizo seguimiento a 40 estudiantes, tomando dos grupos (experimental y control); al primero se le aplicó el modelo Van Hiele y con el segundo se trabajó el modelo tradicional de enseñanza. Se realizó una prueba diagnóstica a ambos grupos, que mostró deficiencias en ambos. Con los resultados de ambos grupos en las pruebas parciales, se midieron las diferencias de medias con la prueba "*t*" *Student*. Se ejecutaron diferentes actividades para avanzar de un nivel a otro y se hicieron entrevistas

para determinar implicaciones psicoafectivas. En este modelo se determinaron diferencias significativas entre el grupo de control y el experimental, y un cambio actitudinal positivo con las actividades. Los estudiantes lograron alcanzar el nivel 3 de Van Hiele, y solo tres (3) de los cuarenta, alcanzaron el nivel 4 (Lobo, 2004).

Desde lo anterior, se puede notar que distintas experiencias de aprendizaje de la geometría y proyectos como: Chicago *“Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry”*, Universidad de Chicago (Usinskin, 1982), Oregon *“Assessing children’s intellectual growth in geometry”*, Universidad de Oregon (Fuys David, 1985) y Brooklyn *“Geometric Thinking among adolescents in inner city schools”*, Brooklyn College (Burger, 1986), evidencian la presencia de problemáticas desde la insuficiencia de los modelos encontrados para validar estrategias por el modelo de Van Hiele; toda vez que no contemplan íntegramente el comportamiento de las variables para un tratamiento adecuado de la información.

¿Será entonces posible determinar avances desde los resultados del aprendizaje significativo, en unos ámbitos propios del pensamiento geométrico y en unos referentes temáticos propios del área del conocimiento geométrico, a través del uso de situaciones problema cotidianas orientadas por el modelo de Van Hiele, con una propuesta metodológica que permita evaluar íntegramente su impacto en el proceso de enseñanza y aprendizaje? Este es uno de los interrogantes que subyace para el presente proyecto de investigación.

5. MARCO TEORICO

Dentro de las perspectivas del desarrollo humano se pueden destacar cuatro fundamentales: la perspectiva de los derechos, la perspectiva de las necesidades, la perspectiva de las capacidades y la perspectiva de las potencialidades.

La perspectiva de las potencialidades muestra al ser humano como un sujeto en pleno desarrollo desde la infancia hasta la adultez; “expresado en sus modificaciones estructurales o comportamentales, que pueden valorarse objetivamente en la persona con métodos e instrumentos en cualquier momento del proceso” (Cinde, 2004), para lo cual coexisten una serie de dimensiones (biológico-madurativa, cognitiva, lingüístico-comunicativa, ético-moral, erótico-afectiva, lúdica, productiva y socio-política) que no pueden actuar en el ser humano de manera aislada, sino que asumen su desarrollo como un asunto integral, en el sentido que confluyen todas ellas, e integrado, en el sentido que deben actuar de manera armónica. Se reconoce en todas y cada una de las dimensiones un equilibrio dinámico que no está exento de la presencia de crisis ni de los avances permanentes que plantean una “reconfiguración sucesiva de estructuras, esquemas y patrones; que posibilitan al individuo pasar de un estado de menor desarrollo a un estado de mayor desarrollo” (Cinde, 2004).

Se puede plantear el desarrollo del pensamiento dentro del marco de desarrollo humano, ubicándose en la perspectiva de las potencialidades y centrándose en la dimensión cognitiva desde un enfoque aportado por el paradigma cognitivo del procesamiento de la información. En este paradigma tienen influencia

distintas disciplinas científicas y pueden encontrarse por lo tanto ideas y autores con concepciones de distinto orden (el constructivista piagetiano, el sociocultural vigotskyano y el meta-cognitivo, entre otros). Dicho paradigma se presenta con las siguientes características para el desarrollo del pensamiento:

- Se interesa por el proceso mediante el cual se dan las representaciones mentales y cómo éstas guían los actos del sujeto en el medio físico y social
- El sujeto que aprende es un agente activo que no solo acumula información sino que la organiza dentro de su sistema cognitivo general y en la interacción de su interior con su exterior, otorga permanentemente nuevos significados a la realidad
- Parte de los supuestos teóricos en los que se presentan modelos de procesamiento de información y de la representación del conocimiento, para tratar de responder cómo funciona la memoria sensorial, a largo y corto plazo y cómo se activa la información procedimental (habilidades, destrezas y estrategias) y la información condicional – contextual (conceptos, principios y reglas)
- Se incluye la inferencia como recurso central para estudiar los procesos y las representaciones mentales

5.1 Educación, maestro y pedagogía

Michel Foucault, en su hermenéutica del sujeto, define la educación partiendo de su significado gramatical. Expresa que el término *educat* no procede de

educare sino de educere, el cual significa tender la mano y conducir hacia afuera; contrario esto a entender la educación con un sentido instruccional que implique simplemente la transmisión de una información teórica o técnica. Se trata de generar una acción que permita abrir paso a un individuo de forma tal que, apoyado en una mano segura, pueda salir de un estado de stultia y pasar a un estado de sapientia. El individuo entonces, a través de la educación, debe “tender hacia un estatus de sujeto que no conoció en ningún momento de su existencia” (Foucault, 1994, p.139), más allá de pensarse como sujeto que busca un saber para sustituir su ignorancia.

El individuo no puede dar ese importante paso de un estado al otro actuando individualmente; la constitución de sí mismo como sujeto que actúa hacia la búsqueda de su propia libertad y autonomía, solo puede lograrse por medio de “la presencia, la inserción, y la intervención del otro” (Foucault, 1994, p.138). Ese otro que actúa como mediador en la relación del individuo con su constitución de sujeto, como escribe Foucault, “no es un educador en el sentido tradicional del término, que va a enseñar verdades, datos y principios, ni mucho menos es un maestro de la memoria” (Foucault, p. 138). El educador ha de considerarse como el otro de aquel sujeto que busca su autonomía y libertad, o como plantea Joan-Carles Mélich: “el educador escucha la palabra del otro y él mismo se transforma en esta palabra y se renueva... es aquel que transmite la palabra dicha, pero no para que éste la repita, sino para que la renueve, la vuelva a decir, la convierta en palabra viva” (Mélich, 2002, p.51). El educador ha de constituirse por lo tanto, como un sujeto ético que permita tender la mano al otro y dejarle pasar. Ese actuar ético debe asumirlo como un acto de

responsabilidad, que cuide la palabra viva y que progresivamente vaya alejándose del “adoctrinamiento como la perversión de la educación” (Mélích, p. 52).

Se asume por lo tanto que la educación es básicamente acción constructiva y creativa, en la que un sujeto pone en juego su discurso para participar con su propia vida de la re-creación de quienes participan como nuevos o como viejos en un entramado de relaciones, que encuentran sentido en su participación, en la participación de los otros sujetos y en la trascendencia que tal participación tendrá para transformarse en un entorno de crecimiento permanente que no tendrá fin; pues las potencialidades del hombre no son un asunto finito, sino un conjunto que busca armonizarse permanentemente.

Adentrándose en la raíz etimológica, el término pedagogía tiene como significado, educación del niño (conducir al niño), y su aceptación actual se amplía y trata de aclararse aún más, puesto que se refiere a las distintas formas de la educación en la que interactúan tanto la reflexión teórica como el desarrollo de las actividades prácticas. Algunos autores se introducen en la discusión de si la pedagogía es ciencia, técnica, arte, filosofía o filosofía práctica (Universidad Nacional de Educación a distancia, 1993), pero es preciso comprometerse con la afirmación de que la pedagogía exige una articulación lógica de las ciencias, las técnicas, las artes y la filosofía; que permita aportarle a la educación un proceder práctico fundamentado en una reflexión teórica.

El enfoque anterior dispone a aceptar que los asuntos pedagógicos pueden ser tratados desde diferentes perspectivas, y que cada una de ellas genera sus respectivas implicaciones. Entre dichas perspectivas de la pedagogía, algunas citadas por Bouché son las siguientes:

- La pedagogía de la filosofía de la educación: si se busca reflexionar acerca de los problemas profundos de la educación
- La pedagogía general: si se busca hacer un análisis crítico de los métodos y técnicas de la educación
- La pedagogía de las didácticas: la cual se inclina hacia la enseñanza de las diferentes disciplinas
- La pedagogía experimental: si se lleva a cabo una reflexión que se amplía con análisis científicos
- La pedagogía diferencial: es considerada como un subconjunto de las ciencias de la educación; incluyendo la pedagogía entre las ciencias aplicadas

Desde la perspectiva de la pedagogía de las didácticas, algunas implicaciones pedagógicas que pueden favorecer el desarrollo del pensamiento son las siguientes:

- La enseñanza debe estar orientada hacia la búsqueda de aprendizajes significativos y hacia el desarrollo de habilidades, para lo cual se hace necesaria la creación de un contexto que movilice en el educando lo cognitivo, lo motivacional, lo afectivo y lo creativo

- El educando es un sujeto activo en el que se presenta un aprendizaje permanente, el cual posee un acumulado de saberes previos y competencias que deben ser potenciados con nuevos aprendizajes y habilidades, de forma tal que aprenda y solucione problemas
- El docente debe actuar en función de generar y organizar experiencias didácticas que permitan al educando activo aprender significativamente, aprender a aprender y aprender a pensar, por lo cual ya no es el profesor tradicionalista transmisor de información, ni es el protagonista principal del acto educativo; sino un ser que está comprometido con sus educandos para que le encuentren sentido a los contenidos del curso, compartiendo con ellos y ellas estrategias didácticas que los(las) impulsen a profundizar autónomamente en la búsqueda del conocimiento. Lo anterior exige del docente el uso creativo de diferentes estrategias cognitivas de enseñanza, entre las cuales se podría señalar las siguientes:

Enseñar a pensar a través de actividades de exploración, experimentación, resolución de problemas y reflexiones, en torno a temas propuestos por anticipado o que aparecen en discusión por sorpresa

Mantener atentas las expectativas sobre los objetivos a largo y corto plazo del programa propuesto, a través de la participación activa de los estudiantes en la programación de las actividades cotidianas para el aprendizaje significativo

Crear un clima propicio para que los educandos actúen autónoma y competentemente, reconociendo sus avances y dificultades, de forma tal que trasformen positivamente la concepción de si mismo

Generar actividades de valoración y diagnostico que procuren no ser entorpecidas por la prisa y la inmediatez que exige el cumplimiento de un programa

- Debe aceptarse que dentro del aula de clase existen diferentes tipos de aprendizajes
- En el aprendizaje estratégico se considera como tarea significativa, la solución de problemas
- Al evaluar, el(la) docente debe centrar su atención en los procesos cognitivos que va experimentando el educando durante el aprendizaje, teniendo presente el nivel que ha llegado a construir con sus interpretaciones significativas y el nivel desde el cual ha sido capaz de darle un sentido funcional a ellas. La evaluación y sus estrategias se deben realizar de acuerdo con el tipo de contenido que se esté abordando, sean estos conceptuales, procedimentales o actitudinales.

- Los procesos de enseñanza deben distinguir claramente:

Las metas y los objetivos educativos que vinculen el conocimiento, la comprensión, la aplicación, el análisis, la síntesis y la evaluación

Los tipos de contenido a desarrollarse, los cuales pueden ser clasificados en tres tipos específicos: conceptuales (conceptos y principios),

procedimentales (habilidades y destrezas) y actitudinales (actitudes, normas y valores)

La organización y secuencia lógica de los contenidos

Las estrategias de enseñanza, que dinamicen los procedimientos y recursos desde los cuales el (la) docente facilitará el logro de aprendizajes significativos

5.2 Didáctica

De la didáctica, como en cualquier otra disciplina, también puede decirse que ha sido objeto de una evolución que se ha materializado en los diferentes contextos políticos de influencia. Hay algo en ella que sigue estable, aunque sus ámbitos necesariamente se han modificado, y es con relación a su objeto de estudio y a la condición de progreso constante reclamado desde todas las dimensiones que intervienen en lo educativo. La pregunta hoy es: ¿Se piensa en términos didácticos cuando se habla de procesos educativos? o quizás ya nadie piensa en lo específico del proceso didáctico porque se ha fragmentado en diversas especializaciones para cada ámbito de acción. Si bien el objeto de estudio de la didáctica puede ser abordado entre las diversas ciencias para los fines de la enseñanza, su encargo principal es hacia la preparación del hombre para la vida, lo cual es a nuestra interpretación, la didáctica general y que según Carlos Álvarez, "... es la ciencia que estudia como objeto el proceso docente educativo dirigida a resolver la problemática que se le plantea a la

escuela: la preparación del hombre para la vida pero de un modo sistémico y eficiente" (Alvarez de Zayas, 2000).

Autores como De la Torre y Barrios (Torre & Barrios, 2000), consideran unas fases históricas en la didáctica, así:

- Fase instrumentadora. Representada por Comenio y entendida como método de enseñar
- Filosófica aplicativa. En la Escuela Nueva entendida como
- Explicativa y normativa. En el positivismo hasta llegar a ámbitos interdependientes y más o menos diferenciados de Currículo y Didáctica
- Epistémica o de los paradigmas de la racionalidad en la actualidad.

Recogemos una definición que consideramos integradora y por tanto cargada de significados:

“La Didáctica es un campo científico de conocimientos teórico-prácticos y tecnológicos, cuyo eje central es la descripción-interpretación y práctica proyectiva de los procesos intencionales de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en contextos de relación y comunicación para la integración de la cultura con el fin de transformarla” (González, 1996).

Esta definición integra en su seno los elementos esenciales que ayudan a comprender el amplio ámbito de la disciplina. Una consideración acá se hace más como explicitación que como matización; y es que en el momento actual la intencionalidad última sea ciertamente la de transformar la cultura entendida

ésta; como una transformación del “saber” cultural que pasa (aunque deba hacer énfasis en lo histórico y social) por la individualidad y lo personal.

Por ofrecer un contraste, recogemos otra definición también orientadora:

Según Fernández Huerta (1985), “la didáctica tiene por objeto las decisiones normativas que llevan al aprendizaje gracias a la ayuda de los métodos de enseñanza”. (Didáctica: concepto, objeto y finalidades).

En cualquier caso, el carácter científico, técnico y artístico de esta disciplina, parece indiscutible, y podría extraerse de cualesquiera de las definiciones a las que atenderíamos: ciencia normativa, prescriptiva y aplicativa, que se debe a la comprensión e intervención en ámbitos formales y no formales, y siempre allá donde se desarrolle una función de docencia aunque sea indirecta.

Desde una perspectiva semántica se considera que toda situación didáctica se constituye por una intencionalidad, una enseñanza, un aprendizaje, procesos de enseñanza-aprendizaje, formación e instrucción. Algunos autores subrayan, además, el factor comunicativo, incluyendo explícitamente elementos como la comunicación de conocimientos, y el sistema de comunicación.

Conectando las definiciones de la didáctica con su objeto, resulta que todos los elementos remiten a la transformación que se hace de la realidad social y personal e inevitablemente, a la propia dialéctica entre esos mismos elementos; esto es, un proceso didáctico que se inicia con unas intencionalidades y con un determinado estado de cada uno de los elementos, ya desde el primer momento, supone una dinamicidad tal que obliga a considerarlo innegablemente como una realidad procesual.

En este sentido, consideramos que lo didáctico se nutre y define principalmente como campo de acción, lo cual lleva a establecer claramente la relación entre la teoría y la práctica. Cuando el propio objeto de estudio es, en parte, la praxis, parece obligado abundar en esa relación. Según obras recientes, la didáctica actual ha pasado de establecer su círculo de progreso de Teoría-Práctica-Teoría a otro de Práctica-Teoría-Práctica; lo que es parecido a asumir como hace Grundy (1987), que la actividad de desarrollo del currículo es una forma de praxis o acción práctica en la que los elementos constitutivos son la acción y la reflexión. Tienen lugar en el mundo real, no en el hipotético. Se hace efectiva en el mundo de la interacción, el mundo social y cultural. El mundo de la praxis es el construido, no el natural. Supone un proceso de construcción de significados, reconociendo este proceso como construcción social (Didáctica: concepto, objeto y finalidades).

Nos parece particularmente certera esa aproximación al campo de acción de la didáctica, y consideramos que concuerda con muchas de las líneas de trabajo que, desde diferentes perspectivas, parecen confluir en ella.

Acerca de la dimensión comunicativa con relación a la incidencia del emisor (profesor), del receptor (estudiante), del mensaje y del canal en la consideración de esa transformación social y personal como realidad procesual didáctica, es preciso hacer algunas anotaciones sobre la teoría cognitiva que acompaña una propuesta didáctica.

5.3 Cognición y Comunicación

De la teoría se sabe que el individuo cuenta con ciertas estructuras cognitivas organizadas jerárquicamente para el aprendizaje. Según la teoría Psicogenética de Piaget el aprendizaje tiene su origen en la acción conducida con base en una organización mental previa. La organización mental está constituida por estructuras y las estructuras por esquemas debidamente relacionados. La estructura cognitiva determina la capacidad mental de la persona. El alumno debe aprender mediante su propia acción y la labor del profesor consiste en crear un contexto favorable para el aprendizaje. Por su lado, el modelo constructivista tiene su estructura en el desequilibrio-reordenación- equilibrio que le permite a la persona superarse constantemente.

A la luz de la teoría cognitiva, los significandum del emisor (docente) pueden llegar a convertirse en significados, siempre que el mensaje llegue a ser codificado mediante un sistema de signos y símbolos bien conocidos por el receptor. El conjunto de signos y símbolos válidos para la comunicación en un grupo social dado es lo que conocemos como lenguaje. Es importante enfatizar acá dos dimensiones propias de los signos lingüísticos que tienen gran incidencia sobre los resultados de la comunicación. Se trata de las funciones semántica y pragmática. La función semántica es el resultado de su decodificación, mientras que la función pragmática es la pérdida de significado acontecida en cada acto de codificación/decodificación. Adviértase, por tanto, la importancia que tiene para el emisor (docente) el dominio de la semántica, así como el control de la pérdida de significado

Para advertir la eficacia de la comunicación, será preciso añadir algún tipo de control que compare los resultados logrados con los significados pretendidos. Cuando tal control no se limita a la constatación de los resultados sino que condiciona acciones posteriores del emisor, retroalimentando el sistema, se completa el circuito y el proceso puede ser continuo y optimizante.

En síntesis, el proceso mediante el cual se aprende es un proceso de comunicación. Según la perspectiva esté en el emisor o en el receptor, la comunicación permitirá hablar de enseñanza o de aprendizaje.

El aprendizaje humano no se reduce a un encadenamiento de estímulos y respuestas. La complejidad de los mensajes y de los dos actores, emisor y receptor, no permiten hablar de comunicación didáctica como equivalente a una comunicación electrónica. El receptor del mensaje no es un espejo pasivo que acumula asépticamente información, sino un sistema psicobiológico que asimila información *en virtud de sus propios esquemas receptivos*.

La manera como un mensaje se convierte en un producto de aprendizaje, constituye precisamente uno de los puntos más polémicos y tratados en la historia de la educación y hoy ha dado lugar a la variedad de teorías psicodidácticas que intentan explicarlo.

Al margen de concepciones filosóficas sobre el modo como se adquiere el aprendizaje, existen unas realidades que se refieren a la incidencia de cada uno de los elementos integrantes del proceso comunicativo:

En la educación intencional y sistemática es el(la) docente quien asume el papel de emisor. Aunque progresivamente irá perdiendo su papel

preponderante, al tiempo que avanza en perfección y maduración, en primera instancia es el(la) docente el primer responsable de la planificación, control y ejecución del proceso comunicativo. Es necesario asignarle ciertas condiciones para que pueda cumplir con eficacia su papel de emisor: Habilidad comunicativa, nivel de conocimientos, actitudes respecto a la comunicación, referencia al marco socio-cultural. La habilidad comunicativa, expresada mediante una adecuada codificación que le permita al emisor emplear los signos y símbolos más acordes con los significados pretendidos, incluye el conocimiento de la capacidad del receptor para decodificar, y los recursos oportunos para despertar el interés y fijar la atención hacia el mensaje. Esto constituye un aspecto importante en tanto que el(la) docente se tendrá que cuidar de utilizar el vehículo más efectivo, dentro del proceso comunicativo, que permita generar en el educando una gran carga de motivación que a su vez le facilite el proceso de decodificación, por su capacidad de despertar intereses y de despertar respuestas.

El receptor (estudiante) es el eslabón más importante del proceso de comunicación. La eficiencia en la decodificación estará condicionada por las habilidades y actitudes del receptor, entendiendo las primeras como el dominio del lenguaje con el que se transmite el mensaje y los hábitos de saber escuchar, leer y pensar. Con respecto a las actitudes, entran en juego las esperanzas y creencias del sujeto respecto el resultado de la comunicación, pero también respecto el emisor y al contenido del mensaje.

Incluso en la concepción más mecanicista de la planificación educativa aparece la denominada "conducta de entrada". Esta adaptación haría referencia tanto a

las habilidades receptoras como a las esperanzas puestas en el proceso y sus resultados. El siguiente texto de Berlo insiste sobre el tema:

“Cuando la fuente elige un código para su mensaje, tiene que elegir uno que le resulte conocido al receptor. Cuando la fuente selecciona el contenido con el fin de reflejar su propósito, habrá de seleccionar uno que tenga sentido para su receptor. Al tratar un mensaje, cualquiera que sea la forma en que lo haga, una parte de este tratamiento estará determinada por su análisis de la habilidad en la comunicación por parte del receptor (decodificador), por sus actitudes, su conocimiento y su posición en el contexto socio-cultural” (Berlo, 1960).

Hasta aquí se ha considerado al receptor como equivalente al educando, pero es obvio que se trata de un reduccionismo, si se entiende la comunicación educativa como un proceso dinámico, de interacción interpersonal. El educador es básicamente emisor-codificador, pero también se convierte en receptor decodificador de los mensajes emitidos por el educando, sean verbales o no verbales. Del mismo modo, el receptor es al tiempo su propio emisor en una comunicación intrapersonal.

Con relación al mensaje, éste hace referencia a los conocimientos y modelos comportamentales que pretenden transmitir la comunicación educativa. Tres son los factores que condicionan la fidelidad del mensaje según Berlo (1960): El código, el contenido y la forma de transmitirlo. En principio, es la naturaleza del mensaje quien determina el código a emplear, pero cabe la opción de utilizar varios a la vez: lingüístico, gráfico, gestual, etc. Cuando el educador planifica el proceso educativo, escoge el código en función de la información

que desea entregar; pero también puede hacerlo por otros criterios, tanto de tipo pragmático como estructural. Así por ejemplo, se puede enseñar música mediante el código internacional del pentagrama o mediante otro de números y colores, si así lo aconsejase una determinada situación didáctica. Al hacer referencia a criterios estructurales se pensaba en el empleo de código en función de razones sociales, políticas o culturales; tal sería el caso de emplear un idioma u otro y el de considerar determinadas opciones dentro de un mismo idioma.

Bernstein por su parte, ha investigado el fracaso escolar en función del código empleado en la escuela, que resulta ser el de la clase alta o el de la clase media, del cual se hallan distanciados los niños provenientes de las clases bajas: “Los enunciados de las clases pudientes producen significaciones universalistas, mientras que las clases obreras producen significaciones particularistas, estrechamente vinculadas al contexto” (Bernstein, 1977).

La comunicación educativa escolar tendrá, como consecuencia, la misión de enriquecer el código lingüístico de los alumnos partiendo, de manera progresiva, del que éstos emplean. Cabe conjugar el propósito del perfeccionamiento con el de la adaptación a las características de los sujetos insistiendo también que no se trata de perpetuar códigos pobres, que incapaciten para el pensamiento científico y abstracto, sino de partir del código habitual de los educandos para acercarlos a los más complejos.

Respecto al contenido, vale la pena responder a la pregunta: ¿Qué transmitir? En principio el campo es prácticamente infinito, pero si nos limitamos a la

educación formal le incumbe la síntesis y condensación consciente de la totalidad de la cultura.

Se podría debatir el tipo de cultura que más habitualmente se transmite en el sistema educativo formal, en donde se advierten unos principios generales:

- Los contenidos del mensaje dependen directamente de los propósitos de la comunicación, esto es, de los objetivos.
- En igualdad de propósitos los contenidos han de estructurarse de manera progresiva, de modo que sean asequibles a la capacidad e intereses de los educandos receptores.
- En cuanto el receptor sea capaz, los contenidos habrán de plantearse problemáticamente de modo que surja la crítica reflexiva y la creatividad.

En síntesis, la educación tiene, respecto a la cultura, la doble misión de conservarla y mejorarla, mediante la integración madurativa de cada individuo. La aculturación del individuo durante los primeros años de vida es el mecanismo primordial entre todos los que contribuyen a la estabilidad de la cultura, mientras que el mismo proceso al operar sobre personas más maduras, es de primerísima importancia en la producción del cambio.

En cuanto a la forma de tratamiento, se puede definir el tratamiento de un mensaje como las decisiones que toma la fuente de comunicación al seleccionar y estructurar los códigos y el contenido; respondería a la pregunta: ¿cómo comunicar el mensaje?

Aunque el tipo de tratamiento que reciba el mensaje depende tanto de los contenidos como del código empleado (no es lo mismo transmitir contenidos de física que de arte pictórico, y esto mismo puede hacerse mediante códigos orales, escritos o gráficos), el tratamiento es también en función de los propósitos del emisor y las características del receptor.

En cuanto a los propósitos, piénsese la distinta forma de tratamiento que otorga el emisor a los contenidos cuando desea imponerlos sin reflexión (adoctrinamiento) o cuando espera la libre aceptación por parte del educando.

Por lo que se refiere al sujeto receptor, sólo recordar que los momentos evolutivos tienen sus propias exigencias para hacer posible la captación del mensaje, y que la capacidad crítica no aparece hasta un cierto estadio del desarrollo.

Con referencia al canal, se emplea este término como exclusivamente referido al medio de soporte del contenido del mensaje. Esto ha fundamentado una vertiente muy importante de los estudios recientes sobre enseñanza y ha caracterizado toda una época de la tecnología didáctica.

En educación, el empleo de determinados canales da lugar a sistemas bien característicos de comunicación, tales como los sistemas de enseñanza a distancia y los de auto-aprendizaje. Una evolución panorámica interesante sobre la evolución histórica y las posibilidades comunicativas de los diferentes medios de comunicación es la que presenta Cloutier, según la cual nos hallaríamos hoy en la fase de los selfmedia que abren la era de la comunicación individual superándose así la etapa de la comunicación de masa

y las anteriores de la comunicación de élite y de comunicación interpersonal (Cloutier, 1975 Les Presses. de L'Université de Montreal).

Sólo si nos limitamos a las posibilidades técnicas de cada canal de comunicación tiene sentido que el profesor del aula se plantee preguntas como las siguientes: ¿qué tipos de mensajes deben ser transmitidos oralmente en el aula?; ¿qué tipos de mensajes debieran ser transmitidos visualmente, por medio de libros?; ¿qué tipos de mensajes debieran ser transmitidos visualmente pero en forma no verbal, a través de imágenes más bien que de palabras?; entre otras.

El campo de investigación sobre la funcionalidad de los diferentes canales de comunicación queda abierto a nuevas perspectivas si en vez de hablar de eficacia en abstracto, se contemplan como estructuradores de los mensajes y se supera la vieja consideración de simple soporte. De este modo la selección del canal podrá hacerse en función del tipo de aprendizaje que se pretende, puesto que cada uno de ellos genera un sistema propio de signos al tiempo que transmite información.

5.4 Conocimiento matemático

Sobre el conocimiento matemático escolar existen varias posturas teóricas de filósofos que han sido desarrolladas a través de la historia. Estas posturas pueden ser extrapoladas al momento actual y para generar variedad de implicaciones didácticas, convertirlas en elementos de apoyo y de esta manera

materializar y validar sus concepciones teóricas. Entre dichas posturas teóricas y sus concepciones se pueden destacar las siguientes:

- El platonismo: considera que las matemáticas existen y han existido como un acumulado de verdades independientes de la actividad creadora del ser humano y de sus conocimientos previos.
- El logicismo: asume a las matemáticas como una vertiente de la lógica, e igualmente que “la lógica matemática es una ciencia que es anterior a las demás”, coincidiendo con el pensamiento Aristotélico. Considera además que existen dos lógicas diferentes: la deductiva (de los postulados generales a los específicos) y la inductiva (de las informaciones específicas al postulado general).
- El formalismo: considera las matemáticas como una creación de la mente humana, la cual se encarga de relacionar postulados, axiomas y teoremas; respetando unas reglas simbólicas preestablecidas. En la medida que se es coherente con las reglas, más cerca se está de una premisa formalizada.
- El intuicionismo: los sentidos se convierten en elementos fundamentales de recepción primaria, a partir de los cuales la mente realiza sus elaboraciones. Considera que las matemáticas se pueden construir desde la intuición, sin ocuparse de la manera como puede estructurarse en la mente dicha construcción.
- El constructivismo: considera, como el intuicionismo, que las matemáticas son una construcción de la mente, y que solo tienen existencia

real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. Es importante para esta teoría, la manera como el individuo aprende y organiza la información en su mente, y la manera como el maestro lo moviliza para que se convierta en un ser activo.

Hoy se puede contar con una nueva visión del conocimiento matemático escolar que clama por la promoción de condiciones apropiadas, que permita generar la construcción de conceptos matemáticos como un asunto social lleno de sentidos y significados simbólicos y que responda a las necesidades e intereses de los educandos del mundo actual; para lo cual es indispensable la organización de un acumulado de prácticas que involucren el contexto con un sentido lógico, y que se construyan con un esfuerzo individual y colectivo.

Ahora las experiencias que conllevan a manipulación, observación, experimentación y confrontación de argumentos desde lo práctico, se han ganado suficiente respeto como procesos de construcción de conocimiento; siendo hoy un apoyo fundamental para la comprensión y la reflexión teórica que afianza a los educandos de una manera más efectiva en la formalización de conceptos y procedimientos matemáticos.

Lo anterior redefine la didáctica de las matemáticas sin desviarse de asumirlas como un legado cultural, pero concediéndole un papel activo de protagonismo al sujeto de la educación, en el que es importante tanto el objeto de enseñanza como el de aprendizaje. Es la dimensión social del proceso educativo la que replantea la didáctica de las matemáticas, alejándola de la cerrada

consideración de un aprendizaje orientado únicamente hacia lo conceptual riguroso, y lo transforma hacia la relectura del contexto, creando situaciones problemáticas que permitan al estudiante y al maestro explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas, reflexionar sobre modelos y estimular representaciones informales y múltiples, hasta llegar a desplegar periódicamente niveles de formalización y de abstracción que busquen dar respuestas humanizantes a problemáticas reales de la vida diaria.

La generación de situaciones problemáticas propuestas a los y las estudiantes desde las matemáticas, deben movilizarlos(as) tanto afectiva como cognitivamente, y desde su planteamiento, se debe crear un ambiente de búsqueda de solución que no se desligue de los objetivos del aprendizaje; aunque tales situaciones provengan de la vida cotidiana, de las matemáticas mismas o de otras ciencias.

5.5 Geometría en la historia y la cotidianidad

La geometría como área de estudio posee una historia entrelazada con la cotidianidad del ser humano, que la destaca como una disciplina en plena evolución y que sobrepasa los límites formales de definiciones, conceptos, teoremas y axiomas. Hoy se presenta como una ciencia que permea lo cultural y sus dimensiones, en los campos social, científico y tecnológico. Por lo tanto, esa variada dimensionalidad de la geometría, hace señalar a través de la historia cómo ha contribuido para crecer en los aspectos visuales, conceptuales y abstractos en relación con las actividades humanas.

En la prehistoria se reproducían situaciones de la realidad y se creaban algunos símbolos para comunicar ideas mediante dibujos, se hacían adornos simétricos y construcciones con forma geométrica. La geometría hizo su aporte desde las necesidades creadas de medición de tierras, longitudes, áreas y volúmenes.

Con Grecia la geometría pasó de resolver asuntos prácticos a convertirse en disciplina científica. Euclides en su obra “Los Elementos” (300 a.C.), planteó una sistematización de lo desarrollado hasta el momento, contrastando elementos conceptuales con un sistema axiomático de carácter deductivo. Ésta geometría de Euclides se enseñó aproximadamente durante 2000 años.

En el siglo XV, algunos artistas del renacimiento como Leonardo da Vinci, hicieron su aporte a la geometría desde su dimensión estética. Posteriormente, ya en el siglo XVII, esos métodos artísticos se combinaron con el álgebra para dar como resultado la Geometría Analítica. Para finales del siglo XVIII, de esa combinación de aspectos visuales y conceptuales, los métodos de representación de objetos tridimensionales a través de dibujos, generaron la Geometría Descriptiva.

Para el siglo XIX, estudiosos de la geometría como Bolyai- Lobachevsky y Riemann, plantearon las geometrías no euclidianas, cambiando la concepción de los axiomas como verdades evidentes y pasando a ser consideradas como puntos de partida, para sistemas matemáticos. De esta forma los estudios en geometría, dieron un salto fundamental en su historia, puesto que pusieron su acento más en asuntos matemáticos-conceptuales de orden abstracto, que en

los asuntos intuitivos-visuales, los cuales buscaban dar respuesta a problemas de la vida cotidiana. Fueron publicados entonces, en 1899, los “Fundamentos de la Geometría Hilbert”, los cuales se convirtieron en un llamado hacia la búsqueda de la plataforma algebraica de la geometría.

El siglo XX se inició con el desarrollo de la teoría de los espacios vectoriales y, en sus últimas décadas, el desarrollo tecnológico permitió llegar a la geometría fractal, como consecuencia de la sincronía entre el análisis numérico y el aspecto visual, apoyados por el computador.

Para el siglo XXI, es necesario destacar los avances en biología con el apoyo de la teoría de los nudos, en realidad virtual con la geometría proyectiva, en el diseño de unidades de CD con la teoría de los códigos y el renacer de la geometría euclidiana con el apoyo de los diferentes software.

La anterior reseña histórica, donde se señalan solo algunos aspectos importantes, sirve como referencia para afirmar que siendo la geometría una disciplina científica, no proviene solo de la ciencia matemática, sino también de la cotidianidad del ser humano, lo que la hace definir como una ciencia viva; puesto que es alimentada por las artes, las técnicas, la naturaleza, las otras ciencias y la tecnología. Esta situación, permite tejer con ella una entramado de relaciones que revalidan permanentemente su aprendizaje.

5.6 Geometría

“La geometría tiene una larga historia siempre ligada a las actividades humanas, sociales culturales, científicas y tecnológicas. Ya sea vista como una ciencia que modela nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, cambia y evoluciona permanentemente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas. En ese sentido, el conocimiento geométrico no existe únicamente en los enunciados formales ni puede considerarse como algo absoluto e impersonal. Por el contrario, se convierte en algo relativo a las experiencias individuales y grupales que, mediadas por diversas herramientas materiales o simbólicas, producen diversos niveles de sofisticación del conocimiento, útiles para resolver problemas, interpretar hechos o dar explicaciones, entre otras cosas” (Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta, 2004, p. 1).

Según Melchor Gómez (Gómez), la primera idea que se tiene de Geometría es exploración del espacio. El espacio es lo que nos rodea, por donde nos movemos. Pero una definición rigurosa de espacio es: medio continuo, tridimensional, de límites indefinidos que contiene todos los objetos y donde se desarrollan todas las actividades. Y una idea más rigurosa de Geometría es la de ciencia que tiene por objeto ANALIZAR, ORGANIZAR Y SISTEMATIZAR los conocimientos espaciales.

Las relaciones espaciales son las distintas conexiones que podemos hacer entre los elementos que se encuentran en el espacio. Estas relaciones y

elementos se agrupan en tres grandes bloques, que según Piaget, determinan el orden en que son adquiridos por los niños:

Relaciones topológicas: Son aquellas relaciones que no varían por una deformación bicontinua (ni por estirar ni por girar). Hay una serie de elementos y relaciones geométricas que no varían ante determinados cambios (estiramientos y giros), y que precisamente por esa invarianza son más asequibles al conocimiento del niño.

Relaciones proyectivas: Son las relaciones que varían al cambiar el punto de vista desde donde se miran. El espacio se ordena en tres dimensiones que se corresponden con los tres ejes de nuestro sistema de referencia habitual (sistema cartesiano).

El movimiento en el espacio supone servirse de puntos de referencia por los cuales se puede localizar la posición y la dirección de los objetos. El desarrollo de la apreciación espacial está relacionado directamente con la capacidad de usar estos puntos de referencia.

Relaciones métricas: Son todas las relaciones que dependen de las medidas. El círculo, el cuadrado, el triángulo, y el rectángulo son las formas planas que inicialmente se deben distinguir, reconocer y reproducir a temprana edad. Éstas capacidades de reconocimiento, distinción y reproducción necesitan, en gran parte, del manejo adecuado del concepto de medida (de lados o ángulos) por lo que se consideran actividades fundamentalmente métricas.

5.7 Aprendizaje de la geometría

Si se parte de la consideración que el desarrollo del pensamiento geométrico es fundamental para el desarrollo humano, se hace necesario establecer claramente que la geometría ha ido evolucionando mediante la interrelación de los procesos de visualización, justificación y aplicaciones instrumentales, los cuales sirven para resolver problemas de la vida cotidiana o de una ciencia específica (Piedrahita, 2007). Esto se logra a través de la modelación del mundo para su interpretación, la comprensión de los conceptos que permiten generar y enlazar teorías, axiomas y teoremas construidos y de esta forma encontrar puntos comunes entre diversos campos de conocimiento.

De acuerdo con el texto “Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales” (Castiblanco et al, 2004), del Ministerio de educación Nacional de Colombia (2004), los investigadores Villiers (1999) y Moreno (2002), han concluido que el aprendizaje de la geometría es un proceso cognitivo complejo, en el cual se activan los siguientes procesos específicos del desarrollo del pensamiento:

- Los procesos de visualización y de justificación formal e informal
- Los procesos de significación de objetos y propiedades geométricas
- Los procesos de abstracción y generalización del conocimiento matemático
- Los procedimientos prácticos y los soportes teóricos propios de la geometría

Un acceso al conocimiento geométrico se logra mediante la interacción de los procedimientos anteriormente descritos, lo cual permite hacer un aporte para la resolución de problemas de las ciencias específicas o de la cotidianidad; además de hacer un aporte fundamental para el avance de la teoría perteneciente al ámbito matemático.

Son tres los aspectos fundamentales con los cuales se puede orientar el aprendizaje de la geometría:

Visualización: para su desarrollo se requiere armonizar las dificultades con las potencialidades asociadas a la percepción visual

Justificación: Para su desarrollo se requiere armonizar la coherencia y cohesión del discurso deductivo con la visualización

Construcción geométrica: Para su desarrollo se requiere enlazar la visualización, la justificación y la aplicación de características geométricas específicas.

5.7.1 *Visualización*

Se asume que los procesos de visualización se basan en la actividad cognitiva en geometría. El estudiante debe ir evolucionando en la forma de mirar los objetos, desde percepciones visuales simples, hasta aquellas que le permiten explorar el potencial heurístico de la visualización. Se podrían nombrar tres niveles que permiten desarrollar el proceso de visualización, ellos son:

Nivel global de percepción visual. Este nivel debe ser el primero en ser explorado en la enseñanza de la geometría puesto que permite dar una mirada matemática de las figuras, las cuales se pueden vincular con los objetos geométricos y sus relaciones específicas. La percepción global de las imágenes es el aspecto más esencial del proceso de visualización, para la asociación de figuras a objetos físicos comunes del entorno.

Nivel de percepción de elementos constitutivos. Para este nivel la orientación o tamaño de las formas, pasan a un segundo plano de interés y se consideran como prioritarias las relaciones entre los elementos constitutivos de los cuerpos. Es así como, en este nivel de visualización, no es solamente importante la percepción de la forma global, sino también los elementos particulares que la constituyen; lo que lleva a ejecutar un análisis en varias dimensiones (tres, dos, una o cero dimensiones). Los enunciados que indican la relación de los elementos particulares de las imágenes, permiten desde el punto de vista matemático, construir conceptos y relaciones geométricas. Igualmente, los enunciados verbales de las características ayudan a centrar la atención en aspectos que no son percibidos de manera espontánea, lo que moviliza más rápidamente la percepción visual.

Se puede admitir, sin necesidad de expresarlo desde un enunciado, que existen relaciones geométricas que se pueden asumir fácilmente con solo observar las figuras; tal es el caso de la colinealidad de puntos, la relación par lineal o par vertical, entre otras. Igualmente, la orientación permite identificar las direcciones (arriba y abajo, adelante y atrás, izquierda, derecha, vertical y horizontal). Cuando se presentan figuras complejas, en muchas oportunidades

se requiere descomponer dichas figuras en otras más simples, lo que requiere poner en juego dos aspectos importantes para la potenciación de la percepción, como son el solapamiento y la complementariedad.

Nivel operativo de percepción visual. En este nivel, las transformaciones visuales que se hagan sobre las figuras no necesariamente requieren que el discurso actúe como mediador; “ya no se trata únicamente de la percepción de características de una configuración, sino de una manipulación mental de las subconfiguraciones, para obtener otra disposición significativa y útil” (Castiblanco et al, 2004, p. 13).

5.7.2 *Justificación*

Los discursos cotidianos, que nos permiten comunicarnos en los campos de la actividad humana, deben ser diferenciados de los discursos deductivos propios de la actividad geométrica. Ante tal situación, es claro que muchos estudiantes se confunden y no identifican la diferencia que existe entre una justificación deductiva y una argumentación en la cual se pone en uso el lenguaje natural.

En el camino que se recorre para desplazarse desde una etapa de aprendizaje de carácter informal a una etapa de carácter formal, el discurso va siendo igualmente afectado y apoyado por el aspecto de visualización, hasta llegar a tejer un entramado discursivo compuesto por proposiciones y reglas lógicas. En este trasegar, el aprendizaje de la geometría exige cada vez un razonamiento más preciso y riguroso en el manejo del lenguaje geométrico, lo que se va logrando en la medida que se vinculan nuevas definiciones y teoremas.

El paso del discurso informal al discurso formal, se ve reflejado desde la visualización de una figura y sus configuraciones. En este proceso se pueden relacionar proposiciones por asociaciones tangibles y espontáneas, hasta lograr trascender la visualización de la figura y pasar a relacionar con ésta un acumulado teórico basado en definiciones, teoremas y axiomas, para llegar a conclusiones con sentido geométrico. Estos axiomas, teoremas y definiciones, forman una cadena articulada de manera lógica que lleva la hipótesis hasta la tesis.

Existe un vacío significativo entre la argumentación informal y la argumentación formal, la cual se ve profundizada en la medida que los(as) estudiantes no diferencien adecuadamente los discursos y los(as) maestros(as) no generen estrategias para superar esta dificultad. Puesto que este proceso de transformación del discurso debe hacer énfasis en la interpretación y explicación de situaciones perceptivas y teóricas, el punto de partida del proceso de justificación no deberá ser como el acostumbrado convencionalmente, que utiliza definiciones preestablecidas y no exploradas ni descubiertas por los(as) estudiantes.

5.7.3 *Construcción geométrica*

Entre la posición plenamente perceptiva (razonamiento) hasta esa posición plenamente formal (teórico deductivo), se encuentra un espacio de exploración y de creatividad denominada construcción geométrica.

Siendo la construcción geométrica un dibujo técnico exige un uso adecuado de los instrumentos de medida y está predeterminada por diferentes reglas de construcción, para asegurar la representación de un dibujo correcto geoméricamente. Él debe reflejar tanto el cumplimiento de las propiedades geométricas, como la posibilidad de extraer generalizaciones y conclusiones que lo legitimen, puesto que allí se corresponden axiomas y teoremas en un tejido teórico, que a su vez, se debe convertir en un elemento dinámico.

Es en ese ser elemento dinámico, como la construcción geométrica se convierte en impulsadora del desarrollo del pensamiento deductivo, puesto que: “las propiedades explícitamente construidas se convierten en premisas, siendo las conclusiones otras propiedades verificadas en la construcción, pero que de alguna manera son espontáneas” (Castiblanco et al, 2004, p. 17).

La construcción geométrica relaciona propiedades, favorece la argumentación, valida afirmaciones en un contexto específico y es un punto de apoyo fundamental para las demostraciones.

5.8 Enseñanza de la geometría

La geometría es una herramienta para comprender e interactuar en el espacio que nos rodea, pero es a su vez una disciplina científica que está fundamentada en la formalización.

Los docentes que acompañan a sus estudiantes en el aprendizaje de la geometría, deben generar un ambiente de aprendizaje diversificado que busque potencializar sus distintas dimensiones. Entre las dimensiones que

abarca la geometría según Castiblanco y otros (2004); Mammana y Villani (1998) han planteado las siguientes, tratando de ubicarla en relación con las matemáticas, las ciencias y la vida cotidiana:

- Es una ciencia del espacio y de la forma. Desde sus raíces como herramienta para describir y medir figuras, se han ido constituyendo teorías, ideas y métodos, mediante los cuales podemos construir y estudiar modelos idealizados del mundo físico o de fenómenos que acontecen en el mundo real
- Es un método para representar visualmente conceptos y procesos de otras áreas como las matemáticas, las ciencias naturales y las ciencias sociales
- Es un punto de encuentro entre la matemática vista como una teoría abstracta y la matemática vista como un recurso de modelación
- Es una fuente para el desarrollo del pensamiento hasta llegar a construir una teoría formal
- Es una oportunidad para la enseñanza del razonamiento deductivo

Al ser vista la matemática hoy como una actividad propia de la cotidianidad humana, la geometría ha comenzado a verse igualmente como parte de esa cotidianidad, con un acumulado de dimensiones desde las cuales se puede generar un aprendizaje activo que trascienda lo curricular, permitiendo un acercamiento afín entre las matemáticas, las ciencias sociales y las ciencias naturales.

Se debe aceptar que la geometría es una ciencia cambiante de evolución continua que supera las proposiciones formales constituidas por ese entramado complejo de teorías, axiomas y teoremas; la cual se va construyendo mediante procesos cognitivos que relacionan los análisis geométricos con la comunicación de dichos análisis. Dichos análisis se realizan de manera individual o grupal y utilizan como mediadores, cuerpos concretos o simbólicos que a su vez van generando un avance en el conocimiento y van permitiendo interpretar, plantear y resolver situaciones problema.

La enseñanza de la geometría desde una perspectiva multifacética, permite al estudiante avizorar un conocimiento geométrico útil para su vida cotidiana. Toda situación geométrica ofrece la posibilidad de explorar, formular, experimentar, explicar y demostrar; igualmente, permite modelar matemáticamente situaciones para resolver problemas de las ciencias sociales y las actividades humanas.

De acuerdo con el nivel escolar, y respetando la etapa evolutiva de los estudiantes, se debe hacer énfasis en una u otra dimensión de la geometría. Autores como Niss (1998) y Van Hiele, citados por Mary Crowley (Crowley), sugieren primero profundizar en la dimensión empírica de la geometría que acerque al estudiante a la representación del espacio en el cual convive. Posteriormente, en la(s) siguiente(s) etapa(s), es necesario entrar a comprender las relaciones entre los objetos tridimensionales y sus representaciones bidimensionales; para finalmente, en los niveles superiores de educación básica y media, profundizar en conocimientos geométricos más amplios y formales, que permitan en los(as) estudiantes experimentar, validar y

trasladar a diferentes contextos, los conocimientos adquiridos desde la geometría.

Durante el cubrimiento de las anteriores etapas, Nilss y Van Hiele han sugerido, para las primeras etapas, una serie de actividades orientadas a fortalecer los tres tipos de relaciones espaciales (topológicas, proyectivas y métricas); actividades orientadas a la exploración, la descripción, la clasificación y la representación de objetos concretos del plano y del espacio, movimientos en el plano, identificación de trayectorias y la ubicación espacial y nociones de regularidades evidenciadas físicamente y orientadas a fortalecer pruebas sencillas y a identificar reglas propias de la aritmética.

En las etapas subsiguientes se sugieren una serie de actividades encaminadas a buscar un sistema de identificación de patrones de regularidad para llegar, desde las hipótesis informales, hasta las generalizaciones formales. De esta manera, se permitirá ir evidenciando un avance en la competencia argumentativa para llegar a la producción, mediante un enfoque deductivo, de las teorías axiomáticas. Cobran importancia aquí la construcción de definiciones teóricas, la identificación de propiedades geométricas, las estrategias demostrativas, la formulación y resolución de problemas de aplicación y la interrelación de teorías geométricas.

5.9 Modelo de Van Hiele

El modelo de Van Hiele (Van Hiele, 1957), describe cómo se lleva a cabo el desarrollo del razonamiento geométrico en los estudiantes y cómo se les puede

acompañar para hacer que avancen de un nivel de pensamiento a otro. El modelo divide el conocimiento en cinco niveles de razonamiento; en cada uno de los cuales se plantean diferentes fases de aprendizaje de contenidos y habilidades, que permiten a los estudiantes pasar de un nivel de pensamiento a otro más avanzado. Es decir, en un nivel primario pueden ser estudiados ciertos planteamientos emanados por algunos aspectos básicos geométricos, mientras que en un nivel secundario se asumen conocidos los aspectos del nivel primario y se explican las relaciones pertenecientes a él pero que estaban implícitas y no habían podido ser descubiertas. De esta manera se presenta avance en el proceso de pensamiento geométrico y aumenta el grado de comprensión de los conceptos.

Los siguientes son los niveles de pensamiento con las respectivas denominaciones y caracterizaciones:

Nivel 0: Básico, reconocimiento o visualización. Los individuos perciben las figuras como un todo global, por su apariencia física y no por sus partes o propiedades; están conscientes del espacio sólo como algo que existe alrededor de ellos. No reconocen las partes y componentes de las figuras. No explicitan las propiedades determinantes de las figuras. Una persona que funciona a este nivel puede aprender un vocabulario geométrico, identificar formas especificadas y, dada una figura, reproducirla.

Nivel 1: Análisis. Los individuos comienzan un análisis de los conceptos geométricos; pueden analizar las partes y propiedades particulares de las figuras. A través de la observación y la experimentación, los estudiantes

empiezan a discernir las características de las figuras pero no explican relaciones entre propiedades de distintas familias de estas, ni entienden las definiciones.

Nivel 2: Deducción informal. Los individuos pueden establecer las interrelaciones en las figuras y entre figuras; identifican las figuras por sus propiedades pero son incapaces de organizar una secuencia de razonamientos que justifiquen sus observaciones puesto que no comprenden el significado de la deducción como un todo ni el rol de los axiomas. Se pueden seguir pruebas formales; pero los estudiantes no ven cómo el orden lógico podía ser alterado ni perciben tampoco cómo articular una demostración a partir de premisas diferentes o no familiares. En este nivel se pueden comprender las primeras definiciones que describen las interrelaciones con sus partes constituyentes.

Nivel 3: Deducción formal. Los individuos pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad desde otra. De esta manera entienden el significado de la deducción como un procedimiento válido para establecer una teoría geométrica utilizando un sistema de axiomas, postulados, definiciones y teoremas. Pueden construir demostraciones, verificar la validez en el desarrollo de una prueba de varias maneras, entender la interacción de condiciones necesarias y suficientes y distinguir entre una afirmación y una contra-afirmación.

Nivel 4: Rigor. Los individuos están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos (axiomáticos), Pueden estudiar geometrías no euclidianas y compararlas y apreciar la consistencia, la independencia y la

interrelación de los axiomas que conforman los fundamentos de la geometría. Este último nivel, en el que la geometría se puede captar en forma abstracta, debe ser considerado como una categoría aparte.

Van Hiele propuso cinco fases de enseñanza que guían al docente en el diseño de experiencias de aprendizaje adecuadas para el progreso del estudiante en su aprendizaje de la geometría. Él afirma que la instrucción desarrollada de acuerdo con esa secuencia, promueve la adquisición de un nivel. La descripción de las fases es la siguiente:

Fase1: Discernimiento (interrogación/información). En esta fase se presentan a los estudiantes situaciones y preguntas de trabajo, dando el vocabulario y las observaciones necesarias para desarrollarlo. El maestro y los estudiantes llevan a cabo conversaciones y actividades acerca de los objetivos de estudio para ese nivel. Los propósitos de esa actividad son que el maestro(a) reconozca qué saberes previos poseen los estudiantes acerca del tema y a su vez, los estudiantes reconozcan en qué dirección se dará el estudio posterior del mismo.

Fase 2: Orientación dirigida. En esta fase se propone a los estudiantes una secuencia de actividades graduadas a realizar y explorar. Los estudiantes exploran el tema de estudio mediante materiales que el maestro ha ordenado cuidadosamente. Esas actividades podrían revelar gradualmente a los estudiantes las estructuras características de este nivel desde el tema tratado. Se proponen aquí actividades breves, diseñadas para lograr respuestas específicas.

Fase 3: Explicitación (explicación). Los estudiantes, una vez realizadas las experiencias, expresan sus resultados e intercambian comentarios acerca de las estructuras que han estado observando. Durante esta fase el estudiante estructura el sistema de relaciones exploradas. El maestro orienta su acompañamiento en el uso de un lenguaje cuidadoso y apropiado, sin dar explicaciones a profundidad. Es durante esa fase que el sistema de relaciones del nivel desde el tema tratado comienza a hacerse claro.

Fase 4: Orientación libre. Con los conocimientos adquiridos, los estudiantes aplican sus conocimientos de forma significativa a otras situaciones distintas y más complejas a las presentadas previamente, pero con una estructura comparable. Se plantean a los estudiantes tareas que pueden ser completadas de varias maneras y tareas de final abierto, lo que permite darles libertad para que se encuentren con sus propias maneras de resolver los problemas.

Fase 5: Integración. Los estudiantes repasan y sintetizan lo que han aprendido con el objetivo de unificar e interiorizar las nuevas redes de objetos y relaciones. El maestro puede apoyarse en estas síntesis. Al final de la quinta fase, los estudiantes han alcanzado un nuevo nivel de pensamiento. El nuevo dominio de pensamiento reemplaza al viejo y están listos para repetir las fases de aprendizaje en el siguiente nivel.

Propiedades del modelo de Van Hiele:

Algunas generalidades que caracterizan al modelo Van Hiele y que se convierten en propiedades significativas para los educadores son las siguientes:

- **Secuencial.** El estudiante avanza en orden a lo largo de los cinco niveles planteados. Se asume que un desempeño exitoso de una persona en un nivel específico, depende de la apropiación que tuvo al vivenciar las estrategias de los niveles anteriores.
- **Ascendente.** Los métodos de instrucción compartidos por el maestro y los contenidos recibidos por el alumno, generan el paso o no, de un nivel a otro nivel. No existen métodos instruccionales que permitan saltarse por encima de un nivel para llegar a otro; algunos métodos incrementan los progresos, mientras que otros retardan un movimiento entre niveles. En geometría, existen situaciones en las que se instruye para la memorización de una fórmula, con la cual los estudiantes no están preparados para interiorizar; en este caso lo que sucede es que el objeto de conocimiento se reduce a un nivel básico más bajo y la comprensión no ha ocurrido.
- **Intrínseco y extrínseco.** Las características y propiedades pertenecientes a un nivel, se convierten en objetos de estudio en el siguiente.
- **Lingüístico.** En un nivel se presentan los propios símbolos y sistemas de relaciones que permiten su interconexión. Una relación que puede ser la apropiada en un nivel, puede modificarse en el o en los siguientes.

- Concordante. Si un estudiante está en un nivel y la instrucción que recibe está en otro, el aprendizaje y el progreso deseado pueden no ocurrir. Si el maestro, materiales instruccionales, contenido, vocabulario y demás, están actuando en un nivel más alto al que le debe corresponder al estudiante, no le será posible avanzar en el proceso de pensamiento.

6. LA ENSEÑANZA CON FUNDAMENTO EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La intención de investigar acerca del desarrollo del pensamiento geométrico a partir de procesos de enseñanza con fundamento en la solución de problemas, radica principalmente en las posibilidades que se ofrecen para que el docente haga un despliegue de su capacidad metodológica, de su creatividad e ingenio para conducir el proceso, y donde el alumno, aprende a producir el conocimiento que requiere la solución del problema, desarrolla su capacidad intelectual, activa su creatividad e interés por la búsqueda de conocimientos y aprende a sortear dificultades y problemas propios de su cotidianidad desde un enfoque que supera su óptica formal.

Existen actualmente diferentes enfoques orientados a favorecer el desarrollo y la construcción del conocimiento los cuales hacen énfasis tanto en el contexto del sujeto del conocimiento como del objeto del mismo. Para ello se han generado diversas estrategias de enseñanza con el fin de ser aplicados en el ambiente común donde sujeto y objeto conviven.

Debido a que el aprendizaje requiere la utilización de métodos y medios de enseñanza que favorezcan el desarrollo de capacidades de equilibrio personal, de fortalecimiento de las relaciones interpersonales en favor de la comunidad y del desarrollo cognitivo, los procesos pedagógicos deben estar centrados en los estudiantes. Los educadores deberán implicarse utilizando una variedad de situaciones y estrategias para promover aprendizajes significativos, participación activa y cooperación mutua. Es obligatorio por lo tanto, desplazar prácticas en las que el docente mantiene el control sobre el proceso con pocas posibilidades para una participación activa del estudiante.

Con relación al aprendizaje de las matemáticas y particularmente de la geometría, y siendo estas un componente fundamental de la educación, se debe, desde aquí, contribuir al desarrollo de un pensamiento estructurado y organizado del individuo para que pueda enfrentarse a las cambiantes exigencias actuales de adaptación y realización, lo que implica el dominio de la correspondiente competencia, la cual explora los contextos que van desde lo específicamente relacionado con matemáticas hasta lo que aparentemente no presentan ninguna estructura matemática, viajando igualmente desde lo cotidiano a lo inusual y desde lo simple a lo complejo.

Visto como contexto y no como punto de culminación, el desarrollo de situaciones problema en el proceso de enseñanza en general y de la geometría en particular, logra proporcionar mayor riqueza al acto educativo ya que el estudiante activa su capacidad mental, da sentido y utilidad a lo aprendido, adquiere confianza en sí mismo y se prepara para otros retos de la ciencia.

Una enseñanza basada en la solución y planteamiento de problemas que hace énfasis en el desarrollo del pensamiento, en procesos de aprendizaje y en los contenidos matemático-geométricos lleva al educando a articularse más sólidamente con su realidad y su cultura y así ganar mayor responsabilidad en la toma de decisiones, que finalmente le darán un mayor sentido a su vida.

La definición de la situación problema es un asunto medular en cuanto de alguna manera define el alcance que se le pretende dar al logro de los conocimientos, a la posible aparición de otros problemas y determina aquellos conocimientos que se requieren para resolver el problema inicialmente planteado. Es decir, una situación problema es mejor que otra, en la medida que la primera exija resolver más problemas derivados que permitan la oportunidad de más búsqueda de conocimientos y su respectiva apropiación.

Antes de profundizar un poco en este sentido, algunas referencias que hace la doctora Martha Martínez Llantada (Martinez Llantada & Hernandez, 2004) acerca de autores que han escrito al respecto de lo que significa enseñar con base en problemas, son las siguientes:

Marinko I. la define dicha enseñanza como “una forma peculiar que imita el proceso de investigación, plantea problemas y los resuelve conjuntamente con los estudiantes”.

Majmuto, M. la define como “un sistema didáctico basado en las regularidades de la asimilación creadora del conocimiento y forma de la actividad que integra métodos de enseñanza y de aprendizaje, los cuales se caracterizan por tener los rasgos básicos de la búsqueda científica”.

Kudriatsev T.V., la concibe como “un proceso de enseñanza que modela el pensamiento y tiene un carácter de búsqueda investigativa”.

Martínez Llantada, señala que la función fundamental de la enseñanza basada en problemas consiste en el desarrollo de la independencia creadora de los estudiantes, que permite asimilar los sistemas de conocimientos y los métodos de actividad intelectual y práctica; educa hábitos de asimilación de conocimientos y análisis científico, prepara a los estudiantes para la aplicación precisa de los métodos de investigación y motiva el interés cognoscitivo.

M.N. Skatkin (Skatkin, 1988) la define como un proceso en el que el maestro no solo transmite las conclusiones finales de la ciencia, sino que demuestra la embriología de esa verdad científica: una vez planteado el problema muestra las contradicciones internas que surgen durante la solución, piensa en voz alta, hace suposiciones, las analiza, impugna las posibles objeciones, muestra la veracidad con el auxilio del experimento, demostrándolo o hablando del realizado por los científicos; en otras palabras, el maestro muestra ante los alumnos la propia vía del pensamiento científico, hace que estos sigan la evolución dialéctica del pensamiento hacia la verdad, los hace copartícipes de la búsqueda científica.

Como la misma doctora Martínez Llantada lo afirma, independientemente de los criterios, todas las definiciones están de acuerdo en que mediante la enseñanza basada en problemas, se aproxima el proceso docente al de investigación, los estudiantes asimilan el conocimiento siguiendo la misma vía que el hombre de ciencia; lo cual garantiza no sólo que los conocimientos sean

más sólidos, sino que los estudiantes puedan, después, lograr nuevos conceptos de forma independiente y creadora.

Se definirá la enseñanza basada en problemas como un proceso de conocimiento que se formula problemas cognoscitivos y prácticos, utiliza distintos métodos y técnicas de enseñanza y se caracteriza por tener rasgos básicos de la búsqueda científica (Medina, 1997).

Retomando el asunto de la situación problema como elemento medular, es necesario distinguir entre la enseñanza basada en problemas y la situación problema. Esta última, es una categoría por medio de la cual se desarrolla dicha enseñanza y consiste en aquella situación pedagógica que da lugar a preguntas que es necesario resolver; es la situación que se caracteriza por la existencia de un nuevo objeto de actividad intelectual y la aspiración a dominarlo por parte del sujeto del aprendizaje. La situación problema surge sólo sobre la base de la interacción del sujeto del aprendizaje y el objeto de conocimiento y en el caso de que esta interacción de inmediato no determine los resultados.

La situación problema será considerada desde varios aspectos:

- Deberá ser el resultado de una necesidad de conocimiento no impuesta.
Que surja de las inquietudes de los alumnos
- Que sea lo suficientemente interesante para que motive un proceso de búsqueda de conocimiento que comprometa distintos saberes

- Debe tener la suficiente fuerza como para que con esta, se logre agotar el conocimiento formal de los estudiantes, por la necesidad de iniciar un proceso de búsqueda académica y científica que apunte a resolver las necesidades cognitivas.

El papel del docente en este proceso no es el de quien tiene el control absoluto y sabe con precisión los resultados de todo el proceso. Siendo así, se iría en contra de convertir el aprendizaje en una verdadera experiencia de búsqueda cuya motivación esencial está determinada por las problemáticas del entorno y la capacidad que tenga el grupo para sostener un proceso educativo de búsqueda de conocimiento explicativo de las mismas en términos de los saberes populares y científicos.

Al docente le compete el problema metodológico. El problema del docente aparece cuando la actividad intelectual desarrollada en la reflexión de la situación problema conduce al planteamiento y formulación de un problema en específico. Este genera un proceso intelectual encaminado a buscar la solución que le sea más adecuada. Se enfatiza aquí que los problemas del conocimiento, que son una dificultad para el estudiante, no tienen que ser un problema previamente resuelto por el docente para el docente. Es decir, no necesariamente el docente debe ser poseedor del conocimiento que da respuesta al problema central. La búsqueda de sus alumnos puede ser su propia búsqueda de conocimiento. La importancia del maestro se centra no tanto en poseer el conocimiento que se busca, como sí en su capacidad para conducir metodológicamente hacia esa búsqueda de conocimiento.

Lo que tradicionalmente se denomina clase, (en este caso, clase problémica), no tiene como objetivo la transmisión de conocimientos y la inculcación de hábitos. Esta, persigue fundamentalmente la producción y recreación del conocimiento y la formación de valores a través del trabajo académico-científico. Es un taller de trabajo cuya materia prima fundamental es el conocimiento y las herramientas de labor, el método y los recursos didácticos. La exigencia fundamental de esta forma de enseñar es la de desarrollar en los estudiantes la capacidad individual para asimilar y crear conocimiento a partir de su propio esfuerzo; por esto, en la clase problémica el docente debe preocuparse por educar al alumno en el ejercicio del pensamiento creativo, de manera que le permita abordar con imaginación y racionalidad cualquier problema, sin que tenga que depender de un conocimiento y método preestablecido, sino de su originalidad creadora individual.

Potenciales dificultades del uso de la enseñanza con fundamento en la solución de problemas

Para entrar a plantear algunas dificultades potenciales que pueden acarrear la enseñanza basada en la solución de problemas, vale la pena contrastar en términos generales, sus bondades con algunos aspectos propios del método tradicional.

En una enseñanza por el método tradicional:

- el docente se limita a la transmisión de conocimientos
- el docente sirve la asignatura mediante el uso de la clase magistral

- dentro del desarrollo de las actividades de clase, se involucra la solución de problemas propios del área específica propuestos solamente por el docente
- el docente entra a valorar a los(as) estudiantes la adquisición de los conocimientos transferidos por él y la capacidad que tienen para resolver problemas

En una enseñanza basada en la solución de problemas:

- el docente busca plantear a sus estudiantes problemas nunca antes vistos
- el docente busca no transmitir conocimientos solo a través de clases magistrales
- el docente actúa como facilitador y los(as) estudiantes deben buscar por sí mismos la solución al problema planteado
- se busca que los problemas planteados sean similares a los que surgen en la vida cotidiana

Una enseñanza con fundamento en la solución de problemas gira en torno a varios de los siguientes principios: los preconceptos individuales de los(as) estudiantes y la posibilidad que estos ofrecen para la comprensión de problemas nuevos que causen motivación; las actividades que garantizan una verdadera situación de aprendizaje, puesto que se logra mejor asimilación de conocimientos entre más se solucionen problemas similares a los de la vida cotidiana; la lectura objetiva que se haga sobre cómo los(as) estudiantes están procesando las ideas y cómo se encuentran desarrollando el trabajo, a través de lo cual se logra estimular el espíritu crítico y ampliar la capacidad de evaluar y autoevaluar; y finalmente el favorecimiento del trabajo colectivo.

De acuerdo con los anteriores principios se puede establecer que las potenciales dificultades en una enseñanza con base en la solución de problemas, surge esencialmente desde la interacción que se presente entre los actores principales: estudiante-estudiante y estudiante-docente.

Desde el punto de vista del estudiante, se pueden presentar las siguientes dificultades:

- Cuando el problema no está bien planteado por el docente a los(as) estudiantes, hace desligar la comprensión de los objetivos por parte de ellos(as) en relación con los que se presentan implícitos en el problema que plantea el docente.
- Cuando los(as) estudiantes no poseen una buena capacidad para sintetizar; no delimitan adecuadamente la información, puesto que no la someten a un adecuado procesamiento.
- Al plantear a los(as) estudiantes un trabajo cooperativo, no todos los participantes de los equipos actúan de manera igualmente activa en las discusiones y las tomas de decisiones, lo que genera al docente la necesidad de realizar permanentemente redistribuciones enfocadas a evitar actitudes pasivas de los miembros de cada equipo, para mejorar sus vínculos con los problemas planteados.
- Existen algunos(as) estudiantes que no valoran el trabajo basado en problemas y las diferentes actividades de investigación que se generan desde esta modalidad. Lo anterior crea la percepción de pérdida de tiempo en ellos(as); los cuales esperan del docente que les proporcione la información de manera directa y les solucione los problemas según el esquema tradicional. Al

contrario, se pueden encontrar estudiantes que, al estar acostumbrados a realizar su trabajo de manera autónoma como lo promueve este tipo de enseñanza, se sientan incómodos cuando su docente quiere intervenir en su proceso para brindarles algún tipo de asesoría.

- Algunos estudiantes subvaloran la profundidad que se puede lograr con un mayor análisis sobre los pocos textos que se pueden utilizar como apoyo para la solución de problemas. Al contrario, asumen éste como un procedimiento con un ritmo de aprendizaje más lento que aquel que se pueden desarrollar con el uso de muchos textos y por el método tradicional.
- Las dinámicas de trabajo en equipos, no son homogéneas y no siempre son armoniosas. Esta realidad obliga al docente a intervenir para reorientar cuando se presentan discusiones que no llevan a un fin relacionado con la solución del problema planteado.

Desde el punto de vista del docente, se pueden destacar las siguientes dificultades:

- El docente deberá asumirse como un ser transformador de su cultura en cuanto a la manera de educar en este tipo de enseñanza y en relación con la forma de educación que recibió en su pasado como estudiante; y debe sostener su creatividad aunque su entorno social lo invite a no cambiar de metodología. Además el docente puede experimentar sentimientos de culpa al no asumir el rol de protagonista principal como en su actuar con la aplicación de la metodología tradicional.

- Debido a que un aprendizaje con fundamento en la solución de problemas, exige una alta valoración del trabajo colectivo, el docente experimenta dificultad para evaluar a sus estudiantes de forma individual; por lo tanto es necesario ser creativo en el diseño de instrumentos evaluativos que vinculen armónicamente el trabajo colectivo con el trabajo individual, para que pueda dar cuenta de los avances de cada estudiante y su capacidad individual en un área de conocimiento específica.
- Valorar los trabajos producidos por los(as) estudiantes, implica del docente destinar mucho tiempo para realizar las correcciones y comunicárselas mediante una fundamentada devolución. Los estudiantes mientras tanto, deberán dar un compás de espera más amplio para recibir el informe de valoración de sus trabajos producidos.

7. DISEÑO METODOLÓGICO

El diseño metodológico siguiente expone las posibilidades, los medios y los actores de los que dispuso el grupo investigador, para responder a los objetivos vinculados con el área problemática presentada al comienzo de la investigación. El diseño aquí desarrollado fue trazado asumiendo las exigencias de una investigación rigurosa que pretende llegar con rectitud a su validación. Para esto se presentan a continuación los sustentos que llevaron a los investigadores a seleccionar el tipo de investigación, la explicación sobre las actividades desarrolladas en cada una de las etapas cubiertas en la investigación, la hipótesis formulada teniendo en cuenta ámbitos, referentes temáticos y porcentaje de resultados obtenidos a partir de una cuidadosa

definición y operacionalización de variables; y finalmente el vínculo de las variables antes mencionadas con la valoración en general de la población y la caracterización en particular de la muestra.

7.1 Tipo de investigación

Esta es una investigación cuasi-experimental, cuyo enfoque es empírico analítico, por cuanto el interés de medición guía la investigación hacia una ruta de orden explicativo de lo que se percibe y por consiguiente exige una metodología de orden cuantitativo; se optó por un pre-test y un pos-test con un grupo experimental y uno de control, pertenecientes al grado décimo de educación media, al cual se le aplicó una prueba diagnóstica durante noveno grado, basada en algunos ámbitos propios de las relaciones espaciales (lectura de imágenes, representación bidimensional, representación tridimensional, transformación por traslación y transformación por rotación). Las muestras seleccionadas no fueron asumidas aleatoriamente, sino mediante grupos conformados.

Tanto al grupo experimental como al grupo control se les aplicaron el pre-test y pos-test para identificar los avances en el desarrollo del pensamiento geométrico en los cinco ámbitos anteriormente mencionados y en tres aspectos particulares: conceptual, simbólico y concreto. Al grupo experimental, se le aplicó una intervención durante seis meses, consistente en el desarrollo de una propuesta metodológica diseñada e implementada por el equipo investigador, denominada “La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de

problemas cotidianos”, con énfasis en tres referentes temáticos específicos, propios de la geometría: triángulos, cuadriláteros y proporcionalidad y semejanza.

Para evitar que el grupo de control no recibiese elementos de la estrategia didáctica, se les informó y solicitó a los docentes en la capacitación realizada sobre dicha estrategia, la aplicación exclusivamente de esta estrategia al grupo experimental. Se realizó una verificación por parte del equipo de investigación, de tal forma que con el grupo de control, el docente del área de matemática siguiera trabajando con sus estudiantes de la manera como venía trabajando tradicionalmente.

7.2 Etapas de la investigación

Etapa diagnóstica. Aplicada a los(as) estudiantes en noveno grado para identificar en ellos(as) aproximadamente, el nivel de desarrollo en pensamiento geométrico de acuerdo con la escala establecida por el modelo de Van Hiele. Ésta se aplicó durante el segundo semestre del año 2006

Preparación de cuatro guías para la enseñanza de la geometría. Diseño de las guías teórico-prácticas para el curso de geometría en estudiantes de grado décimo, apoyadas en la solución de problemas de tipo cotidiano y orientadas por el modelo de Van Hiele, asumiendo que los(as) estudiantes de dicho grado se encontraron en un nivel de razonamiento de Deducción Informal, durante el primer semestre del año 2007.

7.2.1 Uso del modelo de Van Hiele en la metodología propuesta

Para hacer un uso eficaz y efectivo de las herramientas que se ponen en juego en la construcción de los logros propuestos hacia el avance del aprendizaje de los conceptos geométricos, el equipo investigador procedió a valorar los resultados obtenidos desde la aplicación de una prueba diagnóstica con el objetivo único de realizar un perfil de los(las) estudiantes en relación con un nivel de pensamiento geométrico, de los cinco propuestos por el modelo: básico, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor. De esta valoración, se pudo concluir que la ubicación del estado del pensamiento geométrico de la muestra objetivo, permitía desarrollar la exploración mediante una propuesta metodológica, ubicando a los(as) estudiantes en el nivel de deducción informal.

Dado que el objetivo general de la investigación, no apuntaba a medir los avances de la muestra objetivo desde un nivel de pensamiento geométrico a otro superior, se estableció como parámetro fundamental para la construcción de la propuesta metodológica, generar las guías teórico-prácticas, construidas desde la perspectiva del nivel de deducción informal, que hicieran un recorrido por las cinco fases de enseñanza propuestas por el mismo modelo de Van Hiele (interrogación/información, Orientación dirigida, Explicación, Orientación libre e Integración); las cuales permitieron guiar al docente en la aplicación de las experiencias de aprendizaje adecuadas para el progreso de los(as) estudiantes en geometría.

En conclusión, se diseñaron cuatro guías teórico- prácticas, construidas cada una asumiendo la ubicación de los(as) estudiantes en un nivel de pensamiento informal y respetando las cinco fases de enseñanza propuestas por el modelo (ver ejemplo en el anexo). Igualmente, para realizar la puesta en marcha de la propuesta metodológica, los investigadores capacitaron e hicieron énfasis en las propiedades del modelo de Van Hiele al docente facilitador, quien aplicaría las guías en su clase de geometría.

7.2.2 Procedimiento de construcción de las guías teórico-prácticas para apoyar el curso de geometría

Los cuatro módulos prácticos construidos por el equipo investigador, y aplicados por el docente facilitador en el aula de clases y fuera de está; se basaron en los tres referentes temáticos seleccionados para su exploración; y su distribución se presentó de la siguiente manera:

- Dos guías teórico-prácticas para realizar la construcción conceptual del referente temático “Triángulos”. La primera guía, apuntó a la apropiación de las aplicaciones que permite el Teorema de Pitágoras en el entorno cercano como parte de los problemas cotidianos. La segunda guía, ofreció un acercamiento al tema de “Congruencia de Triángulos” desde el planteamiento de situaciones problema que podían ser resueltas con la manipulación de material concreto en el aula, permitiendo llevar a los(as) estudiantes a realizar reconocimiento de los diferentes tipos de

triángulos y las relaciones que se pueden establecer entre sus propiedades.

- Una guía teórico-práctica para realizar la construcción conceptual del referente temático “Cuadriláteros”; la cual apuntó no solo a identificar la utilidad del manejo de este tema en las construcciones civiles, sino que dirigió a los(as) estudiantes a reconocer distintos teoremas sobre la congruencia de los cuadriláteros, su clasificación y relación de las propiedades en los diferentes tipos, que se utilizan en la geometría plana.
- Una guía teórico-práctica para realizar la construcción conceptual del referente temático “Proporcionalidad y Semejanza”. Con ésta se pretendió un acercamiento a diferenciar el concepto semejanza del concepto de congruencia; lo mismo que a estudiar el procedimiento matemático basado en la toma de mediciones para llegar a comprender la proporcionalidad. Es de destacar en esta guía, la posibilidad que se presentó a los(as) estudiantes de practicar la lectura de un plano arquitectónico y de contrastar esa lectura con la construcción de maquetas.

Con respecto a la distribución del contenido en cada una de las guías, el equipo investigador convino utilizar unos títulos claves para el desarrollo de las actividades. La intencionalidad de dichos títulos claves comunes a todas las guías y presentes en cada una de estas, permitiría en los(as) estudiantes la familiarización con el manejo de las guías, en cuanto a su forma; y las acciones

respectivas que debían desprenderse desde ellas. De esta manera, solo bastaría con explicar una vez la forma como estaban escritas las guías en la aplicación de la primera.

Igualmente, la pretensión del uso de esos títulos claves para las actividades dentro cada una de las guías, aparte de crear motivación y comprensión sobre la acción a desarrollar, permitía implícitamente evidenciar al docente cada una de las fases de enseñanza que en ese momento estaba viviendo con sus estudiantes; es decir que a su vez, dichos títulos se convertían también en una guía para docente, puesto que cada uno apuntaba a ejecutar las acciones que se describen en las fases de enseñanza pertenecientes al modelo de Van Hiele. Estos títulos claves que guían la acción del estudiante y las fases de enseñanza del docente, a través de la aplicación de las guías teórico-prácticas, son las siguientes:

- Referente temático a estudiar y presentación de los logros sobre los que se trabajará para buscar su alcance (éstos últimos se podían presentar de manera oral o escrita, por eso aparecen escritos en tres de la cuatro guías anexas).
- Situación problema introductoria para ser solucionada en cualquier momento del proceso de aprendizaje del tema; y que al cierre de éste es resuelta por el docente.
- Infórmate: relacionado íntimamente con la fase de interrogación/información. En esta etapa, en quipos de trabajo conformados libremente, los(as) estudiantes reciben preguntas sobre las

situaciones problemáticas planteadas al comienzo de la guía; se les invita a comunicar sus pre-saberes y a buscar la información pertinente para el abordaje de la nueva temática a desarrollar.

- Animémonos a explorar: relacionado íntimamente con la fase de Orientación dirigida. En esta etapa los(as) estudiantes responden en equipos algunas preguntas orientadas por el docente sobre la temática en desarrollo; además el docente les presenta una actividad práctica con la cual busca que ellos(as) relacionen la teoría con una situación concreta.
- Construcción: esta actividad complementaria de la etapa anterior; permite a los equipos de trabajo resolver una situación problema con una metodología no restringida (no necesariamente formal), que impulsa al equipo obligatoriamente a poner a prueba tanto el uso del material concreto, como los conceptos teóricos explorados en la etapa anterior.
- Exposición de nuestro trabajo: relacionado íntimamente con la fase de Explicación. Los(as) estudiantes, una vez realizada la experiencia anterior, dan a conocer los resultados de ésta mediante el intercambio de sus construcciones a todos los integrantes del grupo en general. Durante este intercambio, el docente actúa como observador y es cuidadoso que el compartir se realice manejando un lenguaje cotidiano y geométrico adecuado.
- Aplicamos lo aprendido: relacionado íntimamente con la fase de Orientación libre. En esta etapa el docente, con la participación del todo

el grupo en general, activa la aplicación resolviendo la situación problema cotidiana que se planteó al comienzo de la guía teórico-práctica. Posteriormente invita a cada uno de los equipos de trabajo a diseñar una situación problema práctica, diferente a la que acaba de resolver; lo mismo que a discutirla, redactarla y entregarla por escrito.

- Relacionamos lo aprendido: concuerda íntimamente con la fase de Integración. En esta etapa los(as) estudiantes sintetizan los conceptos aprendidos sobre el tema y las nuevas habilidades desarrolladas; lo cual se hace a través de la resolución de una última situación problema cotidiana propuesta en la guía y la realización de una actividad libre en la que se pone en juego adicionalmente el uso del material concreto.

Diseño y aplicación del pre-test. Esto con el fin de identificar el estado inicial de los(as) estudiantes en los cinco ámbitos preestablecidos, y utilizando como referencia tres temas específicos de la geometría (triángulos, cuadriláteros y proporcionalidad y semejanza), durante el primer semestre de 2007. Éste pre-test toma reseña sobre el aprendizaje significativo de la geometría, ejecutando las acciones propias de la enseñanza cotidiana en el aula de clases: primero, se realiza aplicando un test teórico (estándar), tipo selección múltiple con única respuesta, enfocada hacia el manejo de los conceptos geométricos; y segundo, se realiza un test de desempeño enfocada en los tres aspectos seleccionados (conceptual, simbólico y concreto), mediante la aplicación de una experiencia práctica dirigida a identificar el saber hacer y saber cómo.

Implementación. Se trabajó con la Institución Educativa Rafael J. Mejía, en la que se contó con un grupo experimental y otro de control, constituidos el primero por 45 y el segundo por 40 estudiantes. El docente de matemáticas de dicha institución educativa aplicó la estrategia didáctica suministrada por el equipo investigador, apoyado en las guías de trabajo construidas en la etapa 2 y utilizando el material concreto suministrado para las pruebas prácticas. Esta etapa de implementación se aplicó durante el segundo semestre de 2007.

Pos-test. Se construyó siguiendo el mismo enfoque del pre-test aplicado en la etapa 3; es decir, basado en la solución de problemas cotidianos, orientado bajo las tres temáticas geométricas específicas, y siguiendo las acciones indicadas, es decir, una prueba teórica (estándar) y una prueba de práctica (desempeño). La aplicación del pos-test permitió reseñar información para identificar la variación en los ámbitos: lectura de imágenes, relación bidimensional, relación tridimensional, transformación por traslación y transformación por rotación en los(as) estudiantes.

Análisis de información y conclusiones. Se utilizó contrastación de datos obtenidos en el pre-test y en el pos-test, guiados por los aspectos anteriormente definidos. Se aplicó un análisis estadístico sencillo para el procesamiento de resultados cuantitativos y apoyados en un software producido para el procesamiento de los datos, el cual fue diseñado para la captación de información desde los tests: estándar (selección múltiple) y de desempeño (experiencia práctica), para la comparación de la información entre ambos y para el cálculo de resultados. Los resultados arrojados por el software dan cuenta de los avances obtenidos en cada uno de los ámbitos explorados,

en cada uno de los aspectos particulares seleccionados y en cada uno de los referentes temáticos geométricos definidos, para el grupo experimental y para cada uno(a) de sus estudiantes. Las conclusiones se construyeron a partir de los resultados cuantitativos obtenidos, en comparación con la pregunta de investigación planteada al comienzo de ésta.

Tanto en el grupo experimental como en el grupo de control se aplicaron dos test, cada uno de estos conformado por dos pruebas: una estándar (teórica) y otra de desempeño (práctica).

El test revelador del estado del pensamiento geométrico (TREPG), fue diseñado por el grupo investigador y validado y estandarizado por el asesor de investigación Magister Gabriel Ferney Valencia. Se aplicó en su prueba estándar de manera individual y en su prueba de desempeño en equipos. Tuvo una duración total de 2 horas y treinta minutos, distribuidos así: para la prueba estándar se plantearon 6 situaciones problema de tipo cotidiano, desde las cuales se desprendían tres preguntas por cada situación propuesta, es decir, estuvo conformada por 18 preguntas, para responder en un tiempo de 60 minutos. Para la prueba de desempeño, aplicada posteriormente y en un día diferente, se plantearon 6 situaciones prácticas que debían ser resueltas en equipos; al comienzo de cada situación, el equipo investigador realizaba a los(as) estudiantes una pre-lectura y una motivación frente al planteamiento de la situación que se debía resolver; por cada pre-lectura y motivación se invirtió un tiempo de 5 minutos, y el tiempo para que los(as) estudiantes la resolvieran en equipos fue de 10 minutos, es decir, en total en esta prueba de desempeño, se utilizaron 120 minutos.

El TREG, en su parte estándar(teórica), es una prueba que indaga por el estado actual de los(as) estudiantes en los cinco ámbitos asumidos como propios del pensamiento geométrico y por los saberes en los tres referentes temáticos geométricos ; es de tipo selección múltiple con única respuesta. En su parte de desempeño (práctica) es una prueba en la que se indaga, además de lo buscado desde la prueba estándar, por los tres aspectos propios del aprendizaje práctico de la geometría(conceptual, concreto y simbólico); su aplicación se realiza mediante el uso de material concreto y su valoración se logra mediante la utilización de dos planillas de seguimiento: con la primera planilla el investigador, mediante observación, toma información sobre el cumplimiento o no de la resolución de una situación problema cotidiana planteada, en la que se hace necesario manejar conceptos geométricos, orientado por tres indicadores preestablecidos para el desarrollo de habilidades en geometría. Con la segunda planilla, el investigador toma información a través de una encuesta realizada a medida que los equipos de trabajo resuelven cada situación, orientado por la formulación de tres preguntas preestablecidas para indagar igualmente por el cumplimiento o no, de algunas habilidades de los (as) estudiantes en el uso de los conceptos geométricos.

La información obtenida mediante las dos planillas en la prueba de desempeño, se cruza con la información obtenida desde la planilla de captación de respuestas de la prueba estándar, para lograr un perfil completo tanto de los grupos de control y experimental, como de cada uno de los estudiantes participantes; puesto que se integra información desde el saber, el saber cómo

y el saber por qué, en la resolución de una situación problema cotidiana en la cual se requiera de la aplicación de los conceptos propios de la geometría.

7.3 Hipótesis

Si se implementa la propuesta metodológica “La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos”, los (las) estudiantes de la Institución Educativa Rafael J. Mejía (IERJM), obtendrán resultados superiores al 20% con respecto a aquellos(as) estudiantes que no emplean la estrategia didáctica, en los ámbitos: Lectura de imágenes(LI), Representación Bidimensional(RB), Representación Tridimensional(RT), Transformación por Traslación(TT) y Transformación por Rotación; y en los referentes temáticos: Cuadriláteros(C), Triángulos y Proporcionalidad y Semejanza (PYS).

7.4 Definición y operacionalización de variables

Variable independiente

Estrategia didáctica denominada:

“La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos”

Variable dependiente

Avance en la aplicación del:

- Concepto de triángulo
- Concepto de cuadrilátero
- Concepto de proporcionalidad y semejanza

Avances en ámbitos propios del desarrollo del pensamiento geométrico:

- Lectura de Imágenes
- Representación Bidimensional
- Representación Tridimensional
- Transformación por Traslación
- Transformación por Rotación

Variables a controlar o intervinientes

- Situaciones problema de tipo cotidiano
- Ámbitos del desarrollo del pensamiento geométrico: Lectura de imágenes, representación bidimensional, representación tridimensional transformación por traslación, transformación por rotación
- Referentes temáticos propios de la geometría: triángulos, cuadriláteros y proporcionalidad y semejanza

Tabla de operacionalización de variables

VARIABLE	TIPO	ESCALA DE MEDICIÓN	VALOR	INDICADORES	ITEM
Desarrollo del pensamiento geométrico a partir de problemas cotidianos	Cualitativa	Nominal	Relaciones topológicas Relaciones métricas Relaciones proyectivas	Hacer interpretaciones, generar explicaciones con argumentos válidos geométricamente y plantear posibles soluciones a problemas cotidianos involucrando conceptos geométricos.	Test (estándar y de desempeño) para evaluar los tres tipos de relaciones desde el manejo de tres referentes geométricos y cinco ámbitos espaciales en la resolución

					de problemas cotidianos
Avance en la aplicación de los conceptos geométrico s	Cuantitativ a	Porcentaje	Puntaje en el manejo de los conceptos de: -Triángulos -Cuadriláteros - Proporcionalida d y Semejanza	Hacer interpretacione s de situaciones problema, llevar a cabo procedimientos con sentido geométrico, tomar decisiones argumentadas de forma individual y en equipos y manifestar el manejo de lo conceptual, lo simbólico y lo	Test (estándar y de desempeño) para evaluar la aplicación de los conceptos geométrico s en la resolución de problemas cotidianos.

				concreto.	
Avance en ámbitos propios del Desarrollo del pensamiento geométrico	Cuantitativa	Porcentaje	Puntaje en los ámbitos: Lectura de imágenes Representación Bidimensional Representación Tridimensional Transformación por Traslación Transformación por Rotación	Hacer interpretaciones de situaciones problema, llevar a cabo procedimientos con sentido geométrico, tomar decisiones argumentadas de forma individual y en equipos y manifestar el manejo de lo conceptual, lo simbólico y lo concreto.	Test (estándar y de desempeño) para evaluar los ámbitos geométricos en la resolución de problemas cotidianos

Situaciones problema de tipo cotidiano	Cualitativa	Nominal	Si se involucra el contexto No se involucra el contexto	Familiarización con la situación problema planteada	
Ámbitos del desarrollo del pensamiento geométrico	Cualitativa	Nominal	Lectura de imágenes Representación Bidimensional Representación Tridimensional Transformación por Traslación	Interpretación de figuras en dos y tres dimensiones y comunicación de las interpretaciones. Construcción y manejo de la información de figuras en dos dimensiones Construcción y manejo de la información de figuras en tres	

			Transformación por Rotación	dimensiones Traslado de información geométrica a nuevas condiciones en el plano, para resolver situaciones problema Traslado de información geométrica a nuevas condiciones de relación proyectiva, para resolver situaciones problema	
--	--	--	--------------------------------	---	--

Referentes temáticos propios de la geometría	Cualitativa	Nominal	Triángulos Cuadriláteros Proporcionalidad y Semejanza	Relaciones intra-figurales, inter-figurales y trans-figurales para interpretar, argumentar y plantear soluciones a situaciones problema geométricas y cotidianas.	
--	-------------	---------	---	---	--

7.5 Población y muestra

La población objeto de investigación, estuvo conformada por estudiantes de décimo grado de educación media de la Institución educativa Rafael J. Mejía del municipio de Sabaneta. La I.E.R.J.M es de carácter oficial, funciona en calendario A y está ubicada en la zona urbana del sector sur del Municipio de Sabaneta, perteneciente al Valle de Aburra, cuya dirección es Cra. 45 No.75BS-42. El colegio fue fundado hace cuarenta y dos años y cuenta con unas instalaciones modernas que dispone para sus estudiantes de variados y

acogedores espacios en los que se destacan la biblioteca, el aula múltiple, amplias aulas de clase, una placa para las actividades deportivas y una pequeña zona verde.

Los(as) estudiantes provienen de estratos socioeconómicos bajos (1, 2 y 3); su lugar de residencia, en su mayoría, es el sector rural y urbano del propio municipio; provienen de familias cuyos padres son empleados, obreros o comerciantes. El entorno familiar que envuelve a los(as) estudiantes, incluye problemáticas sociales entre las que se pueden destacar: separación de los padres, desempleo, bajos recursos económicos y conflictos entre padres e hijos. La cotidianidad de los(as) estudiantes gira en torno a realizar algún deporte, convivir con sus amigos de barrio, desplazarse al colegio caminando, ayudar en las actividades de casa, y para algunos(as) de ellos(as), laborar antes de asistir al colegio y así aportar económicamente a sus hogares.

Se puede considerar que el nivel académico de los(as) estudiantes es medio, la mayoría de estudiantes de décimo grado han cursado varios grados anteriores en el mismo colegio, pero una parte de ellos(as) proviene de otros colegios del municipio o de los municipios aledaños. Las pruebas Saber aplicadas en el año 2005, refleja para los 43 estudiantes analizados durante el grado 9^o pertenecientes a la jornada de la tarde, los siguientes resultados:

En el área de Matemáticas alcanzaron un Promedio de 59.71 y una Desviación Estándar de 5.24, los cuales se pueden comparar con los resultados obtenidos en el área de Matemáticas a nivel nacional (Promedio: 59.86 y Desviación Estándar de 8.55), a nivel del Departamento de Antioquia (Promedio: 60.06 y

Desviación Estándar de 6.02) y a nivel del Municipio de Sabaneta (Promedio: 62.01 y Desviación Estándar de 6.39).

Con respecto al Nivel de Competencia, los(as) estudiantes obtuvieron un puntaje de 9.52 en el Nivel A, 28.57 en el Nivel B, 52.38 en el Nivel C y 9.52 en el Nivel D. Lo anterior indica que una significativa cantidad de estudiantes (nivel B) pueden, en el campo de la matemática, resolver problemas de rutina, expresar ideas utilizando ilustraciones, elaborar representaciones simples de objetos matemáticos, reconocer patrones, atributos y condiciones de una situación problema; argumentar utilizando ilustraciones y modelar estructuras simples. Y que la mayoría de estudiantes (nivel C) están en la capacidad de resolver problemas rutinarios argumentando el por qué de un procedimiento o estrategia, hacer traducciones en diferentes representaciones y reconocer generalizaciones; expresar en lenguaje natural y simbólico, relaciones, propiedades y patrones; y justificar usando ejemplos.

En cuanto a los resultados obtenidos por Competencia, los(as) estudiantes de la Institución Educativa Rafael J. Mejía, alcanzaron un Promedio de 3.37 y una Desviación Estándar de 1.07 en la competencia Comunicativa, un Promedio de 3.71 y una Desviación Estándar de 0.96 en la competencia Solución de Problemas, y un Promedio de 3.83 y una Desviación Estándar de 0.55 en la competencia Razonamiento Matemático.

En el Componente Geométrico-Métrico, alcanzaron un Promedio de 3.31 y una Desviación Estándar de 0.86, los cuales se pueden comparar con los resultados obtenidos en el mismo componente a nivel nacional (Promedio: 3.85

y Desviación Estándar de 1.07), a nivel del Departamento de Antioquia (Promedio: 3.70 y Desviación Estándar de 1.01) y a nivel del Municipio de Sabaneta (Promedio: 3.83 y Desviación Estándar de 1.04).

Dentro del proyecto de vida de los(as) estudiantes, la preparación académica ocupa un lugar significativo; entre las carreras de sus preferencias, se destaca que la mayoría aspira a estudiar carreras técnicas y tecnológicas y muy pocos tienen como meta convertirse en profesionales. El interés por el estudio se centra principalmente en alcanzar el título de bachilleres y luego laborar para costearse sus estudios superiores.

El aula de clases es el sitio de encuentro académico más común para los(as) jóvenes; en ella se vivencian algunos valores significativos para ellos(as), entre los que se pueden mencionar la colaboración con el otro, el respeto por la autoridad, el trabajo en equipo y el crecimiento en la responsabilidad. Son pocos los(as) estudiantes que mediante procesos de auto-gestión, buscan avanzar de manera autónoma en las actividades programadas para cada período; esto convierte la labor del docente en el único motor impulsador del proceso enseñanza-aprendizaje. Es decir, el proceso educativo vivenciado es de tipo tradicional, lo que hace manifestar una baja motivación de los(as) estudiantes hacia sus avances en el campo académico.

Para los(as) estudiantes, la figura del maestro o de la maestra se traduce en aquella persona poseedora de un gran acumulado de información en un área específica, que tiene el deber de transmitirla a ellos y ellas. Algunos(as) docentes de la institución generan estrategias aisladas de acercamiento a sus

estudiantes en búsqueda de elevar en ellos(as) los niveles de auto-estima, sus actitudes y valores; y con esto tratan de motivar el alcance de logros fundamentales para el ser en su desarrollo humano, más allá de los aspectos conceptuales y procedimentales propios de un área específica.

Las clases de matemáticas siguen el procedimiento tradicional de transmisión de información sobre temas específicos extraídos desde textos escolares. Dichas clases ponen su acento en aspectos teóricos conceptuales propios de la matemática, alejándolos de la experiencia práctica y de una educación matemática servida mediante una distribución por pensamientos y sistemas, como lo han establecido los actuales lineamientos curriculares, planteados por el Ministerio de Educación Nacional. Igualmente, los estándares curriculares para el área de Matemáticas están alejados de la cotidianidad de las aulas, debido al mismo sistema tradicional que se aplica.

La asignatura de geometría se ofrecía en el colegio como un acumulado de temas desencadenados que se veían relegados por otras actividades de orden aritmético o algebraico, puesto que solo llegaban a transmitirse a los(as) estudiantes cuando el abordaje de las otras temáticas propias de la actividad matemática permitían dejar un intervalo de tiempo en cualquier semana, para ser ocupado por ésta.

Para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática y en particular la geometría, no existía en la I.E.R.J.M. un modelo pedagógico claro, ni una estrategia didáctica aplicada que generara en los(as) estudiantes alternativas innovadoras de apropiación cognitiva que sostuvieran su motivación. El trabajo

en clase de geometría estaba guiado por la información de conceptos y la aplicación de ejercicios, lo que mostraba un distanciamiento en el proceso de resolución de problemas de tipo geométrico y cotidiano. Por lo anterior, el diagnóstico aplicado por el equipo investigador dejaba ver una deficiencia en ámbitos tan importantes para el pensamiento geométrico como la lectura de imágenes, las relaciones bidimensionales y tridimensionales, las transformaciones por traslación y por rotación y la comprensión de enunciados de situaciones problema que contienen conceptos y símbolos propios de la geometría.

8. INTERPRETACIONES Y RESULTADOS

Las interpretaciones y los resultados siguientes, exponen el entrelazamiento entre de los datos y resultados que se encontraron en la investigación, con la información teórica y los antecedentes. Desde este espacio se busca respaldar la hipótesis y explicar y comparar los resultados obtenidos con la teoría para así llegar a las conclusiones. Las interpretaciones y los resultados aquí presentados de manera concreta, pretenden acercar al lector con los datos y las informaciones logradas en las diferentes tablas y gráficos para hacer reconocimiento de los avances de la población objetivo, al contrastar lo logrado por los(as) estudiantes en el pre-test y el pos-test en la prueba estándar, la prueba de desempeño y la suma de los resultados de ambas, por ámbito y por referente temático.

8.1 Interpretación de tablas de datos de referencia

A continuación se presentarán los referentes sobre los cuales se midieron los avances de los(as) estudiantes en el pre-test y pos-test, tanto en el tipo de prueba estándar (teórica) como en la de desempeño (práctica). Basados en los referentes aplicados en el pre-test para el grupo de control que aparecen en las “TABLAS REFERENCIA PRE-TEST”, se muestra la descripción por ámbitos, por referentes temáticos y los totales de ambas, para la prueba estándar, la prueba de desempeño y el pre-test en general.

Se espera que el(la) lector(a) haga lectura de esta descripción, a la par con las “TABLAS DE REFERENCIA”, siguiendo la misma lógica que se presenta, tanto para el pre-test aplicado al grupo experimental, como para el pos-test aplicado al grupo de control y al grupo experimental.

Grupo de control

Pre-test:

Número de estudiantes que presentaron la prueba: 34

Tipo de prueba: Estándar

Ámbitos:

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Lectura de Imágenes (LI) para 13 preguntas que apuntaron a este ámbito: 442 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Representación Bidimensional (RB) para 10 preguntas que apuntaron a este ámbito: 340 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Representación Tridimensional (RT) para 7 preguntas que apuntaron a este ámbito: 238 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Transformación por Traslación (TT) para 4 preguntas que apuntaron a este ámbito: 136 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Transformación por Rotación (TR) para 8 preguntas que apuntaron a este ámbito: 272 puntos

Referentes temáticos:

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el referente temático Cuadriláteros(C) para 8 preguntas que apuntaron a este referente: 272 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo, en el referente temático Triángulos (T), ante 10 preguntas que apuntaron a este referente: 340 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el referente temático Proporcionalidad y Semejanza (PYS) para 10 preguntas que apuntaron a este referente: 340 puntos

Resultados totales de la prueba estándar

Puntaje total máximo posible para alcanzar por el grupo en toda la prueba estándar que incluye los tres referentes temáticos y los cinco ámbitos para 18 preguntas que conformaron esta prueba: 612 puntos.

Tipo de prueba: Desempeño

Ámbitos:

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Lectura de Imágenes (LI) para 6 preguntas que apuntaron a este ámbito: 204 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Representación Bidimensional (RB) para 4 preguntas que apuntaron a este ámbito: 136 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Representación Tridimensional (RT) para 4 preguntas que apuntaron a este ámbito: 136 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Transformación por Traslación (TT) para 4 preguntas que apuntaron a este ámbito: 136 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Transformación por Rotación (TR) para 3 preguntas que apuntaron a este ámbito: 102 puntos

Referentes temáticos:

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el referente temático Cuadriláteros(C) para 4 preguntas que apuntaron a este referente: 136 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el referente temático Triángulos (T) para 4 preguntas que apuntaron a este referente: 136 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el referente temático Proporcionalidad y Semejanza (PYS) para 5 preguntas que apuntaron a este referente: 170 puntos

Resultados totales de la prueba de desempeño:

Puntaje total máximo posible para alcanzar por el grupo en toda la prueba de desempeño que incluye los tres referentes temáticos y los cinco ámbitos para 6 preguntas que conformaron esta prueba: 204 puntos.

8.2 Total de ambas pruebas

Éstos resultados representan la suma de los datos arrojados por la prueba estándar y la prueba de desempeño, los cuales conforman el pre-test, por ámbito y por referente temático.

Ámbitos:

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Lectura de Imágenes (LI) para 19 preguntas que apuntaron a este ámbito: 646 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Representación Bidimensional (RB) para 14 preguntas que apuntaron a este ámbito: 476 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Representación Tridimensional (RT) para 11 preguntas que apuntaron a este ámbito: 374 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Transformación por Traslación (TT) para 8 preguntas que apuntaron a este ámbito: 272 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el ámbito Transformación por Rotación (TR) para 11 preguntas que apuntaron a este ámbito: 374 puntos

Referentes temáticos:

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el referente temático Cuadriláteros(C) para 12 preguntas que apuntaron a este referente: 408 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el referente temático Triángulos (T) para 14 preguntas que apuntaron a este referente: 476 puntos

Puntaje máximo posible para alcanzar por el grupo en el referente temático Proporcionalidad y Semejanza (PYS) para 15 preguntas que apuntaron a este referente: 510 puntos

Resultados totales de la prueba de desempeño:

Puntaje total máximo posible para alcanzar por el grupo en toda la prueba estándar que incluye los tres referentes temáticos y los cinco ámbitos para 24 preguntas que conformaron esta prueba: 816 puntos.

8.3, Interpretación de las tablas de resultados

A continuación se presentarán los resultados obtenidos por los(as) estudiantes en el pre-test y pos-test, tanto en el tipo de prueba estándar (teórica) como en la de desempeño (práctica).

Basados en los datos del pre-test para el grupo experimental, que aparecen en la "TABLA DE RESULTADOS PRE-TEST. GRUPO EXPERIMENTAL", se muestra la descripción de los puntajes obtenidos del grupo en general por ámbitos y por referentes temáticos y los totales de ambas, para la prueba estándar, la prueba de desempeño y para la suma de ambas pruebas.

Se espera que el(la) lector(a) haga lectura de esta descripción, a la par con las tablas de resultados, siguiendo la misma lógica que se presenta tanto para el pre-test aplicado al grupo de control, como para el pos-test aplicado al grupo de control y al grupo experimental.

Grupo experimental

pre-test:

Número de estudiantes que presentaron la prueba: 40

Ámbitos:

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Lectura de Imágenes (LI) para 13 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba estándar (teórica): 147 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Lectura de Imágenes (LI) para 6 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba de desempeño (práctica): 90 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Lectura de Imágenes (LI) para 19 preguntas que apuntaban a este ámbito sumando ambas pruebas (estándar y desempeño): 237 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Representación Bidimensional (RB) para 10 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba estándar (teórica): 125 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Representación Bidimensional (RB) para 4 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba de desempeño (práctica): 60 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Representación Bidimensional (RB) para 14 preguntas que apuntaban a este ámbito sumando ambas pruebas (estándar y desempeño): 185 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Representación Tridimensional (RT) para 7 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba estándar (teórica): 54 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Representación Tridimensional (RT) para 4 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba de desempeño (práctica): 55 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Representación Tridimensional (RT) para 11 preguntas que apuntaban a este ámbito sumando ambas pruebas (estándar y desempeño): 109 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Transformación por Traslación (TT) para 4 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba estándar (teórica): 63 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Transformación por Traslación (TT) para 4 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba de desempeño (práctica): 45 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Transformación por Traslación (TT) para 8 preguntas que apuntaban a este ámbito sumando ambas pruebas (estándar y desempeño): 108 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Transformación por Rotación (TR) para 8 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba estándar (teórica): 94 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Transformación por Rotación (TR) para 3 preguntas que apuntaron a este ámbito en la prueba de desempeño (práctica): 35 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el ámbito Transformación por Rotación (TR) para 11 preguntas que apuntaban a este ámbito sumando ambas pruebas (estándar y desempeño): 129 puntos

Referentes temáticos:

Puntaje alcanzado por el grupo en el referente temático Cuadriláteros(C) para 8 preguntas que apuntaron a este referente en la prueba estándar (teórica): 80 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el referente temático Cuadriláteros(C) para 4 preguntas que apuntaron a este referente en la prueba de desempeño (práctica): 65 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el referente temático Cuadriláteros(C) para 12 preguntas que apuntaron a este referente sumando ambas pruebas (estándar y desempeño): 145 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el referente temático Triángulos (T) para 10 preguntas que apuntaron a este referente en la prueba estándar (teórica): 103 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el referente temático Triángulos (T) para 4 preguntas que apuntaron a este referente en la prueba de desempeño (práctica): 60 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el referente temático Triángulos (T) para 14 preguntas que apuntaron a este referente sumando ambas pruebas (estándar y desempeño): 163 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el referente temático Proporcionalidad y Semejanza (PYS) para 10 preguntas que apuntaron a este referente en la prueba estándar (teórica): 106 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el referente temático Proporcionalidad y Semejanza (PYS) para 5 preguntas que apuntaron a este referente en la prueba de desempeño (práctica): 65 puntos

Puntaje alcanzado por el grupo en el referente temático Proporcionalidad y Semejanza (PYS) para 15 preguntas que apuntaron a este referente sumando ambas pruebas (estándar y desempeño): 171 puntos

8.4 Resultados totales del pre-test en ambos tipos de prueba

Puntaje total alcanzado por el grupo experimental en el pre-test, que incluye los cinco ámbitos y los tres referentes temáticos para 24 preguntas que conformaron el test.

Prueba estándar (teórica): 188 puntos

Prueba de desempeño (práctica): 90 puntos

Total alcanzado por el grupo en ambas pruebas, incluyendo ámbitos y referentes temáticos: 278 puntos

8.5 Interpretación de gráficas

A continuación se presentarán las gráficas (ver anexo) sobre las cuales se pueden identificar los porcentajes de los resultados obtenidos por el grupo de control y el grupo experimental, por ámbito, por referente temático y los totales de ambas, los cuales se obtuvieron contrastando los datos de las TABLAS DE RESULTADOS con los de LAS TABLAS DE REFERENCIA, tanto para el pre-test como para el pos-test, en la prueba estándar y la prueba de desempeño.

Se espera que el(la) lector(a) haga lectura de las primeras ocho gráficas, a la par con las TABLAS DE REFERENCIA y las TABLAS DE RESULTADOS, siguiendo la misma lógica que se presenta, tanto para el pre-test como para el pos-test, aplicados al grupo de control y al grupo experimental.

- En las gráficas de la número 1 a la número 8, se pueden identificar los resultados del grupo de control (gráficas 1, 2, 5 y 6) y experimental (gráficas 3, 4, 7 y 8), expresados en forma de porcentajes alcanzados, por referente temático y por ámbito. Las gráficas muestran primero los resultados del pre-test (gráficas 1-4) y posteriormente del pos-test (gráficas 5-8).
- En las gráficas de la número 9 a la número 12, se pueden identificar los avances expresados en porcentajes que logró el grupo de control, comparando los resultados obtenidos en el pre-test y en el pos-test por referente temático y por ámbito, en la prueba estándar (gráficas 9 y 10) y lo mismo en la prueba de desempeño (gráficas 11 y 12).
- En las gráficas 13 y 14, se pueden identificar los avances expresados en porcentajes que logró el grupo de control, comparando los resultados obtenidos

en el pre-test y en el pos-test por referente temático (gráfica 13) y por ámbito (gráfica 14), sumando los resultados de la prueba estándar y la prueba de desempeño.

- En las gráficas de la número 15 a la número 18, se pueden identificar los avances expresados en porcentajes, que logró el grupo experimental, comparando los resultados obtenidos en el pre-test y en el pos-test por referente temático y por ámbito, en la prueba estándar (gráficas 15 y 16) y lo mismo en la prueba de desempeño (gráficas 17 y 18).
- En las gráficas 19 y 20, se pueden identificar los avances expresados en porcentajes, que logró el grupo experimental, comparando los resultados obtenidos en el pre-test y en el pos-test por referente temático (gráfica 19) y por ámbito (gráfica 20), sumando los resultados de la prueba estándar y la prueba de desempeño.

9. ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

9.1 Grupo experimental

9.1.1 Pre-test:

En el pre-test los resultados de la prueba de desempeño (práctica) con respecto a la prueba estándar (teórica), por referente temático y representados en la gráfica No. 3, muestran una diferencia de porcentaje del 15.63% para Cuadriláteros, del 11.75% para Triángulos y del 6.00% para Proporcionalidad y

Semejanza. Por ámbito, se puede identificar en la gráfica No. 4, una diferencia de porcentaje del 9.23% para Lectura de Imágenes, del 6.25% para Representación Bidimensional, del 15.09% para Representación Tridimensional, del -11.25% para Transformación por Traslación (en favor de la prueba estándar) y del -0.21% para Transformación por Rotación (en favor de la prueba estándar).

De acuerdo con los resultados obtenidos del pre-test representados en las gráficas No. 3 y No. 4, los(as) estudiantes respondieron significativamente mejor ante la resolución de una situación problema planteada, de forma práctica que de forma teórica; lo cual mostraba un indicio que los(as) estudiantes, si bien no tenían un sólido manejo conceptual(saber), reflejaban habilidades para resolver situaciones problema sobre la base de la manipulación del material concreto y el trabajo colectivo, además de reconocer la utilidad en la cotidianidad de la situación problema propuesta para solucionar (saber hacer , saber cómo y saber para qué).

Igualmente, las anteriores gráficas en su resultado total, que congregan los datos obtenidos de las actividades prácticas y teóricas, mostraron que los(as) estudiantes presentaban mayor familiarización conceptual y práctica con respecto al referente Cuadriláteros que con los otros dos referentes temáticos y que tanto la Representación Bidimensional como la Transformación por Traslación, fueron los ámbitos en los cuales lograban un mejor desempeño.

9.1.2 *Post-test*

En el pos-test los resultados de la prueba estándar (teórica), con respecto a la prueba de desempeño (práctica), por referente temático y representados en la gráfica No. 7, muestran una diferencia de porcentaje del 18.52% para Cuadriláteros, del 19.08% para Triángulos y del 24.50% para Proporcionalidad y Semejanza. Por ámbito, se puede identificar en la gráfica No. 8, una diferencia de porcentaje del 19.96% para Lectura de Imágenes, del 21.53% para Representación Bidimensional, del 24.87% para Representación Tridimensional, del 16.25% para Transformación por Traslación y del 34.87% para Transformación por Rotación.

De acuerdo con los resultados obtenidos del pre-test representados en las gráficas No. 7 y No. 8, los(as) estudiantes respondieron significativamente mejor en todos los referentes temáticos y en todos los ámbitos, ante la resolución de una situación problema planteada, de forma teórica que de forma práctica; lo cual mostró un avance de los(as) estudiantes en la apropiación de los conceptos geométricos. Aunque los resultados arrojados en las pruebas prácticas, por ámbito y por referente temático, no destacaron significativamente alguno en particular, se manifestó un resultados equilibrado con respecto a desarrollo de habilidades para resolver situaciones problema sobre la base de la manipulación del material concreto y el trabajo colectivo, además de reconocer la utilidad en la cotidianidad de la situación problema propuesta para solucionar (saber hacer, saber cómo y saber para qué).

Las anteriores gráficas en su resultado total, que congregan los datos obtenidos de las actividades prácticas y teóricas, mostraron que los(as) estudiantes presentaban un leve aumento en la familiarización conceptual y práctica con respecto al referente Proporcionalidad y Semejanza que con los otros dos referentes temáticos; pero que en general hubo un avance significativo y equilibrado en los tres referentes temáticos. Igualmente, en los ámbitos se sostuvo un mejor desempeño en la Representación Bidimensional, y aunque hubo un menor desempeño en Transformación por Traslación con respecto a los otros ámbitos, en general también se presentó un significativo y equilibrado avance en todos ellos.

9.2 Avance comparativo entre el pre-test y el post-test

De la comparación de los resultados de la prueba estándar entre el pre-test y el pos-test, por referente temático, representados en la gráfica No. 15, se muestra un avance en el reconocimiento de los conceptos geométricos y manejo de los mismos para la resolución de problemas, representados en la diferencia de porcentaje del 47.69% para Cuadriláteros, del 47.50% para Triángulos y del 52.17% para Proporcionalidad y Semejanza. Por ámbito se puede identificar en la gráfica No. 16, una diferencia de porcentaje del 47.67% para Lectura de Imágenes, del 46.53% para Representación Bidimensional, del 58.71% para Representación Tridimensional, del 31.87% para Transformación por Traslación y del 58.62% para Transformación por Rotación.

De la comparación de los resultados de la prueba de desempeño entre el pre-test y el pos-test, por referente temático, representados en la gráfica No. 17, se muestra un avance en el reconocimiento de los conceptos geométricos y manejo de los mismos para la resolución de problemas, representados en la diferencia de porcentaje del 13.54% para Cuadriláteros, del 16.67% para Triángulos y del 21.67% para Proporcionalidad y Semejanza. Por ámbito, se puede identificar en la gráfica No. 18, una diferencia de porcentaje del 18.75% para Lectura de Imágenes, del 18.75% para Representación Bidimensional, del 18.75% para Representación Tridimensional, del 26.87% para Transformación por Traslación y del 23.96% para Transformación por Rotación.

De acuerdo con los resultados obtenidos al contrastar el pre-test y el pos-test del grupo experimental, representados al comparar las gráficas de la No. 15 a la No. 18, los(as) estudiantes experimentaron un avance significativamente superior en todos los referentes temáticos y en todos los ámbitos, ante la resolución de una situación problema planteada, más de forma teórica que de forma práctica; de lo cual se puede concluir una mejoría de los(as) estudiantes en la apropiación de los conceptos geométricos. De los resultados arrojados en las pruebas estándar, se pueden destacar los avances logrados por los(as) estudiantes en el referente temático Proporcionalidad y Semejanza y en los ámbitos Representación Bidimensional y Transformación por Rotación. En las pruebas de desempeño, por ámbito y por referente temático, se destacaron significativamente en el ámbito Transformación por Traslación y en el referente temático Proporcionalidad y Semejanza, respectivamente.

La gráfica No. 19, que congregan los resultados totales obtenidos de las actividades prácticas y teóricas, muestran una diferencia de porcentaje del 39.02% para Cuadriláteros, del 36.98% para Triángulos y del 43.17% para Proporcionalidad y Semejanza. Por ámbito, se puede identificar en la gráfica No. 20, una diferencia de porcentaje del 40.82% para Lectura de Imágenes, del 40.82% para Representación Bidimensional, del 46.12% para Representación Tridimensional, del 30.11% para Transformación por Traslación y del 43.18% para Transformación por Rotación.

Las gráficas anteriores (No. 19 y No. 20) mostraron que los(as) estudiantes pertenecientes al grupo experimental lograron avances superiores al 30% en todos y cada uno de los referentes temáticos y ámbitos explorados. De lo cual se puede concluir que la propuesta metodológica “La enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos”, basada en el modelo de Van Hiele, fue en el caso de estudio una propuesta pertinente y válida para el aprendizaje de los conceptos teóricos y el desarrollo de habilidades prácticas, desde la geometría. Además es importante agregar que durante la aplicación del procedimiento, ante una adecuada capacitación previa al docente facilitador para la aplicación de la propuesta y una pertinente motivación a los(as) estudiantes de la muestra objetivo de la investigación, no se presentaron dificultades en ninguna etapa del proceso.

9.3 Avance comparativo: grupo experimental y de control

La gráfica No. 21, que congrega los resultados de los avances obtenidos del grupo experimental con respecto al grupo de control, muestra una diferencia de porcentaje del 30.81% para Cuadriláteros, del 31.70% para Triángulos y del 34.94% para Proporcionalidad y Semejanza. Por ámbito, se puede identificar en la gráfica No. 22, una diferencia de porcentaje del 32.08% para Lectura de Imágenes, del 33.01% para Representación Bidimensional, del 34.95% para Representación Tridimensional, del 25.27% para Transformación por Traslación y del 26.21% para Transformación por Rotación.

Las gráficas anteriores (No. 21 y No. 22) mostraron que los(as) estudiantes pertenecientes al grupo experimental con respecto al grupo de control, lograron avances significativamente superiores al 20% en todos y cada uno de los referentes temáticos y ámbitos explorados, como fue planteado en la hipótesis. De lo cual se puede concluir que la Estrategia Didáctica “Desarrollo del Pensamiento Geométrico a partir de Problemas Cotidianos”, basada en el modelo de Van Hiele, fue en el caso de estudio una estrategia válida para el desarrollo del pensamiento geométrico y por lo tanto para el aprendizaje de los conceptos teóricos y los procesos de crecimiento en las habilidades prácticas, que favorecen el estudio de la geometría.

10. IMPLICACIONES CURRICULARES

Desde la puesta en marcha de la presente propuesta metodológica se plantea un reconocimiento al inmenso valor de la geometría para el desarrollo de la inteligencia, la creatividad, las capacidades comunicativas, las

representaciones y la valoración del propio ser como persona y de su ubicación en el entorno. Al asumir la educación como una oportunidad para el crecimiento permanente, las áreas académicas básicas, y en particular la geometría, se deben articular con una visión de integralidad, la cual permita permear el currículo y accionarlo en torno a un contexto que represente la realidad nacional, regional y local, para hacer un aporte significativo a la identidad cultural.

Desde los lineamientos curriculares para el área de matemáticas, promovidos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia en 1998 para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, se presentó un entramado de procesos y sistemas que al ser materializados y actualizados por docentes y estudiantes desde la cotidianidad del aula de clases, cobrarán vida y generarán un sentido de pertenencia y compromiso por la trascendencia de los saberes teóricos y su aplicación a la vida realista; lo cual hará que los actores principales de la escena educativa adquieran las competencias básicas y específicas necesarias, para responder a las situaciones futuras.

El uso adecuado de la presente propuesta, exige del(a) docente un reconocimiento de los sistemas Geométrico y De Medidas, que le permita identificar elementos afines para generar alternativas prácticas que lleven a los(as) estudiantes a trascender el significado de los conceptos geométricos desde la cotidianidad. Estos sistemas están relacionados, ya que ambos se pueden abordar desde perspectivas que le permiten al estudiante describir de manera cualitativa y cuantitativa lo que le rodea.

El Sistema Geométrico debe ser asumido como el conjunto de conocimientos y procedimientos mediante los cuales se logre explorar y representar el espacio para desarrollar el pensamiento espacial. Asumirlo como parte esencial del currículo, favorece el actuar y argumentar sobre el espacio, ayudándose con modelos geométricos y figuras, palabras del lenguaje cotidiano y movimientos corporales. El Sistema de medidas debe ser asumido como el entramado de conceptos, estructuras y estrategias que se utilizan para interactuar con el entorno, a través de la cuantificación de magnitudes estrechamente relacionadas con situaciones cercanas a la experiencia; tiene que ver con la construcción de medidas, interpretación de procesos de conservación, selección de patrones e instrumentos.

El sistema educativo actual, al interior de las escuelas y los colegios, ofrece información sobre los resultados obtenidos por los(as) estudiantes, los cuales permiten darse cuenta sobre qué es lo que ellos(as) no aprenden, pero no informan con profundidad y sentido las razones por las cuales se produce esta situación. Una reflexión continua desde la construcción conceptual, en la cual los(as) estudiantes puedan dar cuenta sobre qué es lo que están aprendiendo, cómo lo están aprendiendo, por qué lo están aprendiendo y para qué lo están aprendiendo; servirá de sustrato fundamental para que tanto estudiantes como docentes, sean agentes partícipes de la transformación de los aprendizajes.

La presente propuesta metodológica puede ser considerada como una valiosa alternativa transformadora de los aprendizajes, y sugiere a los centros de educación primaria y secundaria a nivel local, regional y nacional, utilizar la solución de problemas cotidianos, orientados por el modelo propuesto por los

esposos Van Hiele, como elemento impulsador para el aprendizaje de la geometría.

Puesto que la propuesta apunta hacia la correcta comprensión e incorporación de conceptos y propiedades básicas del conocimiento geométrico en la estructura mental del(a) estudiante, así como el adecuado desarrollo de habilidades mentales que le oriente el camino a su propia construcción mental, es necesario formar docentes para que reconozcan la importancia que tiene en el desarrollo cognitivo, el hecho de que se experimenten diversas estrategias para resolver problemas, donde el(a) estudiante muestre cierto grado de independencia y creatividad y que los(as) docentes, partiendo de las dificultades y potencialidades de los(as) estudiantes en cuanto al análisis, interpretación y proposición de alternativas de solución a diversas situaciones problema, definan estrategias de crecimiento intelectual tanto a nivel grupal como a nivel individual.

Un(a) docente formado(a) para la enseñanza de la geometría que se muestre interesado en aplicar esta estrategia metodológica, deberá entender la solución de problemas cotidianos, como un proceso activo que implica la búsqueda de alternativas para la superación de la situación problema a la que se enfrenta un(a) estudiante sin ser éste el fin último, sino el punto inicial para encontrar otras soluciones, extensiones y generalizaciones que posibiliten la construcción de nuevos problemas. Es decir, emprender una búsqueda y apropiación de estrategias adecuadas para encontrar respuestas a preguntas no sólo del campo de la geometría, sino también de la realidad cotidiana.

Al tratar de plantear un problema, o enseñar a formularlo, el (la) docente deberá poner en juego su competencia comunicativa, reconociendo que está presentando una información con estructuras gramaticales en un contexto definido, y que a su vez, deberá hacer uso del lenguaje geométrico. Lo anterior debe llevarlo a establecer su relación mediante un interrogante o pregunta que sirva de desequilibrio en el proceso mental del(a) estudiante, y le exija el dominio del conocimiento geométrico para integrarlo a un contexto, lo mismo que tener una visión retrospectiva respecto al interrogante planteado y a los posibles caminos que lleven a la solución.

Igualmente, el(la) docente de geometría requiere preparar una planeación de actividades que induzcan directamente los contenidos, pero que a la vez brinden la posibilidad de desplegar procesos auto-estructurantes en los(as) estudiantes, para que elaboren sus propias hipótesis e interpretaciones durante el proceso de asimilación de nuevos conceptos. Esta propuesta metodológica asume que el(la) estudiante es un(a) constructor(a) activo de su propio conocimiento geométrico y un(a) re-constructor(a) de los contenidos de este campo. Además, basados en ésta propuesta, se pueden evaluar con mayor facilidad, y con un lenguaje más cercano las distintas interpretaciones que los(as) estudiantes construyen con relación a los contenidos, a partir de la solución de problemas cotidianos; pues la evaluación se centra más en los procesos relativos a los estados de conocimiento que en los resultados. Sin embargo, debe reconocerse que los resultados son útiles para que el(la) estudiante reflexione sobre su proceso y para que el(la) docente valore la eficacia de las estrategias que usa.

Se puede considerar que la enseñanza de la geometría con fundamento en la solución de problemas cotidianos, orienta la labor del(a) docente hacia la búsqueda de un(a) estudiante que se acerque al conocimiento de manera progresivamente autónoma. Sienta sus bases en la vivencia de ambientes de aprendizajes de interacción permanente entre docente-estudiante y estudiante-estudiante, puesto que no le otorga al(a) docente el papel protagónico del acto educativo, si no el de facilitador de las relaciones de cooperación y el de guía de su desarrollo intelectual.

Finalmente, vale la pena sugerir y a la vez destacar algunos aspectos puntuales que entrarían a favorecer en la escuela y el colegio la aplicación de la presente propuesta:

- La solución de problemas cotidianos afines con la geometría exige una lectura en detalle del contexto
- Se debe contar con actualizadas variadas y enriquecedoras situaciones problema que representen un reto para los(as) estudiantes
- Es válido construir procedimientos pertinentes para que los(as) estudiantes aprendan a analizar situaciones problema

- El(a) docente no deberá ser el(a) único generador de las situaciones problema geométricas y cotidianas para resolver en el aula de clases; los(as) estudiantes también lo pueden ser
- Es fundamental enseñar a los(as) estudiantes a identificar diferentes estrategias para solucionar situaciones problema, tales como: reconocer patrones de problemas, aplicar la reversibilidad y la extrapolación para predecir y probar, simular, experimentar, reducir los datos, deducir, entre otros
- Una actividad de verificación del desempeño obliga a realizar preguntas mientras los(as) estudiantes están en el proceso de discusión de los procedimientos para resolver problemas. Tales preguntas orientadoras podrían ser: ¿qué sabes de lo que estás haciendo?, ¿por qué y para qué crees que sirva lo estás haciendo?, ¿cómo lo estás haciendo?
- Es obligatorio invitar a los(as) estudiantes a que reflexionen sobre sus respuestas
- Apoyarse en esquemas y figuras dimensionadas para representar la solución de las situaciones problema planteadas
- Organizar de forma secuencial y tener claros los logros y los estándares a cumplir

- Facilitarle a los(as) estudiantes la socialización ante el grupo de las soluciones que le vayan dando a las situaciones problema planteadas, para hacer reconocimiento de las justificaciones, las estrategias y los argumentos.

Algunas experiencias previas y sus elementos diferenciadores

Desde la década del ochenta, han sido varios los modelos usados para el aprendizaje de la geometría. Se puede afirmar que el modelo promovido en 1957 por los esposos Van Hiele, ha motivado la generación de otros modelos que buscaban acercar de una manera flexible pero a la vez con un seguimiento objetivo, a los estudiantes con los contenidos geométricos aplicables a los grados de educación básica, media o superior. Entre estos nuevos modelos surgidos se pueden citar los siguientes propuestos en el año de 1997: Materiales Concretos de Castro, Manipulaciones Geométricas de Brenes, Aprendizajes acerca del espacio de Alan Bishop y el de Ubicación Espacial de Saiz.

Cuando se trata de plantear una serie de implicaciones curriculares a partir de la verificación de la puesta a prueba de un modelo de aprendizaje o de una propuesta metodológica cualquiera sea el área de estudio, es válido recurrir a identificar los elementos diferenciadores de dichos modelos o propuestas, con lo cual se permite acercar cada vez más al reconocimiento sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje en beneficio de la trascendencia intelectual del ser humano. Por lo tanto todo nuevo modelo que aparezca y toda nueva propuesta,

ofrecerá la posibilidad de enriquecer el conocimiento de un área específica (como por ejemplo la geometría) y el contexto de aprendizaje de esta. Por lo anterior, hablar de las implicaciones curriculares de la puesta en marcha de una propuesta metodológica en un espacio educativo, deberá convocar a dar una mirada sobre sus alcances, al compararla con las experiencias previas que buscan el mismo objetivo.

Experiencias previas al presente trabajo, aplicadas en los niveles de básica primaria, básica secundaria y universitaria, en diferentes partes del mundo; han explorado avances en el razonamiento geométrico utilizando diferentes propuestas metodológicas orientadas por el modelo de Van Hiele. Algunos resultados y conclusiones obtenidas por estos, dan cuenta de los progresos de los estudiantes, tanto en el aprendizaje significativo de algunos conceptos geométricos, como en el avance de un nivel a otro superior en el modelo de Van Hiele. Entre los resultados de dichas experiencias se quieren destacar los siguientes:

Luz y Cardozo (2008), en su estudio “El rescate de la geometría como un instrumento facilitador de la disciplina matemática en las escuelas de primaria y secundaria”, en el estado de Paraná (Brasil), concluyeron sobre la necesidad de modificar paradigma educacional dominante, básicamente el newtoniano de traslado del conocimiento, hacia una visión constructivista para que el educando construya su conocimiento a través de la experiencia de los procesos de su entorno cotidiano; además de valorar diferentes técnicas para la enseñanza y el aprendizaje, proporcionar una mayor inserción del alumno con el ambiente de su propia realidad. En relación con nuestra propuesta

metodológica, se muestra una coincidencia en la valoración del enfoque constructivista que se abordó y la inmensa gama de posibilidades que se abren al acudir al entorno y sus problemas, como sustrato efectivo y a su vez familiar, para los aprendizajes.

González y Guillén (2007), en su “Estudio exploratorio sobre la puesta en práctica de un modelo de enseñanza para la geometría de los sólidos en magisterio”, aplicado en la básica primaria y desarrollado en México; concluyeron que los sólidos constituyen un contexto muy amplio para apropiarse de los contenidos geométricos, si están apoyados en las siguientes prácticas: planteamiento de diversas situaciones del entorno cotidiano, facilidad para la construcción de ideas sobre los elementos en el espacio y en el plano con diferente procedimientos, exploración de las propiedades y relaciones en diferentes contextos y momentos, exploración de la geometría de dos y una dimensiones, indagación sobre el “qué” y “cómo” aprenden los estudiantes, generación de discusiones y reflexiones en clase para tomar conciencia sobre los propios conocimientos y para que éstos se cuestionen, revisen y complementen.

Al comparar estas conclusiones con las etapas utilizadas en nuestra propuesta metodológica, se puede distinguir una completa afinidad representada en los siguientes aspectos: el abordaje de los módulos de aprendizaje por referente temático a partir del planteamiento de situaciones problema del entorno teniendo, en cuenta las fases de enseñanza y los niveles propuestos por el modelo de Van Hiele; la verificación de los avances en los cinco ámbitos y los tres temas geométricos preestablecidos, utilizando e integrando los dos tipos

de prueba: una prueba estándar (teórica) y una prueba de desempeño (práctica) en la cual se utilizó la observación y la encuesta a equipos de trabajo para indagar a los estudiantes sobre “qué estas resolviendo, cómo lo estas resolviendo, por qué y para qué lo estas resolviendo”.

Ojeda y Medina (2003), en su estudio “Cómo justificar en geometría” en la ciudad de México, concluyeron sobre la efectividad de vincular en su propuesta para la enseñanza de la geometría en bachillerato los procesos de visualización, experimentación, razonamiento lógico, argumentación (comunicación geométrica) y aplicación. Desde lo cual pudieron concluir que no se debe enseñar con una formalidad de nivel 4, sino que hay que conducir a los estudiantes por los tres primeros niveles de formalización matemática, cuyo soporte todavía se apoya mucho en la experimentación concreta. Con respecto a dicha postura, nuestra propuesta, a partir de la etapa de diagnóstico desarrollada y de la historia del manejo de la geometría en la institución educativa objeto de investigación, ubicó a los(as) estudiantes en un nivel informal y tuvo presente en la construcción de los conceptos y las pruebas de verificación de los aprendizajes, los mismos procesos sugeridos por éste estudio sobre justificación en geometría y utilizó en todas los módulos aplicados el uso del material concreto.

Lastra (2005), en su tesis “Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en Escuelas Críticas”, que utilizó como la población de investigación a tres escuelas primarias de la ciudad de Santiago de Chile, concluyó que resulta evidente que al abordar la enseñanza del tema

“Cuadriláteros” y realizar una primera prueba, los estudiantes pudieron hacerse una primera imagen del nuevo contenido y atribuirle un primer significado y sentido para comenzar su aprendizaje. Además, luego se aplicó su propuesta y realizar una segunda prueba, pudo concluir que la implementación del modelo de Van Hiele en el aula y las observaciones realizadas en ella, muestran un conjunto de relaciones de interacción que intervienen en el aprendizaje y que están en relación con las funciones del maestro y el comportamiento de los niños, pues “no basta que los alumnos solo participen real y activamente durante todo el proceso, también se requiere que se enfrenten a retos y desafíos para resolver problemas”.

De esta manera los estudiantes, en el momento en que resuelven problemas de geometría los realizan en forma rápida y entretenida, se concentran, no permiten que les vean sus resultados, cada uno quiere resolver por sí mismo, están alegres y satisfechos por haber resuelto el desafío, se sienten capaces de seguir aprendiendo y no generan problemas de disciplina.

Fue el entorno natural en el cual se encuentran las escuelas, la incorporación de las nociones espaciales a partir del conocimiento del entorno y el propiciar la incorporación intuitiva del concepto geométrico, lo que permitió alcanzar mayores puntajes en las pruebas. Los resultados de las desviaciones típicas en los cursos objeto de investigación, permitieron concluir que luego de abordar el tema de “cuadriláteros”, utilizando su propuesta metodológica basada en el modelo de Van Hiele desde el año 2002 hasta el año 2005, evidenció una diferencia positiva en los logros de los aprendizajes de los estudiantes pertenecientes a las Escuelas Críticas. Al respecto nuestra propuestas

metodológica, si bien no ahonda solo en el tema de Cuadriláteros, igualmente mostró resultados cuantitativos válidos desde la comparación de las dos pruebas planteadas en su diseño; además es válido afirmar que no se realizó un rastreo de la parte motivacional de los estudiantes, durante el proceso del aprendizaje significativo de la geometría.

Caro y Breccia (2009), en su proyecto “La geometría que nos rodea”, describieron el colegio bilingüe Nauquén en Argentina, proponiendo a sus estudiantes relacionar el espacio de su colegio mediante distintos conceptos geométricos que habían sido abordados durante el año. De lo anterior pudieron evidenciar cómo los estudiantes sabían identificar los conceptos de geometría aplicados en su ambiente escolar y utilizaban esta información para profundizar en los temas calculando áreas de diferentes figuras y tomando algunas mediciones. Obtuvieron de sus estudiantes valoraciones geométricas al momento de realizar una construcción; y una alta motivación por los trabajos en equipo. Al respecto nuestra propuesta metodológica, si bien no midió motivación, sí logró en su prueba de desempeño indagar por los alcances de las situaciones problema planteadas para buscar que los(as) estudiantes fueran concluyendo sobre la aplicación en la vida cotidiana del concepto geométrico que se estuviese estudiando.

Una investigación desarrollada con estudiantes de educación superior de la Universidad del Norte en Barranquilla Colombia (Efectos de una metodología integral en el aprendizaje de la geometría en alumnos de primer semestre de ingenierías, 2005), buscó determinar el efecto de la aplicación de una metodología integral en el aprendizaje de la geometría, la cual consistió entre

varios aspectos en: verificar avances en 72 estudiantes sobre la argumentación deductiva en respuestas a preguntas de geometría, utilizar un proceso eurístico como estrategia didáctica en la solución de problemas e indagar mediante un análisis cualitativo, aplicando una encuesta con escala Liker y una entrevista, sobre la valoración que tenían los estudiantes luego de la metodología empleada. Para el procesamiento de resultados utilizaron una prueba no paramétrica de las medianas, que arrojó como resultado que a los estudiantes le cuesta más argumentar deductivamente con reglas de inferencia que hacer una demostración deductiva; la metodología usada fue efectiva en la solución de problemas y se logró una valoración positiva de los alumnos hacia la metodología representado en un porcentaje de favorabilidad mayor o igual al 66,6%.

Con respecto a los resultados obtenidos con nuestra propuesta metodológica, si bien no se formalizó como estrategia didáctica un proceso eurístico para la solución de los problemas propuestos, se valoraron los métodos empíricos utilizados por los(as) estudiantes para llegar a resolver problemas y se tuvieron en cuenta tanto la experiencia como los preconceptos en los momentos de resolución de manera práctica; lográndose en los cinco ámbitos y los tres referentes temáticos estudiados, avances significativos en el razonamiento geométrico. Ahora bien, nuestra aplicación valoró mediante las pruebas de desempeño (prácticas), las argumentaciones inductivas sobre las posibles soluciones a las situaciones planteadas, pero no rastreó a profundidad las argumentaciones de los estudiantes en forma deductiva. Sobre la identificación del grado de favorabilidad, nuestra investigación careció de ésta medida y se

limitó a observarla desde los mismos resultados positivos alcanzados, el buen ambiente de trabajo generado durante las clases de geometría y el buen concepto expresado por el docente facilitador.

Pachano y Terán (2008), realizaron la investigación-acción “Estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación básica: una experiencia constructivista”, aplicada en una unidad educativa pública del Estado de Trujillo en Venezuela. Con la puesta en marcha de esta investigación, se buscaba el mejoramiento en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en las dos primeras etapas de educación básica; para lo cual diseñaron, desarrollaron y evaluaron varias estrategias constructivistas que facilitarían el aprendizaje de los contenidos de geometría. Los resultados de la investigación fueron “altamente positivos”, puesto que se permitió a los maestros transformar sus prácticas pedagógicas al actuar como mediadores de aprendizajes significativos; y a los estudiantes, partir de conocimientos previos apoyados en las figuras conocidas de su entorno para relacionarlas con los contenidos específicos de geometría y construir sus propios aprendizajes, utilizando materiales concretos integrados a las diferentes áreas curriculares.

Vale la pena destacar de este trabajo las bondades que ofrece una investigación-acción, en relación con una investigación de corte cuantitativo, como la que aquí se desarrolló; sin embargo es igualmente válido resaltar dos resultados coincidentes entre ambas investigaciones; primero, la posibilidad de transformar las prácticas docentes y segundo, la efectiva relación que se puede obtener de los conceptos geométricos al contrastarlos con el entorno cercano y con el uso del material concreto, para lograr un aprendizaje significativo.

Finalmente, un marcado elemento diferenciador de ambas investigaciones tiene que ver con la articulación que se puede establecer con otras áreas académicas en una propuesta metodológica basada en la resolución de problemas cotidianos; lo cual no se tuvo en cuenta en la presente investigación de corte cuantitativo.

Esteban y Vasco (2006), realizaron una investigación sobre “Los mapas conceptuales en las fases de aprendizaje del modelo educativo de Van Hiele”, en la ciudad de Medellín, Colombia. En ésta desarrollaron un módulo de instrucción aplicado a 39 estudiantes en el aula de clases, que les permitió usar los mapas conceptuales como una herramienta de exploración e integración para las fases de aprendizaje del modelo. Entre los resultados obtenidos por la investigación, se pueden destacar los siguientes: la posibilidad de realizar un análisis sobre el lenguaje utilizado por los estudiantes durante el proceso de intervención pedagógica, el seguimiento a la nueva red de relaciones que va tejiendo el estudiante para la comprensión de los temas y el avance de los estudiantes en el desarrollo del pensamiento geométrico según la escala de Van Hiele, desde un nivel de aprendizaje 2 hasta un nivel de aprendizaje 3.

Son dos los elementos diferenciadores que se pueden identificar desde esta investigación con respecto a la desarrollada por nuestra propuesta metodológica: las posibilidades que puede ofrecer el uso de los mapas conceptuales para el seguimiento de las relaciones en la apropiación de los conceptos geométricos y la verificación de los avances desde un nivel a otro en el modelo de Van Hiele. Sin embargo, sobresale coincidentalmente la necesidad de crear un módulo que oriente la intervención didáctica en el aula

de clases; que en el caso de nuestra investigación, requirió de la construcción de cuatro módulos (cuadriláteros, proporcionalidad y semejanza y triángulos).

REFERENCIAS

- Alvarez de Zayas, C. (2000). *Epistemología de la educación*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Ausbel, D. (1963). *The psychology of meaningful verbla learning*. New York: Grune And Stratton.
- Beltrametti, M., & otros, E. y. (2000). Teoría de van hiele y cabri-geometre en la construcción del concepto de transformaciones rígidas del plano. *Comunicaciones científicas y tecnológicasl* .
- Berlo, K. D. (1960). *Process of communication*. New York.
- Bernstein, B. (1977). Towards a theory of educational transmissions. En B. Bernstein, *Class, codes and control*.
- Burger, W. a. (1986). Characteizing the van hiele of development in geometry. *Journal for Reseach in Mathematics Education* , 31-48.
- Caro, P., & Breccia, C. (2009). La geometría que nos rodea. *Revista iberoamericana de educación matemática* , 85-95.
- Castiblanco, U. C. (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales*. Bogotá: Enlace Editores.
- Cinde. (2004). Perspectivas del desarrollo humano. En M. T. Luna Carmona,

Modula área de desarrollo humano (pág. 9). Medellín.

Cinde. (2004). *Perspectivas del Desarrollo Humano*. En M. T. Luna Carmona,

Modulo área de desarrollo humano (pág. 4). Medellín.

Cloutier, J. (1975 Les Presses. de L'Université de Montreal.). *L'ère d'emerec ou*

la communication audio-scripto-visuelle à l'heure des self-media, Montreal,

Les Presses. de L'Université de Montreal. Montreal: Les Presses. de

L'Université de Montreal.

Crowley, M. (s.f.). Recuperado el 12 de Diciembre de 2006, de

www.hemerodigital.unam.mx/ANUIES

Didáctica: concepto, objeto y finalidades. (s.f.). Recuperado el 20 de Octubre

de 2007, de <http://es.geocities.com/rullcabre/notesUned/01didactica.doc>

Efectos de una metodología integral en el aprendizaje de la geometría en

alumnos de primer semestre de ingenierías. (2005). Recuperado el 28 de

Enero de 2009, de

http://dma.pedagogica.edu.co/dmdocuments/encuentro_17/4.pdf

Esteban, P., & Vasco, E. y. (2006). *Los mapas conceptuales en las fases de*

aprendizaje del modelo educativo de Van hiele. Medellín.

Foucault, M. (1994). *La hermeneutica del sujeto.* Madrid: La Piqueta.

- Fuys David, G. (1985). *An investigation of the van hiele model of thinking geometry among adolescent*. Washintogton: Research science education (RISE) program of the Nationa Science Foundation.
- Gómez, M. (s.f.). Recuperado el 30 de Octubre de 2007, de http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/megome/cursos/matemat/apuntes/2_geometria.pdf
- González, A. P. (1996). *Didáctica general: modelos y estrategias para la intervención social*. Madrid: Universitas.
- González, E. y. (2007). *Estudio exploratorio sobre la puesta en práctica de un modelo de enseñanza para la geometría de los sólidos en magisterio*. México: Universidad de Valencia Olimpia Figueras.
- Gravemeijer, K. (1994). From a different perspective: building on student's informal Knowledge. En L. a. Chazan, *Dsigning learning for understaindings of geometry and space*. Lehrer and Chazan.
- Hanna, G. (1996). The ongoing value of proof. *Proceedings of the 20th Conference of the PME* (págs. 1-34). Valencia: Puig and Gutiérrez.
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry:two sides of the coin. *Focus on learning problems in mathematics* , 61-76.
- Jaramillo, C. (2003). *La noción de convergencia desde la optica de los niveles*

- de van hiele*. Valencia: Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Valencia.
- Lampert, M. (1990). Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal* , 29-63.
- Lastra, S. (2005). *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas*. Santiago: Tesis. Universidad de Chile.
- Lobo, N. (2004). Aplicación del modelo propuesto en la teoría de van hiele para la enseñanza de la geometría. *Multic* , 23-39.
- Luz, A. A. (2008). *El rescate de la enseñanza de la geometría como un instrumento facilitador de la disciplina de matemáticas en las escuelas de enseñanza primaria y secundaria*. Paraná, Brasil: Universidad Federal del Paraná.
- Martinez Llantada, M., & Hernandez, J. (2004). La enseñanza problémica y el desarrollo de la creatividad. En L. García, *La creatividad en la educación* (págs. 93-138). La Habana: Pueblo y Educación.
- Medina, C. (1997). *La enseñanza problémica*. Bogotá: Rodriguez Quito Editores.
- Mélich, J. C. (2002). *Filosofía de la finitud*. Barcelona: Helder.

Moreira. (1997). *Mapas conceptuales y aprendizaje significativo*. Recuperado el

30 de Octubre de 2007, de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasesp.pdf>

Novak, J. (1997). *Teoría y práctica de la educación*. Madrid: Alianza Editorial.

Ojeda, B., & Medina, B. y. (Octubre de 2003). *Cómo justificar en geometría*.

Recuperado el 30 de Octubre de 2007, de

<http://www.unidad094.upn.mx/revista/52/06.html>

Pachano R., L., & Mirian, T. (2008). *Estrategias para la enseñanza y el*

aprendizaje de la geometría en la educación básica: una experiencia

constructivista. Trujillo: Universidad de los Andes.

Piedrahita, W. (2007). Geometría y desarrollo humano. *Educación Hoy*,

Confederación Interamericana de Educación , 67-82.

Ribero, Luis (2008). *Normas APA*. Recuperado el 4 de Marzo de 2009, de

http://www.adventista.edu.co/file.php/12/apa/CURSILLO_NORMAS_APA.pptx

Ruiz, C. y. (1996). Validación de cuestionario ILP-R. *Anales de psicología* ,

133-151.

Skatkin, M. (1988). Perfeccionamiento del proceso de la enseñanza de las

ciencias. En *Enseñanza de la ciencias*.

Torre, S., & Barrios, O. (2000). *Estrategias didácticas innovadoras*. Barcelona:

Octaedro.

Universidad Nacional de Educación a distancia. (1993). En B. H. Perís,

Educación, antropología pedagogía permanente (págs. 1-8).

Usinskin, Z. (1982). *Van hiele levels and achievement in secondary school*

geometry. Chicago: University of Chicago.

Van Hiele, P. M. (1957). *A children's thought and geometry*. Washington:

Research in Science Educatio. Program of The National Science Foundation.

Villani, V., Mammmana, C., Douady, R., Hansen, L., Hershkowitz, R.,

Malkevitch, J., y otros. (1994). Perspective on the teaching of geometry for

the 21st century. En *Zentralblatt fur didaktik der Matematik* (pág. 94).

Vygotsky, L. (1978). *Mind and society, the develoment of higher psychological*

processes. Boston: Harvard Univerity Press.

Wirzup, I. (1976). *Breakthorings in the psychology of learning and geometry*.

Colombus: J. Martin.

ANEXOS

Anexo No.1 Tablas Pre-test

Anexo No. 2 Tabla Pos-test

Anexo No. 3 Gráficas Grupo de Control y Grupo Experimental (1-20)

Anexo No. 4 Gráficas Avances por referentes temáticos y ámbitos (21-22)